

Diszkrimináns, Viète – formulák, gyöktényezős alak

Diszkrimináns:

A megoldóképletben a gyök alatt álló mennyiséget diszkriminánsnak nevezzük.

Jelöléssel: $D = b^2 - 4ac$.

Megjegyzés:

A diszkriminánstól függ, hogy az egyenletnek mennyi megoldása van a valós számok körében:

- ha $D > 0$, akkor 2 megoldása van az egyenletnek
- ha $D = 0$, akkor 1 megoldása (2 egybeeső gyöke) van az egyenletnek: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
- ha $D < 0$, akkor nincs megoldása az egyenletnek.

Gyökök és együtthatók közötti összefüggések (Viète – formulák):

TÉTEL:

Ha az $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ ($a \neq 0$) másodfokú egyenletnek megoldásai x_1 és x_2 (nem feltétlenül különböző) valós számok, akkor a gyökök és az együtthatók között fennállnak a következő összefüggések: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ és $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Másodfokú egyenlet gyöktényezős alakja:

TÉTEL:

Ha az $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ ($a \neq 0$) másodfokú egyenletnek megoldásai x_1 és x_2 (nem feltétlenül különböző) valós számok, akkor az egyenlet felírható a következő alakban: $a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$. Ezt az egyenlet gyöktényezős alakjának nevezzük.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. **(K)** Írd fel az $a \cdot x^2 + x + b = 0$ és az $a \cdot x^2 + c \cdot x + b = 0$ egyenlet diszkriminánsát!

2. **(K)** Add meg a $-\frac{3}{8}x^2 + \frac{\sqrt{5}}{4} \cdot x + 1 = 0$ egyenlet diszkriminánsának értékét!

3. **(E)** Add meg a $\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot x^2 - (\sqrt{2} + 2) \cdot x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ egyenlet diszkriminánsának értékét!

4. **(K)** Határozd meg a következő másodfokú egyenletek megoldásainak számát!

a) $x^2 + 7x - 3 = 0$

b) $-x^2 + 6x - 9 = 0$

c) $10x^2 - 3x - 2 = 0$

d) $-3x^2 + 4x - 5 = 0$

e) $25x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

f) $-4x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{5} = 0$

5. **(K)** Tekintsük a következő egyenletet: $-x^2 + 4x - c = 0$. Az alábbiak közül melyik c érték esetén teljesül, hogy nem lesz valós megoldása az egyenletnek?

–7 –5 2 3,99 4 4,01

6. **(K)** Tekintsük a következő egyenletet: $a \cdot x^2 - 6x + 3 = 0$. Az alábbiak közül melyik a érték esetén teljesül, hogy 1 valós megoldása lesz az egyenletnek?

–4 –1 0 1 5 8

7. **(K)** Tekintsük a következő egyenletet: $2x^2 + b \cdot x + 18 = 0$. Az alábbiak közül melyik b érték esetén teljesül, hogy 2 különböző valós megoldása lesz az egyenletnek?

–20 –10 8,5 12 25 30,1

8. (K) Határozd meg az m valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek ne legyen valós megoldása!

a) $6x^2 + 5x - m = 0$

b) $-x^2 + m \cdot x + 4 = 0$

c) $m \cdot x^2 + 2x + 3 = 0$

d) $x^2 + 6x - m = 0$

e) $3x^2 + m \cdot x + 12 = 0$

f) $m \cdot x^2 + 7x - 21 = 0$

9. (K) Határozd meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 1 valós megoldása legyen!

a) $x^2 + 15x - p = 0$

b) $11x^2 + p \cdot x - 33 = 0$

c) $p \cdot x^2 - 20x + 8 = 0$

d) $x^2 - 6x + p = 0$

e) $x^2 + p \cdot x + 4 = 0$

f) $p \cdot x^2 + 24x - 6 = 0$

10. (K) Határozd meg a q valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 2 különböző valós megoldása legyen!

a) $x^2 - 4x + q = 0$

b) $3x^2 - q \cdot x + 2 = 0$

c) $q \cdot x^2 + 6x - 1 = 0$

d) $5x^2 + 10x - q = 0$

e) $-\frac{1}{2}x^2 - q \cdot x + 9 = 0$

f) $q \cdot x^2 - 14x + 5 = 0$

11. (E) Határozd meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek ne legyen valós megoldása!

a) $x^2 - p \cdot x + 4p = 0$

b) $x^2 - p \cdot x + p - 4 = 0$

c) $x^2 + (p - 10) \cdot x - 3p + 25 = 0$

d) $(p - 1) \cdot x^2 - (2p + 2) \cdot x + p + 4 = 0$

e) $(p + 10) \cdot x^2 + (p + 5) \cdot x + 1 = 0$

f) $(p - 1) \cdot x^2 + (p^2 + 2p - 3) \cdot x + p^2 + 6p - 7 = 0$

12. (E) Határozd meg a q valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 1 valós megoldása legyen!

