

Algebrai kifejezések átalakítása

Nevezetes azonosságok (szorzatok):

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$

Példa:

$$(7x - 2y)^2 = (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 2y + (2y)^2 = 49x^2 - 28xy + 4y^2$$

TÉTEL:

- $(a + b)^n = x_1 \cdot a^n b^0 + x_2 \cdot a^{n-1} b^1 + \dots + x_n \cdot a^1 b^{n-1} + x_{n+1} \cdot a^0 b^n$
- $(a - b)^n = x_1 \cdot a^n b^0 - x_2 \cdot a^{n-1} b^1 + \dots + x_n \cdot a^1 b^{n-1} - x_{n+1} \cdot a^0 b^n$

Megjegyzés:

Az x_1, \dots, x_{n+1} együtthatókat kiszámíthatjuk a Pascal-háromszög segítségével:

$(a \pm b)^0 \rightarrow$										1				
$(a \pm b)^1 \rightarrow$									1	1				
$(a \pm b)^2 \rightarrow$									1	2	1			
$(a \pm b)^3 \rightarrow$									1	3	3	1		
$(a \pm b)^4 \rightarrow$									1	4	6	4	1	
$(a \pm b)^5 \rightarrow$									1	5	10	10	5	1

Példa:

$$(x - y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

TÉTEL:

- $a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1}b^0 + a^{n-2}b^1 + a^{n-3}b^2 + \dots + a^1b^{n-2} + a^0b^{n-1})$
- $a^n + b^n = (a + b) \cdot (a^{n-1}b^0 - a^{n-2}b^1 + a^{n-3}b^2 - \dots - a^1b^{n-2} + a^0b^{n-1})$

Megjegyzés:

Az összegre vonatkozó összefüggés csak akkor teljesül, ha n egy páratlan szám.

Példa:

$$x^5 + y^5 = (x + y) \cdot (x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$$

Teljes négyzetté alakítás:

A kifejezést úgy alakítjuk, hogy a változó csak egy kéttagú kifejezés négyzetében forduljon elő.

A teljes négyzetté alakítás során az első tagokat átalakítjuk nevezetes azonossággá, majd azért, hogy a kifejezés értéke ne változzon, a második tag négyzetét utólag levonjuk.

Egy másik módszer a TEVE (teszek – veszek) - szabály: az első tagokat kiegészítjük egy harmadikkal úgy, hogy együtt nevezetes azonosságot alkossanak, majd azért, hogy a kifejezés értéke ne változzon, a beillesztett tagot utólag levonjuk.

Amennyiben az x^2 együtthatója nem négyzetszám, akkor célszerű kiemelni az első tagokból, majd a kiemelés utáni tagokat alakítjuk át a korábbihoz hasonlóan.

Példa:

$$x^2 + 24x - 103 = (x + 12)^2 - 144 - 103 = (x + 12)^2 - 247$$

$$-7x^2 + 28x + 9 = -7 \cdot (x^2 - 4x) + 9 = -7 \cdot [(x - 2)^2 - 4] + 9 = -7 \cdot (x - 2)^2 + 37$$

Szorzáttá alakítás módszerei:

- Kiemeléssel: az összeg tagjaiból az azonos szorzótényezőkkel osztva alakítunk ki szorzatot
- Nevezetes azonossággal
- Többszörös kiemeléssel (csoportosítással)
- Kiemeléssel és nevezetes azonossággal (teljes négyzetté alakítással)

Példa:

Szorzáttá alakítás kiemeléssel: $8x^3 + 4x - 12x^2 + 20xy = 4x \cdot (2x^2 + 1 - 3x + 5y)$.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$(a - 1) \cdot (a + 1)$$

$$(x - 4) \cdot (4 + x)$$

$$(y + 12) \cdot (y - 12)$$

$$(a + 9) \cdot (a - 9)$$

$$(x + 11) \cdot (11 - x)$$

$$(10 - y) \cdot (10 + y)$$

$$(14 - a) \cdot (14 + a)$$

$$(x - 13) \cdot (13 + x)$$

$$(y - 15) \cdot (y + 15)$$

2. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$(2a - 5) \cdot (2a + 5)$$

$$(3,5b + 1,5) \cdot (3,5b - 1,5)$$

$$(9c + 4) \cdot (4 - 9c)$$

$$(8x + 7) \cdot (8x - 7)$$

$$(x + 3y) \cdot (x - 3y)$$

$$(2a - 6b) \cdot (6b + 2a)$$

$$\left(\frac{14}{15}a - \frac{13}{12}b\right) \cdot \left(\frac{14}{15}a + \frac{13}{12}b\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}y\right) \cdot (0,5x - 5,5y)$$

$$\left(\frac{4}{3}b - \frac{2}{5}c\right) \cdot \left(\frac{4}{3}b + \frac{2}{5}c\right)$$

3. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$(x^2 - y^3) \cdot (x^2 + y^3)$$

$$(a^7 + b^8) \cdot (b^8 - a^7)$$

$$(7a^5 + 10b^3) \cdot (7a^5 - 10b^3)$$

$$(5x^2 - 3y) \cdot (5x^2 + 3y)$$

$$(x^2 - 6y) \cdot (x^2 + 6y)$$

$$(3a^2 + 2b) \cdot (3a^2 - 2b)$$

$$(8a^9 - 6b^{11}) \cdot (6b^{11} + 8a^9)$$

$$(13x^{15} - 14y^{12}) \cdot (13x^{15} + 14y^{12})$$

4. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$\left(5 - \frac{4}{x^2}\right) \cdot \left(5 + \frac{4}{x^2}\right)$$

$$\left(\frac{b^2}{5} + \frac{a}{3}\right) \cdot \left(\frac{b^2}{5} - \frac{a}{3}\right)$$

$$\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}y^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2\right)$$

$$\left(\frac{2}{7}a^7 - \frac{1}{3}b^3\right) \cdot \left(\frac{2}{7}a^7 + \frac{1}{3}b^3\right)$$

$$\left(\frac{2}{3}x^7 + y\right) \cdot \left(y - \frac{2}{3}x^7\right)$$

$$\left(\frac{a^4}{4} - \frac{5b^5}{3}\right) \cdot \left(\frac{a^4}{4} + \frac{5b^5}{3}\right)$$

$$\left(1,2x^2 - \frac{2}{5}y^2\right) \cdot \left(\frac{6}{5}x^2 + 0,4y^2\right)$$

$$(1,2a^3 - 9b^2) \cdot (1,2a^3 + 9b^2)$$

5. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$(ab - xy) \cdot (ab + xy)$$

