

Irracionális egyenletek, egyenlőtlenségek

Minta példa:

$$\sqrt{17-x} = x - 5 \quad \text{Értelmezési tartomány: } 17 - x \geq 0, \text{ vagyis } 17 \geq x.$$

Az egyenlet megoldása: (emeljük négyzetre az egyenlet mindkét oldalát)

$$17 - x = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

A megoldóképlet segítségével kapjuk, hogy az egyenlet megoldása $x_1 = 1$ és $x_2 = 8$.

A kapott eredmények megfelelnek a feltételnek.

Ellenőrizzük a megoldásokat:

$$\sqrt{17-1} = 1 - 5 \quad \rightarrow \quad 4 \neq -4 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1 \text{ nem megoldása az egyenletnek}$$

$$\sqrt{17-8} = 8 - 5 \quad \rightarrow \quad 3 = 3 \quad \rightarrow \quad x_2 = 3 \text{ megoldása az egyenletnek}$$

Felmerülhet a kérdés, ha minden lépés helyes volt, akkor vajon miért nem lesz megfelelő megoldás az x_1 értéke? Nos, a négyzetgyökvonás művelete esetén nem csak az értelmezési tartományt vizsgálhatjuk, hanem az értékészletet is. Ez azt jelenti, hogy a definíció alapján a négyzetgyök alatti kifejezés és a négyzetgyök értéke is csak egy nem negatív valós szám lehet.

Ebből adódik, hogy mielőtt hozzánk kezdünk megoldani az egyenletet, a jobb oldali kifejezésre is írhatunk fel kritériumot: $x - 5 \geq 0$, vagyis $x \geq 5$.

Ezek után látszik, hogy az általunk meghatározott halmazon a négyzetre emelés nem volt ekvivalens átalakítás, így bejöhettek hamis gyök. Viszont, ha azt szűkítjük az $5 \leq x \leq 17$ intervallumra, akkor az eredeti egyenlet és a négyzetre emelés után kapott egyenlet ekvivalens (egyenértékű) marad, s így a végén már csak az x_2 értéke felelt volna meg a feltételnek.

Megjegyzés:

- *A minta példához hasonlóan minden páros kitevőjű gyök esetén vizsgálhatjuk az értelmezési tartományt és az értékészletet. Páratlan kitevőjű gyökök esetén nem kell feltételt szabnunk.*
- *Ha egyetlen gyökös kifejezés szerepel az egyenletben, akkor célszerű úgy rendezni, hogy az egyik oldalon csak ez az irracionális kifejezés álljon. Ezután emeljük megfelelő hatványra az egyenlet mindkét oldalát. Ügyelnünk kell arra, hogy nevezetes azonosságok is kialakulhatnak a hatványozások során.*
- *Ha több gyökös kifejezés is szerepel egy egyenletben, akkor rendezzük úgy (ha lehet), hogy mindkét oldalon legfeljebb 2 irracionális kifejezés álljon. Ekkor többszörös négyzetre emelésekkel (megfelelő hatványozásokkal) ezek kiküszöbölhetők.*

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{2x - 3} = 7$

b) $\sqrt{4 - x} = 2,5$

c) $\sqrt{8 - 3x} = 4$

d) $\sqrt{3x + 1} = -2$

e) $\sqrt{x - 5} = 0$

f) $\sqrt{8x - 13} = 8$

2. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x + 2} = 9$

b) $\sqrt{3x - 5} = 2$

c) $\sqrt{\frac{1}{2} + x} = \frac{7}{2}$

d) $\sqrt{3x - 50} = -6$

e) $\sqrt{x - 25} = 0$

f) $\sqrt{4,5 - 1,5x} = 5$

3. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{1 - 2x} + 10 = 0$

b) $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{8 - 2x} - 7 = 5$

c) $1 - 2 \cdot \sqrt{x + 3,5} = -4$

d) $3 \cdot \sqrt{x - 3} - 2 = 10$

e) $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{x + \frac{1}{9}} - 2 = 3$

f) $3 \cdot \sqrt{x} - 5 = 7 - 9 \cdot \sqrt{x}$

4. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt[7]{x + 3} = -1$

b) $\sqrt[3]{18x + 11} = -4$

c) $\sqrt[4]{x - 2} = 1$

d) $\sqrt[5]{\frac{2}{3}x - 9} = 2$

e) $\sqrt[4]{2x - 1} = -3$

f) $\sqrt[3]{\frac{3}{7} - x} = \frac{1}{2}$

5. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $2 - \sqrt[4]{6 - 3x} = -1$

b) $\sqrt[5]{3x - 0,5} + 0,5 = 0$

c) $3 \cdot \sqrt[6]{10x + 4} + 5 = 11$

d) $2 \cdot \sqrt[3]{5x + 1} + 3 = 0$

e) $7 + \sqrt[8]{x - 9} = 6$

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{5} - 3x} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = 0$

6. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{\frac{2x-1}{x}} = 3$

b) $\sqrt{\frac{3-2x}{1+x}} = 0$

c) $\sqrt[4]{3x - \frac{4}{5}} - \sqrt{2} = 0$

d) $\sqrt[4]{2x - \frac{7}{4}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

e) $\sqrt[6]{3x - 4} = 2 \cdot \sqrt{5}$

f) $\sqrt[3]{x - \sqrt{2}} = \sqrt{8}$

7. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 + 2} = 3$

b) $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{3}$

c) $\sqrt{x^2 + \sqrt{3}} = 0$

d) $\sqrt{\frac{x^2}{2} - \frac{5}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}} = 0$

e) $\sqrt{x^2 - \sqrt{2}} = \sqrt{5}$

f) $\sqrt{4,5 - \frac{x^2}{3} - \frac{3}{\sqrt{2}}} = 0$

8. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 - 9x + 23} = 3$

b) $\sqrt{x^2 - 4x - 8} = 2$

c) $\sqrt{6x^2 - x - 2} - 1 = 0$

d) $\sqrt{28 - x - x^2} = 4$

e) $\frac{\sqrt{2x^2 + 3x + 2}}{\sqrt{1 + x - x^2}} = 2$

f) $\sqrt{(x + 1)^2} = 2$

9. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt[4]{x^2 - 36} = 2 \cdot \sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{x^2 + 4} = 5$

c) $\sqrt[6]{x^2 - 17x + 134} = 2$

d) $\frac{1}{2} - \sqrt[3]{\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}} = 0$

e) $\sqrt[7]{\frac{x^2 - 9x - 22}{2x^2 + 9x - 35}} = 1$

f) $\frac{\sqrt[3]{x^2 - 3x - 2}}{\sqrt[3]{x^2 + x - 1}} = 2$

10. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2} = 4, 2$

b) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 12$

c) $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} = 4$

d) $\sqrt{(x - 2, 8)^2} = |-3, 2|$

e) $\sqrt{9x^2 - 30x + 25} = 21$

f) $\sqrt{(x + 1)^4} = 4$

11. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{5 + \sqrt{2 - x}} = 1$

b) $\sqrt{2 - \sqrt{2x + 1}} = 1$

c) $\sqrt{3 + \sqrt{x - 1}} = 1$

d) $\sqrt{4 - \sqrt{3x - 5}} = 2$

e) $\sqrt{1 + \sqrt{4x + 6}} = 3$

f) $\sqrt{2 + \sqrt{x - 1}} = 1$

12. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x + 7} = \sqrt{x - 3}$

b) $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$

c) $\sqrt{x - 3} = \sqrt{x - 3}$

d) $\sqrt{5x - 6} = \sqrt{1 - 2x}$

e) $5 \cdot \sqrt{8 + 3x} = \sqrt{150 + 50x}$

f) $\sqrt{3x - \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{7}{3} - 4x}$

13. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{6x + 7} = \sqrt{x + 2}$

b) $\sqrt{13x + 5} = \sqrt{24x - 3}$

c) $\sqrt{7x - 5} = \sqrt{4x + 7}$

d) $\sqrt{4x - 5} = \sqrt{x + 1}$

e) $\sqrt{x + 1} = \sqrt{1 - x}$

f) $\sqrt{2x + 1} = \sqrt{5 - x}$

14. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x-7} - \sqrt{5-x} = 0$

b) $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-4,25} = 0$

c) $2 \cdot \sqrt{2x-1} - \sqrt{7x+1} = 0$

d) $\sqrt{2x - \frac{1}{3}} - \sqrt{3x + \frac{1}{2}} = 0$

e) $\sqrt{\frac{2}{3} - 4x} - \sqrt{2x + \frac{1}{2}} = 0$

f) $\sqrt{x - \frac{1}{3}} - \sqrt{2x - \frac{1}{2}} = 0$

15. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 - 10x + 30} = \sqrt{x^2 - 4x + 50}$

b) $\sqrt{3x^2 + 3x - 1} = \sqrt{x}$

c) $\sqrt{x+2} = \sqrt{8-x^2}$

d) $\sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{13 - x^2}$

e) $2 \cdot \sqrt{2x+5} = \sqrt{8x^2 + 20x}$

f) $\sqrt{6x^2 + 8x - 8} - \sqrt{3x - 2} = 0$

16. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{4-5x} = 3x$

b) $\sqrt{x} = x - 2$

c) $\sqrt{5x+1} = x + 1$

d) $\sqrt{7x+9} = 2x - 3$

e) $\sqrt{3x-1} = 3x - 1$

f) $\sqrt{4-x} = x - 4$

17. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x} = 2x - 6$

b) $\sqrt{2-x} = x + 4$

c) $\sqrt{3x-5} = x - 1$

d) $\sqrt{13x-4} = x + 2$

e) $\sqrt{4x-3} = 3x - 2$

f) $\sqrt{\frac{1}{2}x} = -\frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$

18. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $7 \cdot \sqrt{x} + 2x = 15$

b) $\sqrt{x-5} + 7 = x$

c) $x - \sqrt{2x+1} = 1$

d) $\sqrt{10-x} - x + 10 = 0$

e) $5x - 3 \cdot \sqrt{x} = 14$

f) $\sqrt{3x+9} + 3 = 5x$

19. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $x - 3 - \sqrt{x-3} = 2$

b) $3x + 8 \cdot \sqrt{x} = 3$

c) $2x - \sqrt{-5-4x} = -4$

d) $-2 \cdot \sqrt{x} + 15 = x$

e) $x - 5 \cdot \sqrt{x} + 6 = 0$

f) $\sqrt{\frac{4}{3} - \frac{2}{9}x} + 2 = \frac{1}{3}x$

20. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{\frac{16x^2}{25}} = 0,2x + 3$

b) $\sqrt{25 - x^2} = x - 1$

c) $\sqrt{x^2 + 2x} = 1 - 3x$

d) $\sqrt{x^2 - 16} = x - 4$

e) $\sqrt{3x^2 + 5x - 3} = x$

f) $\sqrt{17x^2 - 8x - 3} = -x$

21. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{6x^2 + 5x + 2} - 3x = 2$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 1 = 2x - 5$

c) $\sqrt{x^2 + 3x + 5} + x = 4$

d) $4 \cdot \sqrt{1 - x + x^2} - 8 = -x$

e) $\sqrt{5x - 3} \cdot \sqrt{x - 5} - 1 = x$

f) $\sqrt[20]{72 - 2x^2} + 2024 = x$

22. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{2x + 5} + \sqrt{x - 1} = 8$

b) $2 \cdot \sqrt{3 + x} - \sqrt{-2x} = 4$

c) $\sqrt{x + 8} - \sqrt{5x + 20} = -2$

d) $\sqrt{x - \frac{7}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4} - x} = 3$

e) $\sqrt{2x - 5} - \sqrt{7 - 2x} = \sqrt{2}$

f) $\sqrt{1 + x} + \sqrt{2 + x} = -3$

23. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x+3} + 1 = \sqrt{3x-1}$

b) $\sqrt{2x-3} = \sqrt{12-8x} + 4$

c) $\sqrt{2x+1} = 2 - \sqrt{3x+1}$

d) $\sqrt{x-11} + \sqrt{15-x} = 2$

e) $\sqrt{3} + \sqrt{5-x} = \sqrt{x}$

f) $\sqrt{x+7} = 3 + 2 \cdot \sqrt{2-x}$

24. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x} + \sqrt{x-5} = \sqrt{10-x}$

b) $\sqrt{1-x} - \sqrt{2-x} = \sqrt{2+x}$

c) $\sqrt{x-4} + \sqrt{x-9} = \sqrt{x-13}$

d) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1} = \sqrt{4x-1}$

e) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+3}$

f) $\sqrt{x+7} + \sqrt{x+2} = \sqrt{3x+19}$

25. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{20+x} + \sqrt{20-x} = \sqrt{6x}$

b) $\sqrt{7-4x} + \sqrt{-2x} - \sqrt{1-14x} = 0$

c) $\sqrt{4+x} + \sqrt{x+9} - \sqrt{x+25} = 0$

d) $\sqrt{x+6} - \sqrt{x+2} - \sqrt{2x+8} = 0$

e) $\sqrt{\frac{x-3}{2}} + \sqrt{2x} - \sqrt{x+3} = 0$

f) $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = \sqrt{5-2 \cdot \sqrt{6}}$

26. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket négyzetre emelés nélkül!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x$

b) $\sqrt{x^2 + 12x + 36} = x - 36$

c) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 2x - 1$

d) $\sqrt{121 + 22x + x^2} = 2x + 3$

e) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3 - x$

f) $\sqrt{25x^2 + 20x + 4} = 7 - 2x$

27. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{(x - 3)^2} + \sqrt{(x + 4)^2} = 11$

b) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} - \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 4$

c) $\sqrt{x^2 + 8x + 16} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 1$

d) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{25 - 10x + x^2} = 4$

e) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2 \cdot \sqrt{x^2} - 2$

f) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

28. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$

b) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 4x - 4} = \sqrt{x^2 - 4x - 1}$

c) $\sqrt{2x^2 - 5x + 13} + \sqrt{2x^2 - 5x + 1} = 2 \cdot \sqrt{2x^2 - 5x + 6}$

d) $\sqrt{x^2 + 3x + 12} - \sqrt{x^2 + 3x + 5} = \sqrt{x^2 + 3x - 3}$

e) $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

f) $\sqrt{8x^2 - 14x + 5} - \sqrt{4x^2 - 1} = \sqrt{2x^2 + x - 1}$

29. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 - 9} = x^2 - 21$

b) $x^2 + 11 + \sqrt{x^2 + 11} = 42$

c) $x^2 + x + \sqrt{x^2 + x + 7} = 5$

d) $x^2 - 4x + 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$

e) $\sqrt{x^2 + 5x + 3} - \sqrt{x^2 + 3x + 2} = 2x + 1$

f) $6x^2 + 7x \cdot \sqrt{1+x} = 24 \cdot (1+x)$

30. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{3 + \sqrt{5-x}} = \sqrt{x}$

b) $\sqrt{4 - 2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}} = 2x$

c) $\sqrt{x+5 - 4 \cdot \sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2 - 2 \cdot \sqrt{x+1}} = 1$

d) $\sqrt{x+2 + 2 \cdot \sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2 - 2 \cdot \sqrt{x+1}} = 4$

e) $\sqrt{x+22 - 10 \cdot \sqrt{x-3}} + \sqrt{x+6 - 6 \cdot \sqrt{x-3}} = 2$

f) $x - 1 = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{16+x^2}$

31. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{x+1}{\sqrt{5x-1}} = \sqrt{x}$$

$$b) \sqrt{3x+5} + \sqrt{10-x} = \frac{15}{\sqrt{10-x}}$$

$$c) \sqrt{9-5x} - \sqrt{3-x} = \frac{6}{\sqrt{x-3}}$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{3+2x}-\sqrt{3-2x}} - \frac{1}{\sqrt{3+2x}+\sqrt{3-2x}} = 1$$

$$e) 2 \cdot \sqrt{\frac{x+2}{x-3}} + 3 \cdot \sqrt{\frac{x-3}{x+2}} = 5$$

$$f) \frac{6}{\sqrt{x-8}-9} + \frac{1}{\sqrt{x-8}-4} + \frac{7}{\sqrt{x-8}+4} + \frac{12}{\sqrt{x-8}+9} = 0$$

32. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \sqrt{5-x} + \sqrt{x-4} = x^2 - 9x + 21$$

$$b) \sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1 - x$$

$$c) (\sqrt{x^2+5} - 3) \cdot (2 \cdot \sqrt{x^2+5} + 1) = 0$$

$$d) (3 \cdot \sqrt{x} + 3)^2 + (3 \cdot \sqrt{x} - 4)^2 = (3 \cdot \sqrt{x} + 5)^2$$

$$e) x \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} - 4 = 4 \cdot (\sqrt{x} - 1)$$

$$f) \frac{2-x}{2-\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{2-x}{2}}$$

33. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt[6]{x^3} = \sqrt{x}$

b) $\sqrt{x^6} = \sqrt[4]{x^4}$

c) $\sqrt[4]{x^4} = x$

d) $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} = \sqrt{x}$

e) $\sqrt[5]{x^2} - \sqrt[5]{x} = 2$

f) $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 10x + 4} = x - 1$

34. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} - 6 = 0$

b) $\sqrt[3]{4x-7} + 3 \cdot \sqrt[6]{4x-7} - 10 = 0$

c) $\sqrt[12]{x^7} - 2 \cdot \sqrt[3]{x} + 3 \cdot \sqrt[4]{x} - 6 = 0$

d) $\sqrt[7]{\frac{8x}{x+10}} - 2 \cdot \sqrt[7]{\frac{x+10}{8x}} = 1$

e) $\sqrt[3]{2x+1} - \sqrt[3]{2x-1} = 1$

f) $\sqrt[4]{8+x} + \sqrt[4]{8-x} = 2$

35. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{2x+3} \geq -1$

b) $\sqrt{x+4} < 3$

c) $\sqrt{x-2} \leq -3$

d) $\sqrt{2x-5} > 7$

e) $\sqrt{4x+3} < 2$

f) $\sqrt{8-2x} \geq 3$

36. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{3x+6} - 2 < 0$

b) $5 - \sqrt{8-3x} < 2$

c) $6 + \sqrt{4-5x} > 0$

d) $3 \cdot \sqrt{7x+2} - 4 \leq 5$

e) $2 \cdot \sqrt{2x+3} + 3 \geq 7$

f) $\sqrt{3x-4} + 1 < -1$

37. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt[3]{12x-92} \geq -2$

b) $\sqrt[4]{3x+553} \leq 5$

c) $\sqrt[5]{2x+4} \leq -3$

d) $\sqrt[6]{14-7x} \geq -1$

e) $\sqrt[7]{2110-11x} \leq 3$

f) $\sqrt[10]{5x+2020} < -2021$

38. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{2 - \sqrt{2x+1}} \geq 1$

b) $\sqrt{6 + \sqrt{7x-8}} \leq -9$

c) $\sqrt{5 + \sqrt{x+3}} < 3$

d) $\sqrt{4 - \sqrt{4x+1}} < 1$

e) $\sqrt{3 + \sqrt{x^2 - 10x + 16}} \geq 1$

f) $\sqrt{2 + \sqrt{2x^2 - 7x - 36}} \geq 3$

39. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 - 4x} \geq x - 4$

b) $\sqrt{x + 12} < x$

c) $\sqrt{x^2 - 1} < 5 - x$

d) $\sqrt{20 - x} - \sqrt{10 - x} > 2$

e) $\sqrt{x^2 + 4x} > 2 - x$

f) $x + 3 \leq 3 \cdot \sqrt{x + 2}$

40. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $-\sqrt{5 - x} + 2 < 2x - 2$

b) $\sqrt{x - 2} > x - 4$

c) $\sqrt{x + 1} < 1 - 2x$

d) $x + 1 > \sqrt{3 + x}$

e) $\sqrt{5x - 4} < x$

f) $\sqrt{3x - 1} < 3x - 1$

41. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$

b) $\sqrt{x^2 - 3x - 4} \geq x - 1$

c) $\sqrt{x^2 + 2x - 8} \leq 16 + 2x$

d) $\sqrt{x^2 - 6x + 8} \geq 2x - 6$

e) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} \geq 2x - 1$

f) $\sqrt{x^2 - 7x + 6} \leq x - 10$

**42. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket négyzetre emelés nélkül!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})**

a) $\sqrt{x^2 + 12x + 36} \geq 3$

b) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} \leq 0$

c) $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} \leq 5$

d) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} < x + 6$

e) $\sqrt{x^2 + 10x + 25} \geq x - 2$

f) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq x + 3$

43. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{2x + 3} \geq \sqrt{3x - 7}$

b) $\sqrt{5x - 2} \leq \sqrt{3x + 4}$

c) $\sqrt{5x^2 - x + 1} < \sqrt{x^2 - 1}$

d) $\sqrt{3x^2 - 2x} \geq \sqrt{x + 1}$

e) $\sqrt{1 - 2x} + \sqrt{1 + 2x} < \sqrt{1 - 4x}$

f) $\sqrt{x + 6} > \sqrt{x + 1} + \sqrt{2x - 5}$

44. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{\frac{x+2}{x-2}} < 1$

b) $\sqrt{\frac{3x-71}{11-x}} \geq 2$

c) $\sqrt{\frac{3x-1}{1-2x}} \geq 0$

d) $\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-2x}} \leq 0$

e) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} \geq 2$

f) $\frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x-2}} > 1$

45. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\frac{\sqrt{7x+5}}{x-2} \geq 0$

b) $\frac{x-7}{\sqrt{4x^2-19x+12}} < 0$

c) $\frac{\sqrt{x+6}}{|x-5|} > 0$

d) $\frac{|x+1|}{\sqrt{2x+7}} \leq 0$

e) $\sqrt[4]{\frac{3x+1}{7-x}} \geq 1$

f) $\sqrt[3]{\frac{x^2-12x-7}{x^2-2x+9}} < 1$

46. (E) Oldd meg grafikusán a következő egyenletet, egyenlőtlenséget! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $3 \cdot \sqrt{x+4} = |x+5| - 1$

b) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-6} = 4$

c) $\sqrt[3]{x} + 3 = 6 - \frac{1}{8}x$

d) $\sqrt{x} \leq \frac{1}{x}$

e) $\sqrt{x} + 1 < 2x^2$

f) $-|x-4| + 1 \geq \sqrt[3]{x-3}$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2003.; Matematika 10.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (3) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2009.; Sokszínű matematika 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 10; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (9) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dobcsányi János; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (21) Saját anyagok