a) $x^2 + 4q \cdot x + 2q^2 + 3q - 1 = 0$

b) $2x^2 - (q + 1) \cdot x + q = 0$

c) $(2 - q) \cdot x^2 - 2x + 2q = 0$

d) $(q + 2) \cdot x^2 - (q + 2) \cdot x + 1 = 0$

e) $(q - 1) \cdot x^2 - 4q \cdot x + 4q + 8 = 0$

f) $(5q - 1) \cdot x^2 + (5q - 2) \cdot x - 7q - 2 = 0$

13. (E) Határozd meg az m valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 2 különböző valós megoldása legyen!

a) $x^2 - 2m \cdot x + m^2 + m = 0$

b) $x^2 + (3m + 7) \cdot x + 2m^2 + 5m - 9 = 0$

c) $4x^2 - 2m \cdot x + m - 1 = 0$

d) $m \cdot x^2 - (2m + 1) \cdot x + m - 3 = 0$

e) $(m - 2) \cdot x^2 - (m - 5) \cdot x + 1 = 0$

f) $(m + 1) \cdot x^2 - 2m \cdot x + m - 3 = 0$

14. (E) Határozd meg a q valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek ne legyen valós megoldása!

a) $x^2 - q \cdot x = q - 3x$

b) $q \cdot x^2 - x - 2q = q \cdot x - 3$

c) $q \cdot x^2 + 6q \cdot x + 4q = -2x^2 - 1$

15. (E) Határozd meg az m valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 1 valós megoldása legyen!

a) $x^2 - 8m \cdot x + 15m^2 - 2m = 7 - 2x$

b) $m \cdot x^2 + x = m \cdot x - 4m$

c) $m \cdot x^2 + 2m \cdot x + 9 = -4x^2 - 12x - 2m$

16. (E) Határozd meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 2 valós megoldása legyen!

a) $p \cdot x^2 + 4p + 8 = x^2 + 4p \cdot x$

b) $p \cdot x^2 + p \cdot x = p + x$

c) $p \cdot x^2 + 4x = 3x^2 + p$

17. (E) Határozd meg a t valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek legfeljebb 1 valós megoldása legyen!

a) $2x^2 + (t + 1) \cdot x + t + 5 = 0$

b) $(1 - t) \cdot x^2 - 4t \cdot x + 4 - 4t = 0$

c) $(3t - 2) \cdot x^2 - (t - 3) \cdot x + 1 = 0$

18. (E) Határozd meg az s valós paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek legyen valós megoldása!

a) $(s + 2) \cdot x^2 - 2s \cdot x - s + 3 = 0$

b) $x^2 - 3s \cdot x + 2s^2 - s - 1 = 0$

c) $(s + 3) \cdot x^2 + (2s + 3) \cdot x + s + 5 = 0$

19. (E) Határozd meg az $m \in \mathbb{Q}$ paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 1 valós megoldása legyen!

a) $3x^2 - x - 5 = -2m \cdot x - m$

b) $-x^2 - 2m \cdot x + 3 = 3x + m^2 + 5m$

c) $m \cdot x^2 + m \cdot x + m = 3 + 2x$

20. (E) Határozd meg a $p \in \mathbb{Z}^+$ paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenleteknek 2 valós megoldása legyen!

a) $x^2 + 5p \cdot x + p = 0$

b) $x^2 + (2p - 8) \cdot x + p^2 + 6p + 3 = 0$

c) $(p - 1) \cdot x^2 - 2p \cdot x + p - 2 = 0$

21. (E) Határozd meg a $q \in \mathbb{Z}^+$ paraméter értékét úgy, hogy legyen valós megoldása a $q \cdot x^2 + 3q \cdot x + 2q = x^2 + x + 1$ egyenletnek!

22. (E) Határozd meg az $r \in \mathbb{Z}^+$ paraméter értékét úgy, hogy ne legyen valós megoldása az $r \cdot x^2 - (r - 1) \cdot x + 5 = 0$ egyenletnek!

23. (E) Határozd meg a $t \in \mathbb{Z}^+$ valós paraméter értékét úgy, hogy legalább 1 valós megoldása legyen a $(2t - 1) \cdot x^2 - (3t + 4) \cdot x + t = 0$ egyenletnek!

24. (K) Határozd meg a c legnagyobb egész értékét úgy, hogy az $x^2 + \sqrt{2} \cdot x + c = 0$ egyenletnek legyen valós megoldása!