$$(a^2b - ab^2) \cdot (a^2b + ab^2)$$

$$(4xy + 3z) \cdot (4xy - 3z)$$

$$(x^7y^8 - 11x^9y^{12}) \cdot (x^7y^8 + 11x^9y^{12})$$

$$(8x^2y - 3xy^2) \cdot (8x^2y + 3xy^2)$$

$$(6x^{13}y^{14} - 9x^{15}y^{16}) \cdot (9x^{15}y^{16} + 6x^{13}y^{14})$$

$$\left(\frac{a^4}{5} + b^2c^3\right) \cdot \left(\frac{a^4}{5} - b^2c^3\right)$$

$$(3x^2y - 5x^4y^5) \cdot (5x^4y^5 + 3x^2y)$$

6. (K) Végezd el a következő szorzásokat! ($m; n \in \mathbb{N}^+$)

$$(x^m + y) \cdot (x^m - y)$$

$$(8a^n + 1) \cdot (1 - 8a^n)$$

$$(x^m + y^n) \cdot (x^m - y^n)$$

$$(a^n + b^4) \cdot (a^n - b^4)$$

$$(x^{4m} + 3y) \cdot (x^{4m} - 3y)$$

$$(a^{7m} + 8b^{9n}) \cdot (a^{7m} - 8b^{9n})$$

$$(x^{3m+1} - 11) \cdot (x^{3m+1} + 11)$$

$$(a^{2n+1} - b^{5n-3}) \cdot (a^{2n+1} + b^{5n-3})$$

7. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(2 + x)^2$$

$$(8 - y)^2$$

$$(-6 + a)^2$$

$$(a - 4)^2$$

$$(b + 7)^2$$

$$(-9 + x)^2$$

$$(x + 5)^2$$

$$(3 - a)^2$$

$$(-1 + y)^2$$

8. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(5a - 3)^2$$

$$(6b + 9)^2$$

$$(-2x + 5)^2$$

$$(3y + 4)^2$$

$$(7x - 6)^2$$

$$(8a + 10)^2$$

$$(2x - 1)^2$$

$$(4a - 5)^2$$

$$(-3y + 7)^2$$

9. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(x + 4y)^2$$

$$(7a - 10b)^2$$

$$(8x + 3y)^2$$

$$(5x - 6y)^2$$

$$(2a + 9b)^2$$

$$(2,5x - 0,6y)^2$$

$$\left(\frac{5}{3}a + 2b\right)^2$$

$$\left(\frac{x}{3} + 3x\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{5}a - 10b\right)^2$$

10. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{6}y\right)^2$$

$$\left(-\frac{6}{5}a + \frac{7}{6}b\right)^2$$

$$\left(\frac{5}{7}x + \frac{1}{3}y\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}b\right)^2$$

$$\left(\frac{5}{6}x - \frac{7}{3}y\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b\right)^2$$

$$\left(\frac{12}{11}x + \frac{13}{14}y\right)^2$$

$$\left(-\frac{3}{2}a + \frac{1}{3}b\right)^2$$

11. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(8a^3 - 5b^2)^2$$

$$(x^3 - y^3)^2$$

$$(a^3 - 4b^4)^2$$

$$(2x^2 - 3y^2)^2$$

$$(4a^2 - 5b^5)^2$$

$$(7x^2 + 3)^2$$

$$(x - 9y^3)^2$$

$$(2a^3 + 3b^2)^2$$

$$(6x - 10y^7)^2$$

12. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(0,2a^2 - 5b)^2$$

$$(0,3x^2 + 4y)^2$$

$$(2,1a^2 + b^2)^2$$

$$\left(\frac{a^2}{6} + \frac{12b^5}{7}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 4y^2\right)^2$$

$$\left(\frac{a^3}{3} + \frac{b^4}{4}\right)^2$$

$$\left(\frac{7}{11}x^4 - \frac{3}{8}y^3\right)^2$$

$$\left(\frac{3}{4}a^2 - 0,5b^3\right)^2$$

$$\left(\frac{5}{3}x^2 + 0,6y^4\right)^2$$

13. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$\begin{array}{lll} (-a - 3)^2 & (-7x - 9y)^2 & (-a^2 - a^3)^2 \\ \left(\frac{1}{2}x + 4xy\right)^2 & \left(\frac{3}{7}ab - \frac{7}{3}a\right)^2 & (3x^2y - 1)^2 \\ (4xy^2 - 3xy)^2 & (5a^2b + 3ab^2)^2 & (5xy^3 - 4x)^2 \end{array}$$

14. (K) Bontsd fel a zárójeleket!

$$\begin{array}{lll} \left(\frac{3}{2}a^2b + \frac{2}{3}ab^3\right)^2 & \left(\frac{5}{7}x^4y^2 - \frac{4}{3}x^2y^3\right)^2 & \left(\frac{3}{4}a^4b - \frac{2}{3}ab^3\right)^2 \\ \left(\frac{4}{5}x^3y^3 - \frac{5}{4}x^2y^3\right)^2 & \left(\frac{2}{3}a^3b^4 - \frac{5}{2}a^5b\right)^2 & \left(\frac{5}{6}x^3y^2 + \frac{3}{5}xy\right)^2 \\ \left(\frac{5}{7}a^4b^2 + \frac{14}{5}a^3b\right)^2 & \left(\frac{7}{3}x^2y - 3x^4y^3\right)^2 & \left(\frac{2}{3}ab^3 + \frac{3}{4}a^2b\right)^2 \end{array}$$

15. (K) Bontsd fel a zárójeleket! ($m; n \in \mathbb{N}^+$)

$$\begin{array}{lll} (2^n + 1)^2 & (3^m - 3^n)^2 & (5^n + 5)^2 \\ (2^m - x^{7n})^2 & \left(\frac{4}{5}a^n b^{n-1} - \frac{5}{4}a^{n-2} b^{n+1}\right)^2 & (3x^m - y^m)^2 \\ (x^n - x)^2 & (a^{m+1} + a^m)^2 & (x^{2n} + x^{-2n})^2 \end{array}$$

16. (K) Párosítsd össze az egymásnak megfelelő kifejezéseket!

A: $(x - 3)^2$	P: $x^2 - 9$
B: $(-x - 3)^2$	Q: $x^2 + 9$
C: $(3 - x)^2$	R: $9 - x^2$
D: $(3 + x)^2$	S: $x^2 + 6x + 9$
E: $(3 - x) \cdot (3 + x)$	T: $x^2 - 6x + 9$
F: $(x + 3) \cdot (x - 3)$	U: $-x^2 - 6x - 9$
G: $-(x + 3)^2$	V: $-x^2 - 6x + 9$
H: $-(x - 3)^2$	W: $-x^2 + 6x - 9$

17. (K) Add meg a hiányzó tagokat úgy, hogy teljes négyzeteket kapjunk!
Írd fel, hogy melyik kifejezésnek a teljes négyzete!