25. (K) Határozd meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az $x^2 + 9x + p = 0$ és az $x^2 + p \cdot x + 9 = 0$ egyenletek mindegyikének legyen valós megoldása!

26. (K) Határozd meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az $x^2 - 4x + q = 0$ és az $x^2 - q \cdot x + 4 = 0$ egyenletek mindegyikének legyen valós megoldása!

27. (E) Határozd meg p és q pozitív paraméterek értékét úgy, hogy az $x^2 + p \cdot x + q = 0$ és az $x^2 + q \cdot x + p = 0$ egyenletek mindegyikének legyen valós megoldása!

28. (E) Mennyi a következő egyenletek gyökeinek összege és szorzata?

a) $2x^2 - 5x - 7 = 0$

b) $x^2 + 3x + 2 = 0$

c) $x^2 - 2x + 6 = 0$

d) $-x^2 + 10x - 8 = 0$

e) $2x^2 + 6x - 13,5 = 0$

f) $x^2 - 8x = 0$

29. (E) Mennyi a következő egyenletek gyökeinek összege és szorzata?

a) $3x^2 + 10x - 4 = 0$

b) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

c) $5x^2 + 12x + 7 = 0$

d) $2x^2 - 9x - 10 = 0$

e) $x^2 + 4x + 4 = 0$

f) $5x^2 - 20 = 0$

30. (E) Milyen előjelűek lesznek a következő egyenletek megoldásai?

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$

b) $-x^2 + x + 6 = 0$

c) $x^2 - 14x + 49 = 0$

d) $6x^2 + 2x - 11 = 0$

e) $4x^2 - x - 9 = 0$

f) $x^2 - 2 = 0$

31. (E) Milyen előjelűek lesznek a következő egyenletek megoldásai?

a) $-3x^2 - 6x = 0$

b) $-12x^2 + 4x - 1 = 0$

c) $4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

d) $8x^2 + (2 - 4\pi) \cdot x - 4\pi = 0$

e) $\frac{x^2}{2} - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot x + \sqrt{2} = 0$

f) $-x^2 + (1 + 2 \cdot \sqrt{2}) \cdot x - \sqrt{2} = 0$

32. (E) Határozd meg az egyenletek gyökeit a megoldóképlet alkalmazása nélkül!

a) $2x^2 + 3x = 0$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

c) $x^2 + x - 42 = 0$

d) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

e) $5x^2 + 8x - 13 = 0$

f) $2x^2 - 3x + 2 = 0$

33. (E) Határozd meg az egyenletek gyökeit a megoldóképlet alkalmazása nélkül!

a) $x^2 + a \cdot x - 2a^2 = 0$

b) $x^2 - (a + 1) \cdot x + a = 0$

c) $x^2 - (a + 2) \cdot x + 2a = 0$

d) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot x + \sqrt{6} = 0$

e) $x^2 - (1 + \pi) \cdot x + \pi = 0$

f) $x^2 + (1 + \pi) \cdot x + \pi = 0$

34. (E) Írj fel másodfokú egyenletet, amelyre teljesülnek a következő összefüggések!

a) $x_1 + x_2 = 2$ és $x_1 \cdot x_2 = -7$

b) $x_1 + x_2 = -5$ és $x_1 \cdot x_2 = 3$

c) $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$ és $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{5}$

d) $x_1 + x_2 = -3$ és $x_1 \cdot x_2 = 0$

a) $x_1 + x_2 = 0$ és $x_1 \cdot x_2 = 5$

e) $x_1 + x_2 = -\sqrt{2}$ és $x_1 \cdot x_2 = -\sqrt{3}$

35. (E) Írj fel másodfokú egyenletet, amelyre teljesülnek a következő összefüggések!

a) $x_1 + x_2 = 1$ és $x_1 \cdot x_2 = 5$

b) $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$ és $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{2}$

c) $x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$ és $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{4}$

d) $x_1 + x_2 = 0,1$ és $x_1 \cdot x_2 = -1,2$

e) $x_1 + x_2 = 0$ és $x_1 \cdot x_2 = 0$

f) $x_1 + x_2 = -\sqrt{2}$ és $x_1 \cdot x_2 = \sqrt{3}$

36. (E) Írj fel másodfokú egyenletet, amelynek ismert a főegyütthatója és az egyik gyöke!

a) $a = 2$ és $x_1 = 5$

b) $a = 4$ és $x_1 = -2$

c) $a = -1$ és $x_1 = -5$

d) $a = -\sqrt{2}$ és $x_1 = 0$

e) $a = -1,5$ és $x_1 = -\sqrt{2}$

f) $a = \sqrt{2}$ és $x_1 = \sqrt{3}$

37. (E) Írj fel egy olyan racionális együtthatójú másodfokú egyenletet, amelynek adott az egyik gyöke!

a) $x_1 = \sqrt{3}$

b) $x_1 = 2 - \sqrt{5}$

c) $x_1 = 4 + \sqrt{15}$

d) $x_1 = \sqrt{3} + \sqrt{7}$

e) $x_1 = 7 + 3 \cdot \sqrt{2}$

f) $x_1 = \frac{6 - \sqrt{2}}{5}$

38. (E) Írj fel egy olyan egész együtthatójú másodfokú egyenletet, amelynek adott az egyik gyöke!

a) $x_1 = -\sqrt{11}$

b) $x_1 = 3 - \sqrt{7}$

c) $x_1 = 1 + \sqrt{3}$

d) $x_1 = 4 - 6 \cdot \sqrt{5}$

e) $x_1 = -1 - \sqrt{2}$

f) $x_1 = \frac{3 - \sqrt{7}}{2}$

39. (E) Adott az $x^2 - 4x - 7 = 0$ egyenlet.

- a) Az egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amely megoldásaira teljesül, hogy az adott egyenlet gyökeinek 5 – szöröse!
- b) Az egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amely megoldásaira teljesül, hogy az adott egyenlet gyökeinél 5 – tel nagyobbak!

40. (E) Adott az $5x^2 + 6x - 10 = 0$ egyenlet.

- a) Az egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amely megoldásaira teljesül, hogy az adott egyenlet gyökeinek 8 – szorosai!
- b) Az egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amely megoldásaira teljesül, hogy az adott egyenlet gyökeinél 8 – cal kisebbek!

41. (E) Adott az $x^2 - x - 6 = 0$ egyenlet. Az egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amely megoldásaira teljesül, hogy az adott egyenlet gyökeinek ellentettjei!

42. (E) Adott az $x^2 + 0,2x - 0,8 = 0$ egyenlet. Az egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amely megoldásaira teljesül, hogy az adott egyenlet gyökeinek reciprokai!

43. (K) Határozd meg a p valós paraméter értékét és a másik gyököt, ha ismert az egyenlet egyik megoldása!

- a) $x^2 + 2x + p = 0$ és $x_1 = 1$
- b) $7x^2 - 3x - p = 0$ és $x_1 = 3$
- c) $x^2 - 7x + p = 0$ és $x_1 = -2$
- d) $3x^2 - 5x + 2p = 0$ és $x_1 = 5$
- e) $5x^2 + 11x - 6p = 0$ és $x_1 = -4$
- f) $x^2 - 12x + p = 0$ és $x_1 = 0$

44. (K) Határozd meg az m valós paraméter értékét és a másik gyököt, ha ismert az egyenlet egyik megoldása!

a) $x^2 + m \cdot x - 9 = 0$ és $x_1 = -9$

b) $5x^2 + m \cdot x + 24 = 0$ és $x_1 = 8$

c) $7x^2 - m \cdot x - 3 = 0$ és $x_1 = 3$

d) $2x^2 - 3m \cdot x + 8 = 0$ és $x_1 = 5$

e) $3x^2 + 2m \cdot x - 1 = 0$ és $x_1 = -4$

f) $x^2 - m \cdot x - 22 = 0$ és $x_1 = -2$

45. (K) Határozd meg a t valós paraméter értékét és a másik gyököt, ha ismert az egyenlet egyik megoldása!

a) $t \cdot x^2 - 4x + 5 = 0$ és $x_1 = -5$

b) $t \cdot x^2 - 19x - 2 = 0$ és $x_1 = -0,1$

c) $t \cdot x^2 - 5x + 2 = 0$ és $x_1 = 2$

d) $t \cdot x^2 + 6x - 1 = 0$ és $x_1 = -3$

e) $3t \cdot x^2 + 5x + 17 = 0$ és $x_1 = 4$

f) $-5t \cdot x^2 + 3x - 4 = 0$ és $x_1 = -1$

46. (E) Határozd meg a q valós paraméter értékét és a másik gyököt, ha ismert az egyenlet egyik megoldása!

a) $2x^2 + \sqrt{2} \cdot q \cdot x - q + 1 = 0$ és $x_1 = \sqrt{2}$

b) $2q \cdot x^2 - q^2 \cdot x - 6 = 0$ és $x_1 = 2$

c) $(q + 4) \cdot x^2 + (2q + 12) \cdot x + 2q + 9 = 0$ és $x_1 = -4$

47. (E) Határozd meg a q paraméter értékét úgy, hogy a $\frac{q^2 - 3}{q - 1} \cdot x^2 + \frac{q^2 - 5}{q + 1} \cdot x - \frac{q - 4}{q^2 - 1} = 0$ egyenletnek egyik megoldása a -1 legyen!