$a^2 + \dots + 9b^2$	$x^2 - 16xy + \dots$	$\dots + 30ab + 25b^2$
$4x^2 + 4xy + \dots$	$1 + \dots + 25a^2$	$169x^{10} - \dots + 196y^4$
$144a^2 - \dots + 121b^8$	$\dots + 28xy + 49y^2$	$25a^2 + \dots + 16b^2$
$x^6 + \dots + 81$	$\dots + 120ab + 25b^2$	$4y^2 - 12yx + \dots$

18. (K) Add meg a hiányzó tagokat úgy, hogy teljes négyzeteket kapjunk!
Írd fel, hogy melyik kifejezésnek a teljes négyzete!

$\frac{25}{16}a^2 + ab + \dots$	$\frac{4}{9}x^2y^2 + \dots + 1$	$4 + \dots + 36a^2b^2$
$\frac{1}{36}x^2 - \dots + \frac{4}{49}y^2$	$a^6b^4 - 2a^3b^3 + \dots$	$\frac{16}{25}x^8 - \frac{24}{35}x^4 + \dots$
$\dots + 2ab + \frac{b^2}{9}$	$4x^4 - 12x^2y^3 + \dots$	$\frac{4}{9}a^2 - ab + \dots$
$\frac{1}{4}x^2 + \dots + \frac{4}{9}y^2$	$49a^2b^2 + 14ab + \dots$	$\frac{x^4}{25} + \dots + 36$

19. (E) Bontsd fel a zárójeleket! ($n \in \mathbb{N}^+$)

$(4 - a)^3$	$(x + 3)^3$	$(a - 7)^3$
$(a + 2)^3$	$(x^n - 1)^3$	$(a^n + b^n)^3$
$(3a - 1)^3$	$(6x + 5)^3$	$(1 - 2a)^3$

20. (E) Bontsd fel a zárójeleket!

$(3a^2 + 4)^3$	$(4x - 3y)^3$	$(2a + 5b)^3$
$(6x - 7y)^3$	$(2a + 3b)^3$	$(7x^3 - 2y^2)^3$
$(a^2 - 2b^3)^3$	$(3x^4 + 2y^5)^3$	$(4a^2 - 2b)^3$

21. (E) Bontsd fel a zárójeleket!

$$\left(\frac{3x}{2} - \frac{2y}{3}\right)^3$$

$$\left(4a + \frac{b}{2}\right)^3$$

$$\left(\frac{2}{3}x - 3y\right)^3$$

$$\left(\frac{1}{4}a^2 + 5b\right)^3$$

$$\left(0,5x - \frac{1}{3}y\right)^3$$

$$\left(\frac{5}{3}a + 2b\right)^3$$

$$\left(\frac{2}{3}a - \frac{4}{5}b\right)^3$$

$$\left(\frac{3}{5}x - 0,4y\right)^3$$

$$(0,2a - 0,1b)^3$$

22. (E) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(2^x - 2^y)^3$$

$$(a^3 + a^2)^3$$

$$(2 - xy)^3$$

$$(2x^2y - 3xy^3)^3$$

$$(3a - 5ab)^3$$

$$(3xy^5 - 2x^4y)^3$$

$$\left(0,2a^2b - \frac{5}{3}ab^2\right)^3$$

$$\left(\frac{1}{2}xy + \frac{1}{3}x^2y\right)^3$$

$$\left(-\frac{3}{2}a^4b - \frac{1}{3}ab^3\right)^3$$

23. (E) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(3a + b + 5c)^2$$

$$(x + 2y + 4z)^2$$

$$(4a - 3b + 2c)^2$$

$$(3z + 2x - y)^2$$

$$(x - 2y - z)^2$$

$$(-4a - 5b - c)^2$$

$$(x - y^2 - 3)^2$$

$$(a^2 + 5a - 1)^2$$

$$(x^3 + 2y + 3z^2)^2$$

24. (E) Bontsd fel a zárójeleket!

$$(xy + z + 3)^2$$

$$(ab - a^2b - ab^2)^2$$

$$(x^3 + 2xy + y^2)^2$$

$$\left(ab - c + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(6x - \frac{2}{3}y - 4z^2\right)^2$$

$$\left(2a - 3b + \frac{1}{2}c\right)^2$$

$$\left(4x - \frac{2}{5}y - \frac{1}{7}z\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{a} - \frac{3}{b} + \frac{4}{c}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{x} + x + 3\right)^2$$

25. (E) Mivel egyenlő a következő kifejezés?

A: $(a - b - c)^2 - (-a + b + c)^2 + (a - b + c)^2 - (a + b - c)^2$

B: $(x + y + z)^2 - (x + y - z)^2 + (x - y + z)^2 - (x - y - z)^2$

26. (E) Egészítsd ki a következő kifejezéseket úgy, hogy háromtagú kifejezés négyzete legyen! Írd fel, melyik kifejezés négyzete a kapott kifejezés!

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc + \dots$$

$$2xy - 2xz - 2yz + \dots$$

$$a^4 + 3a^2 + 2a + 1 + \dots$$

$$4x^2 + 9y^2 + 12xy - 4xz + \dots$$

$$4a^4 + 12a^3 + 12a + 4 + \dots$$

$$49x^2 + 16y^2 + 40yz + \dots$$

27. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$(x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$(y + 3) \cdot (y^2 - 3y + 9)$$

$$(3 - a) \cdot (9 + 3a + a^2)$$

$$(y + 5) \cdot (y^2 - 5y + 25)$$

$$(a - 2) \cdot (a^2 + 2a + 4)$$

$$(2x - 3) \cdot (4x^2 + 6x + 9)$$

$$(3x + 4) \cdot (9x^2 - 12x + 16)$$

$$(a^3 + 1) \cdot (a^6 - a^3 + 1)$$

$$(y^2 - 4) \cdot (y^4 + 4y^2 + 16)$$

28. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$(2x^2 + 3y^2) \cdot (4x^4 - 6x^2y^2 + 9y^4)$$

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{a}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{2} + \frac{a^2}{4}\right)$$

$$(4x^3 - 5y^4) \cdot (16x^6 + 20x^3y^4 + 25y^8)$$

$$\left(\frac{6}{a} - 7a\right) \cdot \left(\frac{36}{a^2} + 42 + 49a^2\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{4}{9}y^2\right)$$

$$\left(\frac{1}{3} + a\right) \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{a}{3} + a^2\right)$$

$$(3,5 - 1,5x) \cdot (12,25 + 5,25x + 2,25x^2)$$

$$(a - 0,5) \cdot \left(a^2 + \frac{a}{2} + \frac{1}{4}\right)$$

29. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$(1 - x) \cdot (1 + x + x^2 + x^3)$$

$$(a + 5) \cdot (a^4 - 5a^3 + 25a^2 - 125a + 625)$$

$$(2x - 1) \cdot (16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1)$$

$$(4 - 3a) \cdot (1024 + 768a + 576a^2 + 432a^3 + 324a^4 + 243a^5)$$

$$(3 + x) \cdot (729 - 243x + 81x^2 - 27x^3 + 9x^4 - 3x^5 + x^6)$$

30. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$(a - b)^4 \quad (x + y)^5 \quad (a - b)^6 \quad (x + y)^7$$