48. (K) Határozd meg a p és q valós paraméterek értékét, ha ismertek az egyenlet gyökei!

a) $x^2 + p \cdot x + q = 0$, továbbá $x_1 = 5$ és $x_2 = 7$

b) $x^2 - 3p \cdot x + q = 0$, továbbá $x_1 = -1$ és $x_2 = 3$

49. (E) Határozd meg a p és q valós paraméterek értékét, ha ismertek az egyenlet gyökei!

a) $x \cdot (x + 19) + p^2 \cdot (1 - x) + 2p \cdot (x - 3) - 7 = 0$, továbbá $x_1 = -6$ és $x_2 = 2$

b) $x^2 - (p^2 + q^2) \cdot x + pq = 0$, továbbá $x_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$ és $x_2 = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$

50. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki az $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ kifejezés értékét, ahol x_1 és x_2 az egyenletek gyökei!

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

b) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

c) $-2x^2 - x + 6 = 0$

51. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki az $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ kifejezés értékét, ahol x_1 és x_2 az egyenletek gyökei!

a) $x^2 + 11x - 12 = 0$

b) $2x^2 - 7x - 5 = 0$

c) $-2x^2 + 6x - 4 = 0$

52. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök négyzetösszegét!

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

b) $7x^2 - 4x - 1 = 0$

c) $-x^2 + 7x - 10 = 0$

53. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök köbösszegét!

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

b) $-7x^2 - 15x + 14 = 0$

c) $\frac{3x-2}{x^2-25} + \frac{4x-7}{x-5} - \frac{3x+2}{x+5} = 0$

54. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök reciprokanak összegét!

a) $x^2 + 7x + 2 = 0$

b) $2x^2 + 5x - 1 = 0$

c) $-3x^2 + x + 24 = 0$

55. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök különbségét!

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

b) $3x^2 + 4x - 5 = 0$

c) $-x^2 - 10x + 11 = 0$

56. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök négyzetének különbségét!

a) $x^2 + 7x - 18 = 0$

b) $2x^2 - 3x - 3 = 0$

c) $-x^2 + 11x + 12 = 0$

57. Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök különbségének négyzetét!

a) $x^2 + 3x - 7 = 0$

b) $4x^2 + 8x - 9 = 0$

c) $-x^2 - 6x + 1 = 0$

58. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök köbeinek reciprokának összegét!

a) $x^2 + 9x + 14 = 0$

b) $2x^2 - 7x - 4 = 0$

c) $-x^2 - 8x + 9 = 0$

59. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök köbeinek különbségét!

a) $x^2 + 10x - 39 = 0$

b) $4x^2 - 19x - 30 = 0$

c) $-x^2 - x + 132 = 0$

60. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök reciprokának különbségét!

a) $x^2 - 6x - 16 = 0$

b) $50x^2 - 35x + 6 = 0$

c) $-x^2 + 2x + 24 = 0$

61. (E) Az egyenletek megoldása nélkül számítsd ki a gyökök négyzeteik reciprokának összegét!

a) $x^2 - 11x - 26 = 0$

b) $4x^2 - 9x + 2 = 0$

c) $-x^2 + 4x + 5 = 0$

62. (E) Adott a $3x^2 - 7x + 1 = 0$ másodfokú egyenlet. Az x_1 és x_2 valós megoldások kiszámítása nélkül határozd meg az $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$ kifejezés értékét!

63. (E) Adott az $5x^2 - 12x - 3 = 0$ másodfokú egyenlet. Az x_1 és x_2 valós megoldások kiszámítása nélkül határozd meg az $3x_1 - 10x_1 x_2 + 3x_2$ kifejezés értékét!

64. (E) Adott az $\frac{(x-1) \cdot (x+1)}{2} + \frac{(x-2)^2}{3} = \frac{(x+4)^2}{6}$ egyenlet. Az x_1 és x_2 valós megoldások kiszámítása nélkül határozd meg az $\frac{x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2}{5x_1x_2} + \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 3$ kifejezés értékét!

65. (E) Adott a $2x^2 - 5x + 2 = 0$ másodfokú egyenlet. Az x_1 és x_2 valós megoldások kiszámítása nélkül határozd meg az alábbi kifejezések értékét!

$-2x_1 - 2x_2$	$7x_1x_2$	$\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2}$	$\frac{1}{x_1^2} \cdot \frac{1}{x_2^2}$
$x_1^2 + x_2^2$	$(x_1 + x_2)^2$	$x_1 - x_2$	$x_1^2 - x_2^2$
$(x_1 - x_2)^2$	$x_1^3 + x_2^3$	$(x_1 + x_2)^3$	$x_1^3 - x_2^3$
$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$	$\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$	$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
$\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$	$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$	$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}$	$(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2$

66. (E) Az $x^2 + 3x - 5 = 0$ egyenlet gyökei az $x^2 + p \cdot x + q = 0$ egyenlet gyökeinek reciprokai. Az adott egyenlet megoldása nélkül számítsd ki a $p + q$ kifejezés értékét!

67. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek adottak a gyökei!

a) $x_1 = 2$ és $x_2 = -3$

b) $x_1 = 7$ és $x_2 = 1$

c) $x_1 = -4$ és $x_2 = -5$

d) $x_1 = -11$ és $x_2 = 23$

e) $x_1 = 10$ és $x_2 = 10$

f) $x_1 = -9$ és $x_2 = 0$

68. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek adottak a gyökei!

a) $x_1 = \frac{1}{3}$ és $x_2 = -\frac{1}{4}$

b) $x_1 = -\frac{2}{5}$ és $x_2 = 8$

c) $x_1 = -0,6$ és $x_2 = -0,1$

d) $x_1 = 0,4$ és $x_2 = -0,02$

e) $x_1 = -0,125$ és $x_2 = -6$

f) $x_1 = 0$ és $x_2 = \frac{1}{2}$

69. (K) Írj fel olyan egész együtthatós másodfokú egyenletet, amelynek adottak a gyökei!

a) $x_1 = -\frac{2}{3}$ és $x_2 = \frac{1}{5}$

b) $x_1 = -3$ és $x_2 = \frac{22}{13}$

c) $x_1 = \frac{1}{2}$ és $x_2 = -2$

d) $x_1 = -0,3$ és $x_2 = -0,4$

e) $x_1 = -0,25$ és $x_2 = \frac{3}{8}$

f) $x_1 = 0$ és $x_2 = \frac{5}{6}$

70. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek főegyütthatója a legkisebb prímszám és adottak a gyökei!

a) $x_1 = 21$ és $x_2 = 12$

b) $x_1 = \frac{4}{7}$ és $x_2 = 5$

c) $x_1 = -\frac{7}{8}$ és $x_2 = \frac{13}{9}$

d) $x_1 = -\frac{3}{4}$ és $x_2 = -\frac{4}{3}$

e) $x_1 = -\frac{1}{2}$ és $x_2 = -\frac{1}{2}$

f) $x_1 = 0$ és $x_2 = -3$

71. (E) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek adottak a gyökei!

a) $x_1 = \sqrt{2}$ és $x_2 = -\sqrt{3}$

b) $x_1 = \frac{3}{2}$ és $x_2 = \sqrt{5}$

c) $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ és $x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $x_1 = 3 - \sqrt{2}$ és $x_2 = 3 + \sqrt{2}$

e) $x_1 = 3$ és $x_2 = 3 \cdot \sqrt{3}$

f) $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ és $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

72. (E) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amely főegyütthatója a legkisebb pozitív egész szám és adottak a gyökei!

a) $x_1 = -\sqrt{5}$ és $x_2 = \sqrt{5}$

b) $x_1 = \sqrt{7}$ és $x_2 = 3 \cdot \sqrt{7}$

c) $x_1 = \sqrt{2} + 1$ és $x_2 = \sqrt{2} - 1$

d) $x_1 = \frac{1}{2}$ és $x_2 = \sqrt{3}$

e) $x_1 = -\sqrt{2} - 1$ és $x_2 = -\sqrt{2} - 1$

f) $x_1 = 0$ és $x_2 = -\sqrt{2}$

73. (E) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek adottak a gyökei! ($a; b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$)

a) $x_1 = a$ és $x_2 = b$

b) $x_1 = a$ és $x_2 = \frac{1}{a}$

c) $x_1 = a + b$ és $x_2 = a - b$

d) $x_1 = \frac{a}{b}$ és $x_2 = \frac{b}{a}$

e) $x_1 = \pi$ és $x_2 = 2\pi$

f) $x_1 = -3\pi$ és $x_2 = \frac{\pi}{2}$

74. (E) Írj fel 3 különböző módszerrel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei $x_1 = -8$ és $x_2 = 9$!
75. (K) Mennyi olyan másodfokú egyenlet van, amelynek gyökei $x_1 = 2$ és $x_2 = 3$?
76. (K) Mit lehet tudni azoknak a másodfokú egyenleteknek az együtthatóiról, amelyek gyökei egymás ellentettjei? Írj fel egy ilyen másodfokú egyenletet!
77. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei $x_1 = x_2 = 0$!
78. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelyre teljesül, hogy a gyökök összege 25 és az egyik megoldása 19 – ez nagyobb a másikonál!
79. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelyre teljesül, hogy a gyökök szorzata 2 – ez az összegüknek és az egyik megoldása 3 – ez nagyobb a másikonál!
80. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelyre teljesül, hogy a gyökök szorzata 2, hányadosa 98!
81. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelyre teljesül, hogy a gyökök számtani közepe 5, mértani közepe 4!
82. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelyre teljesül, hogy a gyökök négyzetösszege 24!
83. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelyre teljesül, hogy a gyökök szorzata 2, különbsége 0, 5!
84. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2 + 4x - 5 = 0$ egyenlet megoldásainak összege, illetve különbsége!

85. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2 - 5x + 6 = 0$ egyenlet megoldásaitól csak előjelben térnek el és a főegyütthatója páros prímszám!
86. (K) Írd fel az összes olyan másodfokú egyenletet, amelynek az egyik gyöke a legkisebb kétjegyű pozitív prímszám, a másik gyöke pedig a legkisebb olyan kétjegyű pozitív egész szám, amelynek 7 - es osztási maradéka 2!
87. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2 + x - 2 = 0$ egyenlet megoldásainál 7 - tel nagyobbak!
88. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2 + 4x + 4 = 0$ egyenlet megoldásainál 2 - vel kisebbek!
89. (K) Az $x^2 - x - 20 = 0$ egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül írd fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az adott egyenlet megoldásainak ellentettjei!
90. (K) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei az $x^2 - 0,1x - 0,2 = 0$ egyenlet megoldásainak 5 - szöröse!
91. (E) Írj fel olyan másodfokú egyenletet, amelynek gyökei a $-x^2 - 4 \cdot \sqrt{2} \cdot x + 10 = 0$ egyenlet megoldásainak 3 - szorosai!
92. (K) Bontsd fel elsőfokú tényezők szorzatára az alábbi polinomokat!
- a) $x^2 - 5x + 6$
- b) $x^2 + x - 6$
- c) $x^2 + 16x + 60$
- d) $x^2 - 7x + 50$
- e) $-x^2 + 8x - 15$
- f) $-x^2 - \frac{8}{3}x + 1$

93. (K) Bontsd fel elsőfokú tényezők szorzatára az alábbi polinomokat!

a) $x^2 + 8x - 9$

b) $x^2 - 3x - 88$

c) $x^2 + 2x - 35$

d) $x^2 - x - 56$

e) $x^2 - 16x + 64$

f) $-x^2 + x + 20$

94. (K) Bontsd fel elsőfokú tényezők szorzatára az alábbi polinomokat!

a) $2x^2 - 7x + 3$

b) $3x^2 + 8x + 4$

c) $6x^2 + 7x - 5$

d) $-12x^2 + 13x + 4$

e) $0,5x^2 - 3x + 4$

f) $-20x^2 + 7x + 6$

95. (K) Bontsd fel elsőfokú tényezők szorzatára az alábbi polinomokat!

a) $4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}$

b) $-3x^2 + 5x - 2$

c) $10x^2 + 29x + 21$

d) $8x^2 - 10x + 3$

e) $72x^2 - 67x + 15$

f) $-2x^2 - 9x + 18$

96. (E) Bontsd fel elsőfokú tényezőik szorzatára az alábbi polinomokat!

a) $x^2 - 4x + 1$

b) $x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 4$

c) $4x^2 - (2 \cdot \sqrt{3} - 2) \cdot x - \sqrt{3}$

d) $x^2 - \sqrt{3} \cdot x + \sqrt{6} - 2$

e) $\frac{x^2}{2} - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot x + \sqrt{2}$

f) $-x^2 + (1 + \sqrt{2}) \cdot x - \sqrt{2}$

97. (E) Bontsd fel elsőfokú tényezőik szorzatára az alábbi polinomokat!

a) $2x^2 + (1 - 2\pi) \cdot x - \pi$

b) $8x^2 + 2x \cdot (1 - 2\pi) - \pi$

c) $3x^2 - (\sqrt{27} + 3\pi) \cdot x + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi$

d) $x^2 + xy - 12y^2$

e) $-4x^2 - 24xy + 28y^2$

f) $x^2 - \frac{2}{3}xy - \frac{8}{9}y^2$

98. (K) Egyszerűsítsd a következő törtet!

a) $\frac{2x + 6}{x^2 - 2x - 15}$

b) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 6x + 9}$

c) $\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 11x + 30}$

d) $\frac{x^2 - 100}{x^2 - 8x - 20}$

e) $\frac{4x^2 - 8x}{x^2 + 4x - 12}$

f) $\frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$

99. (K) Egyszerűsítsd a következő törteket!