$$(ab + 1)^4 \quad (x - 6xy)^5 \quad (2 + a^3)^6 \quad (x - 2)^7$$

31. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$(a + b)^2 - (a - b)^2$$

$$(x + 3)^2 + (2x - 1)^2$$

$$(3a + 2)^2 - (2a - 3)^2$$

$$(7x - 6) \cdot (6 + 7x) - (5x - 4)^2$$

$$(6a - 5)^2 - (4a - 3) \cdot (9a + 2)$$

$$(4x + 3) \cdot (4x - 3) - (3x - 2) \cdot (3x + 2)$$

32. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$3 \cdot (a - 2b)^2 - (3a + b)^2$$

$$(4x - 5)^2 - 2 \cdot (7 - 6x)^2$$

$$(a + 2)^2 + 3 \cdot (a + 1)^2$$

$$6 \cdot (x + 9)^2 + 7 \cdot (x - 8)^2$$

$$2 \cdot (a - 2)^2 - 3 \cdot (a + 3)^2$$

$$5 \cdot (3 - 5x)^2 - 5 \cdot (3x - 7) \cdot (3x + 7)$$

33. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$(a - 3)^2 + (a + 3)^2 + (a - 3) \cdot (a + 3)$$

$$(5x + 4)^2 - (3x - 4)^2 - (2x + 3) \cdot (2x - 3)$$

$$(3a - 1)^2 - (2a + 3) \cdot (2a - 3) + (a + 2)^2$$

$$(3x - 5) \cdot (3x + 5) - (3x + 2)^2 + 6 \cdot (2x + 5)$$

$$(a - 1)^2 - 3 \cdot (a + 1)^2 - 5 \cdot (a - 1) \cdot (a + 1)$$

$$(4x - y) \cdot (4x + y) + (2x - y)^2 - (5x + 2y) \cdot (5x - 2y)$$

34. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$2 \cdot (a - b)^2 - 2 \cdot (a + b)^2 - 4 \cdot (a + b) \cdot (a - b)$$

$$-(2 + x)^2 - 3 \cdot (1 - x)^2 + 2 \cdot (1 - x) \cdot (1 + x)$$

$$\frac{1}{2} \cdot (2a + 12)^2 + (a - 6)^2 - 3 \cdot (a + 5)^2$$

$$3 \cdot (x - 2) - \frac{2}{3} \cdot (6x + 1) \cdot (6x - 1) + 5x^2$$

$$\left(\frac{2}{3}a + 3\right)^2 - \left(\frac{2}{3}a - 1\right)^2 + \left(\frac{5}{3}a - 4\right) \cdot \left(\frac{5}{3}a + 4\right)$$

$$\left(2y - \frac{1}{2}x\right) \cdot \left(2y + \frac{1}{2}x\right) + \left(\frac{1}{2}x - y\right)^2 - \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2$$

35. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$(3a - b)^2 - (3a + 2b) \cdot (3a - 2b) + (a + 2b)^2 - (a - b)^2$$

$$2 \cdot (5x + 1)^2 - 3 \cdot (4x - 1) \cdot (4x + 1) - 2 \cdot (x - 4)^2 - (3x + 2)^2$$

$$(2a - 1)^2 + (2a + 1)^2 + (a + 1)^2 - (3a - 1)^2$$

$$(x - 5)^2 - (2x + 5) \cdot (2x - 5) + (3x + 1)^2 - (2x - 1)^2$$

$$(4a - 5)^2 + 3 \cdot (4 - a) \cdot (4 + a) - (2a + 4)^2 - (4a - 3)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 2 \cdot (x^2 + 3) \cdot (x^2 - 3) - 5 \cdot (x^2 + 1)^2$$

36. (E) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$(2x - 1)^3 - (x + 4)^3$$

$$(a - 4) \cdot (4 + a) + (2a - 2)^2 + (2a - 2)^3$$

$$(2x + y)^3 - (6x + y) \cdot (6x - y) + (x^2 - 5)^2$$

$$(5a + b)^3 - (5a - b)^3 - 5 \cdot (4a - 3b) \cdot (4a + 3b)$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^3 + \left(2 + \frac{3}{2}x\right)^3 - \left(\frac{5}{2}x + 3\right) \cdot \left(\frac{5}{2}x - 3\right)$$

$$(a^3 - 3)^3 - (a - 2) \cdot (a^2 + 4) \cdot (a + 2)$$

37. (E) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$(x - 2y)^3 - (3x + y)^2 - (4x - 2y) \cdot (4x + 2y) + (3y - x)^2$$

$$(2a - 1)^3 + (3a + 2)^2 - 8a \cdot (a - 2) \cdot (a + 2) + 3 \cdot (a - 5)^2$$

$$(x + 1)^3 - (2x - 1)^3 + (x + 1)^2 - (2x - 1)^2$$

$$(a + 3) \cdot (a^2 - 3a + 9) + (a - 3)^3 - (a - 3)^2$$

$$(x - 2y)^3 + (2x + y)^3 - (2x - y) \cdot (4x^2 + 2xy + y^2)$$

$$(3a + 2b)^3 - (2a - 3b)^3 + (4a + b) \cdot (16a^2 - 4ab + b^2)$$

38. (E) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$(a - b + c)^2 + (a - b) \cdot (b + c)$$

$$(x^2 + x + 1)^2 - (x - 1)^3 + (x^2 - x - 1)^2$$

$$(a + 1) \cdot (a - 1) \cdot (a^2 - 1) - (a + 1)^2 \cdot (a - 1)^2$$

$$(x^2 + 2)^2 - (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 4)$$

$$(2a + 1) \cdot (a - 2)^2 - 2a \cdot (a + 2)^2 + 15a^2$$

$$(4x + 13) \cdot (x^2 + 1) - (4x - 3) \cdot (x + 2)^2$$

39. (K) A következő egyenlőségek közül melyek azonosságok a valós számok halmazán?

$$(a - b)^2 - (b - a)^2 = 1$$

$$(a - b)^2 + (a + b) \cdot (a - b) = 2a \cdot (a - b)$$

$$(a + b)^2 - (a + b) \cdot (a - b) = 2b \cdot (a + b)$$

$$(a - b)^2 + a \cdot (a + b) = (a + b)^2 + a^2$$

$$a \cdot (a + 1) + b \cdot (b - 1) - (a - b) \cdot (a - b + 1) = 2ab$$

$$(a - b) \cdot (a + b) - 3ac - 3bc = (a - b - 3c) \cdot (a + b)$$

40. (K) A következő egyenlőségek közül melyek azonosságok a valós számok halmazán?

$$(x + y) \cdot (x + z) = x^2 + (y + z) \cdot x + yz$$

$$5x^2 - 3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) = 2x^2 + 3$$

$$7 \cdot (x^2 - 2) - 4 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3) = 3x^2 + 42$$

$$10 \cdot (x^2 - 15) - 12 \cdot (x - 4) \cdot (x + 4) = 42 - 2x^2$$

$$(x^2 + y^2) \cdot (z^2 + w^2) = (xz + yw)^2 + (xw + yz)^2$$

$$(3x + 4y)^2 + (4x - 3y)^2 = 25 \cdot (x^2 + y^2)$$

41. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!
Számítsd ki a helyettesítési értékeket!

$$(9x - 8) \cdot (8 + 9x) + 7 \cdot (6x - 5)^2 - 4 \cdot (3x + 2)^2 \quad x = 5$$

$$(3x - 1) \cdot (3x + 1) - 8 \cdot (x + 2)^2 - (x - 1)^2 \quad x = \frac{7}{3}$$

$$(x - 7)^2 + (3x + 4)^2 - 10 \cdot (x - 5) \cdot (5 + x) \quad x = 0,5$$

$$(4x - 1)^2 - (3x + 2)^2 - 7 \cdot (x - 5) \cdot (x + 5) - 4 \cdot (x + 13) \quad x = -2$$

$$(2x + 5)^2 - (4x - 3)^2 + (x - 4) \cdot (x + 4) + 11x \cdot (x + 8) \quad x = \frac{1}{4}$$

$$(5x + 7)^2 - (2 - x)^2 + (5x + 6) \cdot (5x - 6) - (7x - 2)^2 \quad x = -1$$

42. (E) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!
Számítsd ki a helyettesítési értékeket!

$$(y - 2)^3 + (y + 3)^3 - 2 \cdot (y + 2) \cdot (y^2 - 2y + 4) \quad y = \frac{1}{3}$$

$$(x - 1)^3 - (x + 1)^3 - 2 \cdot (x - 1) \cdot (x^2 - x + 1) + 2 \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) \quad x = \frac{4}{3}$$

43. (K) Alakítsd teljes négyzetté a következő kifejezéseket!

$$x^2 + 4x - 11$$

$$x^2 - 12x + 43$$

$$x^2 - 3x + 2$$

$$x^2 - 10x + 26$$

$$x^2 + 6x + 13$$

$$x^2 + 7x + 5$$

$$x^2 - 20x + 7$$

$$x^2 - 8x + 15$$

$$x^2 - 13x + 7$$

44. (K) Alakítsd teljes négyzetté a következő kifejezéseket!

$$x^2 - 2x + 4$$

$$x^2 + 8x + 2$$

$$x^2 + 5x + 1$$

$$x^2 + 18x + 63$$

$$x^2 - 6x + 8$$

$$x^2 + 21x + 21$$

$$x^2 + 14x + 31$$

$$x^2 + 16x + 4$$

$$x^2 - 9x + 8$$

45. (E) Alakítsd teljes négyzetté a következő kifejezéseket!

$$4x^2 - 12x + 13$$

$$3x^2 - 30x + 79$$

$$8x^2 + 24x + 37$$

$$2x^2 + 16x - 8$$

$$5x^2 - 20x - 3$$

$$9x^2 - 12x + 11$$

$$\frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{11}{25}$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x + 24$$

$$x^2 + \frac{4x}{5} - \frac{1}{25}$$

46. (E) Alakítsd teljes négyzetté a következő kifejezéseket!

$$-x^2 + 12x + 1$$

$$-2x^2 - 6x + 5$$

$$-5x^2 + 20x - 7$$

$$-x^2 + 8x - 2$$

$$-4x^2 - 28x + 13$$

$$-3x^2 + 6x + 1$$

$$-x^2 - 7x + 5$$

$$-x^4 - 2x^2 + 6$$

$$-x^6 - 10x^3 - 28$$

47. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$12cb - 21ac$$

$$3y^2 + 9y$$

$$8a^4 - 12a^2$$

$$15ab - 5bc$$

$$-2xy - 4zy$$

$$9x^3 - 18x$$

$$3xy - 6xz$$

$$5a^3 + 10a^2$$

$$18x^6 - 24x^3$$

48. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$a^4b^3 - a^2b^2$$

$$6a^3b - 8a^2b^2$$

$$-2x^3y^4 - 4x^4y^3$$

$$20x^2y - 30xy^2$$

$$8x^4y - 12x^2y$$

$$-28a^5b + 7a^2b^5$$

$$34a^3b^4c^5 - 51a^2b^4c^6$$

$$120xy^2z^3 - 180x^3y^2z$$

$$48a^2b^3c + 72a^4b^2d^3$$

49. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$a^4 - 4a^2 - 2a$$

$$4x^5 - 24x^4 + 12x^3$$

$$\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x$$

$$6a^4 - 9a^3 + 3a^2$$

$$6ab - 3a + 18b^2$$

$$7x - 14xy + 20x^7$$

$$4x^4 + 8x^3 + 28x^2 - 4x$$

$$12a + 10ab - 4a^2 + 2a^5$$

50. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$24x^2y^3 + 18x^3y - 30x^4y^2$$

$$75a^3b^4 - 45a^2b^3 + 60a^4b^5$$

$$10a^4b^3 - 15a^4b^2 + 20a^3b^4$$

$$16x^3y^2 - 24x^2y^2 + 32x^2y^3$$

$$17a^3b^8 - 51a^4b^5 + 34a^7b^2$$

$$18x^5y - 6x^3y^2 + 12x^4y^3$$

$$7x^2y^3 - 14x^3y^3 + 21x^2y^4$$

$$25a^4b^3 - 15a^2b^2 - 35a^3b^4$$

51. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$9x^2y + 3xy^2 + 6x^2y^2 + 3xy$$

$$2a^3b + 4ab^5 - 6a^7b + 8ab^9$$

$$x^2y^3 + x^3y^2 - x^3y^3 - x^2y^2$$

$$4a^2b^3 - 6a^3b^4 + 8a^4b^5 - 2a^5b^6$$

$$x^2yz + xy^2z + xyz^2$$

$$35a^2bc - 5ab^2c + 20abc^2$$

$$25xy^2z^3 - 15x^3y^2z + 35x^2y^2z^2 - 50xy^2z$$

$$9a^{10}bc - 6ab^7c + 3abc^4$$

52. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket! ($m; n \in \mathbb{N}^+$)

$$x^n - x^{n+1}$$

$$a^{2m} + a^{5m}$$

$$5x^{m+2} - 10x^2$$

$$14x^n - 21x^{n-2}$$

$$a^5b^{m+2} - 7a^6b^{m-4}$$

$$x^3y^{n+3} + 3x^2y^{n-1}$$

$$x^n - x^{n+1} - x^{n+2}$$

$$a^{2n} + a^{n-2} + a^n$$

$$x^m - x^{m+3} + x^{2m}$$

53. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$a \cdot (x + y) + b \cdot (y + x)$$