$$a) \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}$$

$$b) \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 2x - 8}$$

$$c) \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + x - 30}$$

$$d) \frac{x^2 + 8x + 12}{x^2 + 3x + 2}$$

$$e) \frac{-x^2 - 2x + 63}{x^2 + 8x - 9}$$

$$f) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$$

100. (K) Egyszerűsítsd a következő törteket!

$$a) \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 3x - 2}$$

$$b) \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 + x - 12}$$

$$c) \frac{5x^2 - 2x - 7}{x^2 - 8x - 9}$$

$$d) \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 3x - 2}$$

$$e) \frac{x^2 - 5x - 6}{3x^2 + 4x + 1}$$

$$f) \frac{2x^2 - 5x - 7}{x^2 + 8x + 7}$$

101. (K) Egyszerűsítsd a következő törtet!

a) $\frac{10x^2 - 31x - 14}{15x^2 - 29x - 14}$

b) $\frac{6x^2 + 5x - 4}{3x^2 + 19x + 20}$

c) $\frac{9x^2 + 39x - 30}{4x^2 + 22x + 10}$

d) $\frac{10x^2 - 13x - 3}{-8x^2 + 14x - 3}$

e) $\frac{2x^2 - x - 3}{4x^2 - 7,5x + 2,25}$

f) $\frac{12x^2 + 17x - 7}{4x^2 + 27x + 35}$

102. (K) Egyszerűsítsd a következő törtet!

a) $\frac{2x^2 + 7x + 6}{-2x^2 + 5x + 12}$

b) $\frac{6x^2 + 23x + 20}{2x^2 + 9x + 10}$

c) $\frac{6x^2 - x - 15}{4x^2 - 4x - 15}$

d) $\frac{3x^2 - 8x - 3}{-3x^2 + 2x + 1}$

e) $\frac{6x^2 + x - 2}{-2x^2 + 5x - 2}$

f) $\frac{3x^2 - 13x - 10}{2x^2 - 7x - 15}$

103. (E) Egyszerűsítsd a következő törteket!

a) $\frac{-x^2 - 12x + 85}{x^3 - 125}$

b) $\frac{x^3 + 8}{x^2 + 6x + 8}$

c) $\frac{x^2 - 3x - 28}{x^3 + 64}$

d) $\frac{x^3 - 27}{x^2 - 5x + 6}$

e) $\frac{x^4 - 16}{x^2 + 17x - 38}$

f) $\frac{(x^3 - 1) \cdot (x^2 - 4)}{x^2 - 3x + 2}$

104. (E) Egyszerűsítsd a következő törteket!

a) $\frac{-x^2 + 7xy - 6y^2}{x^2 + xy - 2y^2}$

b) $\frac{-9x^2 + 12xy - 3y^2}{-3x^2 - 2xy + y^2}$

c) $\frac{2x^2 - xy - 3y^2}{4x^2 - 7,5xy + 2,25y^2}$

d) $\frac{x^2 - 2xy - 3y^2}{x^2 - 4xy + 3y^2}$

e) $\frac{2x^2 + 5xy - 3y^2}{2x^2 + 3xy - 2y^2}$

f) $\frac{-2x^2 + 4xy + 30y^2}{-2x^2 + 14xy - 20y^2}$

105. (E) Egyszerűsítsd a következő törteket!

a) $\frac{x^2 + (3 - 2y) \cdot x - 6y}{x^2 - (1 + 2y) \cdot x + 2y}$

b) $\frac{6x^2 + (15 + 4y) \cdot x + 10y}{6x^2 + (4y - 9) \cdot x - 6y}$

c) $\frac{x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot x - \sqrt{6}}{x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot x + \sqrt{15}}$

d) $\frac{x^2 + \sqrt{2} \cdot x}{x^2 + (\sqrt{2} - 2) \cdot x - 2 \cdot \sqrt{2}}$

e) $\frac{3 + \sqrt{12} \cdot x + x^2}{x^2 - 3}$

f) $\frac{x^2 - (1 + \sqrt{2}) \cdot x + \sqrt{2}}{x^2 + (1 - \sqrt{2}) \cdot x - 2 \cdot \sqrt{2}}$

106. (E) Határozd meg a k értékét úgy, hogy a $2x^2 + x + k$ kifejezésből ki lehessen emelni $x + 3 - a$!

107. (E) Egy másodfokú függvény zérushelyeinek szorzata 4, a függvény maximuma az $x = 2$ helyen van. Mennyi ez a maximum?

108. (E) Egy másodfokú függvény minimuma -3 , zérushelyeinek összege 2. Határozd meg a függvény hozzárendelési szabályát!

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2003.; Matematika 10.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (3) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2009.; Sokszínű matematika 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 10; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (9) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dobcsányi János; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (21) Saját anyagok