$$7a \cdot (a - 1) - (1 - a)$$

$$2x \cdot (x - y) - 3y \cdot (x - y)$$

$$8 \cdot (x - 2) + x \cdot (2 - x)$$

$$5a \cdot (b + 3) - 2 \cdot (3 + b)$$

$$2a \cdot (a - 5) - 3b \cdot (5 - a)$$

$$6 \cdot (x - 3) + x \cdot (x - 3)$$

$$4a \cdot (7 - x) + 9b \cdot (x - 7)$$

54. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$5a \cdot (x - y) + x - y$$

$$4x \cdot (a - b) - a + b$$

$$2a \cdot (a - 2) - a + 2$$

$$11 \cdot (x + 6y) - x - 6y$$

$$3a \cdot (b + 5) + b + 5$$

$$15x \cdot (14y - 13) - 14y + 13$$

$$6a \cdot (b - 3) + 4b - 12$$

$$7 \cdot (2x + y) - 6x - 3y$$

55. (K) Alakítsd szorzattá (kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$x \cdot (x - y)^2 - 2x \cdot (y - x)^2$$

$$5a \cdot (x - 1) - 2b \cdot (x - 1) + c \cdot (x - 1)$$

$$x \cdot (a - 6) + 2y \cdot (a - 6) - z \cdot (6 - a)$$

$$7a \cdot (x - 5) - 8b \cdot (5 - x) + 9c \cdot (5 - x)$$

$$x \cdot (a - 2) + y \cdot (2 - a) + z \cdot (a - 2)$$

$$a \cdot (x^2 + y^2) - 3b \cdot (x^2 + y^2) - 2c \cdot (x^2 + y^2)$$

$$x \cdot (a + b - c) + y \cdot (-a - b + c) - z \cdot (c - a - b)$$

$$a \cdot (x + y - z) - 3b \cdot (x + y - z) - 5c \cdot (x + y - z)$$

56. (K) Alakítsd szorzattá (többszörös kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$5x^3 - 5x^2 - 2x + 2$$

$$a^2 - ab + ac - bc$$

$$5x^2 - 5xy + 6x - 6y$$

$$2a + 2b + ac + bc$$

$$x^4 + x^3 + x + 1$$

$$ab + 3b - 2a - 6$$

$$12xy - 24yz + 72zw - 36xw$$

$$5bc - 6ac - 5bd + 6ad$$

57. (K) Alakítsd szorzattá (többszörös kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$x + y - ax - ay$$

$$a^2 - ab - 2a + 2b$$

$$6xy + 4x - 3y - 2$$

$$2ac - 2bc - 3a + 3b$$

$$2x^2 + 4x + xy + 2y$$

$$4ac + 3bc - 4ad - 3bd$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 9$$

$$8a - 8b + 7a^2 - 7ab$$

58. (K) Alakítsd szorzattá (csoportosítva, kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$4ac + 7b - 28a - bc$$

$$7xw - 5yz - 7xz + 5yw$$

$$22a^2 - 15bc - 10ab + 33ac$$

$$10z^2 + 21xy - 14zx - 15zy$$

$$9a^2 + 8b^3c^2 - 6a^2c^2 - 12b^3$$

$$20x^2z + y - 4x^2 - 5yz$$

$$3a^3 - 2b^2 - 2ab^2 + 3a^2$$

$$10y^3 + 6xz^2 + 12xy^2 + 5yz^2$$

59. (K) Alakítsd szorzattá (csoportosítva, kiemeléssel) a következő kifejezéseket!

$$ab - 8c + 4a - 2bc$$

$$6xy + 20z + 15x + 8yz$$

$$2ab + 5c + 10a + bc$$

$$24xz + 5yw - 12xy - 10zw$$

$$10a^2 + 35bc - 70ab - 5ac$$

$$21x^2 + 20yz - 28xy - 15xz$$

$$15ac - 4bd - 10ad + 6bc$$

$$8xz^2 - yw^2 + 4yz^2 - 2xw^2$$

60. (E) Alakítsd szorzattá (tagok szétbontásával) a következő kifejezéseket!

$$a^2 + a - 6$$

$$x^2 - 5x + 6$$

$$a^2 - 4a - 21$$

$$a^2 - 16a + 15$$

$$x^2 + 12x + 11$$

$$a^2 - 8a - 20$$

$$x^2 - 7x + 12$$

$$a^2 + 10a + 16$$

$$x^2 + 6x + 8$$

61. (E) Alakítsd szorzattá (tagok szétbontásával) a következő kifejezéseket!

$$a^2 - a - 12$$

$$x^2 + 6x - 55$$

$$a^2 + 7a - 30$$

$$x^2 - 9x - 22$$

$$a^2 - 8a + 15$$

$$x^2 + 3x - 28$$

$$a^2 + 4a - 45$$

$$x^2 + 5x - 14$$

$$a^2 - 2a - 15$$

62. (E) Alakítsd szorzattá (tagok szétbontásával) a következő kifejezéseket!

$$2a^2 + 9a - 5$$

$$5x^2 - 30x + 25$$

$$4a^2 - 17a - 15$$

$$6x^2 + 13x + 7$$

$$7a^2 + 13a - 2$$

$$2x^2 - 6x + 4$$

$$5a^2 + 17a + 6$$

$$2x^2 + 2x - 4$$

$$3a^2 + 8a - 3$$

63. (E) Alakítsd szorzattá (tagok szétbontásával) a következő kifejezéseket!

$$-x^2 + 3x + 10$$

$$-3a^2 + 12a - 9$$

$$-2x^2 - 20x - 48$$

$$-a^2 + 6a - 8$$

$$-3x^2 - 20x + 7$$

$$-2a^2 + 13a - 20$$

$$x^2 - 7xy + 10y^2$$

$$a^2 - 3ab - 10b^2$$

$$x^2 + 2xy - 15y^2$$

64. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$9 - x^2$$

$$16 - a^2$$

$$1 - x^2$$

$$a^2 - 81$$

$$25 - x^2$$

$$a^2 - 121$$

$$\frac{49}{64} - x^2$$

$$a^2 - \frac{1}{36}$$

$$x^2 - \frac{1}{4}$$

65. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$4a^2 - 25$$

$$49x^4 - 64$$

$$16x^2 - 9y^2$$

$$121x^2 - 169y^2$$

$$100a^6 - 196b^{14}$$

$$1 - 0,01x^2$$

$$\frac{1}{16}a^2 - \frac{9}{64}b^{10}$$

$$\frac{25}{36}x^4 - 144y^8$$

$$0,04a^2 - 0,25b^4$$

66. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$a^6b^2 - c^4d^4$$

$$49x^2y^4 - 16z^6$$

$$81a^2b^2 - 1$$

$$121a^2b^2 - \frac{1}{4}c^2$$

$$36 - x^6y^6z^4$$

$$16a^2b^4 - 4a^6b^6$$

$$a^4b^4 - 25$$

$$x^8y^{10} - 144z^6$$

$$a^{12}b^{14}c^{16} - 169x^{18}y^{20}$$

67. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$\frac{4}{x^2} - 16$$

$$\frac{0,04}{a^4} - \frac{9a^2}{b^2}$$

$$\frac{1}{9x^2} - \frac{25x^2}{121}$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{4}$$

$$\frac{25}{a^2} - \frac{16}{b^2}$$

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}$$

$$x^{2n} - y^{6n}$$

$$\frac{169}{196}a^{4n+2} - \frac{225}{256}b^{8n-8}$$

$$\frac{144}{25}x^{2k} - \frac{81}{64}y^{2k-2}$$

68. (E) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$a^2 - (2b - 3c)^2$$

$$0,25x^2 - (1,2a + b)^2$$

$$a^4b^2 - (a - b)^2$$

$$(x - 5)^2 - (y + 2)^2$$

$$(1 - 2a)^2 - (4b - 3a)^2$$

$$(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2$$

$$(3a - 2b)^2 - (a + b)^2$$

$$(x^2y^3 - 1)^2 - (x^2y^3 + 1)^2$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2$$

69. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$x^2 - 10x + 25$$

$$a^2 + 4a + 4$$

$$x^6 - 8a^3 + 16$$

$$a^6 - 6a^3 + 9$$

$$x^2 - 24x + 144$$

$$a^2 - 20a + 100$$

$$400 - 40a + a^2$$

$$x^2 + 26x + 169$$

$$a^6 - 14a^3 + 49$$

70. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$4x^2 + 4x + 1$$

$$36a^2 - 84a + 49$$

$$25x^6 + 90x^3 + 81$$

$$9a^4 + 6a^2 + 1$$

$$121 + 88x + 16x^2$$

$$49a^8 - 140a^4 + 100$$

$$49 - 28a + 4a^2$$

$$64x^2 - 48x + 9$$

$$81a^2 + 108a + 36$$

71. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$25x^4 - 10x^2y + y^2$$

$$121a^6 - 286a^3b^4 + 169b^8$$

$$81x^2 + 144xy + 64y^2$$

$$49a^2 - 112ab + 64b^2$$

$$36x^6 - 60x^3y^2 + 25y^4$$

$$9a^4 + 12a^2b^3 + 4b^6$$

$$49x^4 + 28x^2y + 4y^2$$

$$81a^6b^2 - 90a^5b^2 + 25a^4b^2$$

$$144x^2 + 72xy + 9y^2$$

72. (K) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$\begin{array}{lll} \frac{16}{9}a^2 - \frac{40}{21}ab^4 + \frac{25}{49}b^8 & \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{4}y^2 & \frac{4}{9}a^4 + \frac{1}{3}a^2b + \frac{1}{16}b^2 \\ 0,09x^4 - 2,4x^2y + 16y^2 & 0,25a^2 - 6ab^3 + 36b^6 & \frac{9x^2y^2}{144} + \frac{x^5y^6}{6} + \frac{4x^8y^{10}}{36} \\ x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} & \frac{a^{2n}}{9} + \frac{10a^n}{3} + 25 & \frac{49x^{6n}}{16} - \frac{7}{4}x^{3n}y^{4n} + \frac{y^{8n}}{4} \end{array}$$

73. (E) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$\begin{array}{ll} x^3 + 3x^2 + 3x + 1 & a^3 - 6a^2 + 12a - 8 \\ a^3 + 18a^2 + 108a + 216 & 125x^3 - 75x^2y + 15xy^2 - y^3 \\ 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 & \frac{27}{64}a^3b^6 - \frac{9}{8}a^2b^4c^2 + ab^2c^4 - \frac{8}{27}c^6 \\ 27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3 & 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \end{array}$$

74. (E) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$\begin{array}{lll} x^3 - 8 & a^3 + 1 & x^3 - 343 \\ 27 + a^9 & x^3 - 64 & 1000a^3 + b^3 \\ 8a^3 - b^3 & 125x^3 + 64y^6 & 64a^3b^6 + 8a^{12}b^3 \\ 27x^3 - 8y^3 & \frac{1}{8}a^3 - \frac{27}{125}b^6 & x^6 + y^6 \end{array}$$

75. (E) Alakítsd szorzattá (nevezetes azonosság segítségével) a következő kifejezéseket!

$$\begin{array}{lll} y^4 + 2y^3 + 3y^2 + 2y + 1 & 4x^4 + 12x^3 + 17x^2 + 12x + 4 & a^4 - 4a^3 + 10a^2 - 12a + 9 \\ 32a^5 + \frac{1}{a^5} & x^6 - 64 & y^7 + 1 \end{array}$$

76. (K) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$8x^2 + 24x + 18$	$-a^2 - 6a - 9$	$49x - 56x^2 + 16x^3$
$6x^2 - 12x + 6$	$45a^2 - 120a + 80$	$4x^3 - 24x^2 + 36x$
$-28a^2 + 28a - 7$	$5x^2 - 60x + 180$	$48a^3 + 120a^2 + 75a$

77. (K) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$2x^2 - 4xy + 2y^2$	$12a^2 - 36ab + 27b^2$	$-x^4 + 2x^2y - y^2$
$5x^2 + 10xy + 5y^2$	$28a^2 - 84ab + 63b^2$	$-9x^2 + 12xy^2 - 4y^4$
$3a^2 + 6ab + 3b^2$	$12x^2 - 60xy^2 + 75y^4$	$-5a^6 - 20a^3 - 20$

78. (K) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$3a^2b - 12ab + 12b$	$14xy - 28x^2y + 14x^3y$	$2ab^2 - 4ab + 2b$
$4xy - 8xy^2 + 4xy^3$	$8a^2b^3 - 24a^4b^2 + 18a^6b$	$3x^6 + 18x^4y + 27x^2y^2$
$3xy^2 + 6xy + 3x$	$18a^5b + 12a^4b^2 + 2a^3b^3$	$8x^2y^3 - 8x^4y^2 + 2x^6y$

79. (K) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$7x^2 - 7$	$5a^2 - 20b^2$	$99x - 11x^7$
$11a^2 - 11b^2$	$125x^3 - 45x$	$162a^4 - 32b^4$
$x^3 - x^5$	$a^4 - a^2$	$1 - x^8$

80. (K) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$x^6y^4 - x^4y^6$	$8a^2c^2 - 72b^2c^2$	$600x^3 - 54xy^4$
$2a^3 - 2ab^2$	$45x^2y^4 - 20x^4y^8$	$28a^2b^5 - 63a^4b^3$
$12x^3y - 3y^3x$	$4a^4b^2 - 9a^2b^4$	$99x^{10}y^{20} - 44x^{40}y^{30}$

81. (E) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$$x^2 - 6x + 9 - y^2$$

$$25 - a^2 + 2ab - b^2$$

$$16x^2 - 8xy + y^2 - 49$$

$$a^2 - 2ab + b^2 - 4$$

$$4x^2 - y^2 + 2y - 1$$

$$4a^2 - 20ab + 25b^2 - 36$$

$$x^2 - 4x + 4 - y^2$$

$$a^2 + 16a + 64 - 121b^2$$

$$x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 81$$

82. (E) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$$y - x + x^2 - y^2$$

$$4a^2 - b^2 - 6a + 3b$$

$$a^4 - 9 + 5a^3 + 15a$$

$$x^2 - 49 + 10xy - 70y$$

$$x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$$

$$a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$$

$$a^3 - a^2 - a + 1$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$

83. (E) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$$x + x^2 - x^3 - x^4$$

$$a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$$

$$a^4 - a^3 - a^2 + a$$

$$x^3 - 8 + 6x^2 - 12x$$

$$25a^2 - 50ab + 25b^2 - c^2 - 2cd - d^2$$

$$(2x + 7y)^2 - 9y^2$$

$$a^4 - a$$

$$3x^6y + 3yz^6$$

84. (E) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$$a^3 - 3a + 2$$

$$x^3 + x^2 - 2$$

$$a^4 + a^2 + 1$$

$$x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 5$$

$$x^4 + 4$$

$$a^8 + a^4 + 1$$

$$2a^2 - 6a + 4$$

$$3x^2 + 27x + 54$$

85. (E) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$$a^3 + 3a^2 - 4$$

$$2x^3 + x^2 - 4x - 12$$

$$a^4 + 2a^3 + 2a^2 + 2a + 1$$

$$x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 60x$$

$$a^3 + 9a^2 + 26a + 24$$

$$x^3 + 8x^2 + 19x + 12$$

$$x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$$

$$a^3 + 6a^2 + 11a + 6$$

86. (E) Alakítsd szorzattá (különböző módszerekkel) a következő kifejezéseket!

$$(a + b)^3 - (a - b)^3$$

$$(a + b)^4 - (a - b)^4$$

$$4 \cdot (3x + 5y)^2 - 16 \cdot (2x - y)^2$$

$$(x + y + 1)^2 - (x - y - 1)^2$$

$$4 \cdot (ad + bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2 + d^2)^2$$

$$ab \cdot (x^2 - y^2) + xy \cdot (a^2 - b^2)$$

$$x^3 \cdot (y - z) + y^3 \cdot (z - x) + z^3 \cdot (x - y)$$

$$(ab + ac + bc) \cdot (a + b + c) - abc$$

87. (K) Milyen x valós szám esetén lesz a kifejezés helyettesítési értéke 0?

$$2x^2 - 4x$$

$$x^5 - 9x^3$$

$$x^2 - 4x + 4$$

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

88. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép nélkül!

$$328^2 - 172^2$$

$$137^2 - 37^2$$

$$321,7^2 - 221,7^2$$

$$61 \cdot 79$$

$$199 \cdot 201$$

$$296 \cdot 304$$

$$998^2$$

$$403^2$$

$$1590^2 + 410 \cdot 1590$$

89. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép nélkül!

$$8^3 + 12^3$$

$$15^3 - 5^3$$

$$102^3$$

$$39^3$$

90. (E) Tudjuk, hogy $a + b = 5$ és $ab = -3$. Számítsd ki az $a^2 + b^2$ értékét!

91. (E) Tudjuk, hogy $a - b = 6$ és $ab = 91$. Számítsd ki az $a^2 - b^2$ értékét!

92. (E) Tudjuk, hogy $a + b = 12$ és $ab = 23$. Számítsd ki az $a^3 + b^3$ értékét!

93. (E) Tudjuk, hogy $a - b = 2$ és $ab = 7$. Számítsd ki az $a^3 - b^3$ értékét!

94. (E) Mennyi lehet az $x + \frac{1}{x}$ értéke, ha $x^2 + \frac{1}{x^2} = 79$?

95. (E) Mennyi lehet az $x + \frac{1}{x}$ értéke, ha $x - \frac{1}{x} = 1$?

96. (E) Mennyi lehet az $x^2 + \frac{1}{x^2}$ értéke, ha $x - \frac{1}{x} = 3$?

97. (E) Mennyi lehet az $x^2 + \frac{1}{x^2}$ értéke, ha $x + \frac{1}{x} = 14$?

98. (E) Számítsd ki a következő kifejezés pontos értékét számológép nélkül!

$$1003^2 - 1002^2 + 1001^2 - 1000^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2$$

99. (E) Számítsd ki a következő kifejezés értékét, ha $a + b = 1$!

$$a^3 + b^3 + 3 \cdot (a^3b + ab^3) + 6 \cdot (a^3b^2 + a^2b^3)$$

100. (E) Számítsd ki az $ab + cd$ értékét, ha az $a^2 + b^2 = 1$; $c^2 + d^2 = 1$; $ac + bd = 0$ egyenlőségek teljesülnek!

101. (E) Határozd meg az x értékét úgy, hogy a kifejezések értéke a legkisebb legyen! Mekkora ez a minimum? ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$3 \cdot (x - 1, 2)^2$$

$$(x - 1, 2)^2 + (x - 1, 4)^2$$

$$(x - 1, 2)^2 + (x - 1, 4)^2 + (x - 3, 4)^2$$

$$(x - a)^2 + (x - b)^2$$

102. (E) Határozd meg a $2x^2 + y^2 + 2x + 2xy + 4$ kifejezés minimumát, ha x és y tetszőleges valós számok!

103. (E) Bizonyítsd be, hogy ha x és y egész szám, akkor a következő kifejezés felírható 2 négyzetszám összegeként: $x^2 + 2 \cdot (x + y)^2 + 3 \cdot (x + 2y)^2 + 4 \cdot (x + 3y)^2$!

104. (E) Bizonyítsd be, hogy ha $x + y + z = 0$, akkor $x^3 + x^2z - xyz + y^2z + y^3 = 0$!

105. (E) Bizonyítsd be a következő egyenlőtlenséget! Mikor teljesülhet az egyenlőség?

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$$

106. (E) Az m valós paraméter milyen értéke mellett lehet a $2x^2 + x + m$ polinomból kiemelni az $(x + 3) - at$?

107. (E) Mennyi az együtthatók összege az $(x^2 - 2x + 2)^{2000}$ és az $(a^2 - 3a + 1)^{2007}$ kifejezés polinom alakjában?

108. (E) Mennyi a $(7x^6 - 6x^5 + 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 3)^{2002}$ kifejezés polinom alakjában az együtthatók összege?

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2002.; Matematika 9.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 9; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 12; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Gerócs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (12) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (14) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fröhlich Lajos; 2007.; Plusz 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából (emeltszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Ruff János; 2016.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (21) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (22) Saját anyagok