Brósch Zoltán (Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma)

Statisztikai minta jellemzése

A statisztika tudománya adatok gyűjtésével, rendszerezésével, illetve adatsorok elemzésével, szemléltetésével foglalkozik.

Adatok rendszerezése

DEFINÍCIÓ: (Statisztikai minta)
Statisztikai mintának (adatsokaságnak) nevezzük a populáció azon (valódi) részhalmazát, amelyről adatokkal rendelkezünk.

Megjegyzés:

- *Az adatfeldolgozás során nagy mennyiségű adat esetén általában nem sorolunk fel minden értéket egyenként, hanem azokat, amelyek egy meghatározott intervallumba esnek, egy osztályba gyűjtjük.*
- *Az osztályba sorolással a felbontás durvább lesz, de az adathalmaz áttekinthetőbbé válik.*
- *Az osztályköz hosszán az osztály felső és alsó határának különbségét értjük.*
- *Az osztályok jellemzője az osztályközép: az osztály felső és alsó határának számtani közepe.*
- *Egy adott osztályba tartozó valamennyi adatot osztályközép értékűnek tekintünk.*

DEFINÍCIÓ: (Gyakoriság)
Egy statisztikai adat gyakorisága az a szám, amely megmutatja, hogy ezen adat értéke az adatsorban mennyiszer fordul elő.

DEFINÍCIÓ: (Relatív gyakoriság)
Egy statisztikai adat relatív gyakorisága az a szám, amely megmutatja, hogy ezen adat értéke az adatsor mekkora részében fordulhat elő, vagyis az adat gyakoriságának és az összes adat számának hányadosa.

Megjegyzés:

- *A relatív gyakoriság százalékban való megadását százalékos gyakoriságnak nevezzük.*
- *A minta jellemzése során célszerű gyakorisági táblázatot készíteni, amelyben feltüntetjük a rendszerezett adatok gyakoriságait.*

Középértékek

Ezek az értékek az adatsokaságot valamilyen szempontból tömören jellemzik.

DEFINÍCIÓ: (Módusz)
Az adatsorban a leggyakrabban előforduló adatot a minta móduszának nevezzük.

Megjegyzés:

- *Egy mintában több módusz is lehetséges.*
- *A módusz nem függ sem az összes adattól, sem a szélsőséges értékektől.*

DEFINÍCIÓ: (Minimum)
Az adatsorban előforduló legkisebb elemet a minta minimumának nevezzük. Jele: Q_0.

DEFINÍCIÓ: (Maximum)
Az adatsorban előforduló legnagyobb elemet a minta maximumának nevezzük. Jele: Q_4.

DEFINÍCIÓ: (Medián)
A nagyság szerint rendezett adatsor középső értékét mediánnak nevezzük. Jele: K; Q_2.

Megjegyzés:

- *Páros számú adat esetén ez a középső értékek számtani közepe.*
- *Medián: a nagyság szerint rendezett adatsor második és harmadik negyedét elválasztó érték.*
- *Az adatok kb.* 50 % *- a kisebb, kb.* 50 % *- a nagyobb az alsó kvartilisnél.*
- *Nem igaz, hogy az adatok fele kisebb / nagyobb a mediánnál, mert lehetnek olyan adatok, amelyek megegyeznek a mediánnal.*
- *A medián nem függ sem az összes adattól, sem a szélsőséges értékektől.*
- *A medián az a szám, amelynek az adatoktól vett távolsága minimális.*

DEFINÍCIÓ: (Alsó kvartilis)
A nagyság szerint rendezett adatsor első és második negyedét elválasztó értéket alsó kvartilisnek nevezzük. Jele: Q_1.

Megjegyzés:

- *Az alsó kvartilis az a szám, amelynél az adatok közelítőleg negyede kisebb vagy egyenlő.*
- *Nem igaz, hogy az adatok negyede kisebb az alsó kvartilisnél, mert lehetnek olyan adatok, amelyek megegyeznek az alsó kvartilissel.*
- *Az alsó kvartilis a mediánnal kettéválasztott minta első felének a mediánja. A számítás során a mediánt nem tekintjük a negyedek részeként: páros számú elem esetén előfordulhat, hogy a középső adatok megegyeznek, ezért úgy tűnik, mintha a medián az egyik elem lenne.*
- *Az adatok* $25\ \%$ *- a kisebb, kb.* $75\ \%$ *- a nagyobb az alsó kvartilisnél.*

DEFINÍCIÓ: (Felső kvartilis)
A nagyság szerint rendezett adatsor harmadik és negyedik negyedét elválasztó értéket alsó kvartilisnek nevezzük. Jele: Q_1.

Megjegyzés:

- *A felső kvartilis az a szám, amelynél az adatok közelítőleg negyede nagyobb vagy egyenlő.*
- *Nem igaz, hogy az adatok negyede nagyobb a felső kvartilisnél, mert lehetnek olyan adatok, amelyek megegyeznek a felső kvartilissel.*
- *A felső kvartilis a mediánnal kettéválasztott minta második felének a mediánja. A számítás során a mediánt nem tekintjük a negyedek részeként: páros számú elem esetén előfordulhat, hogy a középső adatok megegyeznek, ezért úgy tűnik, mintha a medián az egyik elem lenne.*
- *Az adatok kb.* $75\ \%$ *- a kisebb, kb.* $25\ \%$ *- a nagyobb a felső kvartilisnél.*

DEFINÍCIÓ: (Számtani -, aritmetikai közép; átlag)
Azt az értéket, amellyel az adatok mindegyikét helyettesítve az adatsor összege változatlan marad, számtani (aritmetikai) középnek nevezzük. Jele: A.

Megjegyzés:

- *A számtani közép értéke megegyezik az átlagolandó adatok összegének és számának hányadosával:* $A = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$, *ahol* $x_1; x_2, \ldots; x_n$ *az átlagolandó adatokat jelöli.*

- *A számtani közép érzékeny a szélsőségesen nagy értékekre, főleg kisebb adathalmaz esetén.*

TÉTEL:
Ha egy minta átlaga A, s a minta összes adatához hozzáadunk egy k valós számot, akkor az így előálló adathalmaz számtani közepe: $A + k$.

TÉTEL:
Ha egy minta átlaga A, s a minta összes adatát egy k valós számmal megszorozzuk, akkor az így előálló adathalmaz számtani közepe: $k \cdot A$.

DEFINÍCIÓ: (Súlyozott számtani közép)
A k_1 darab A_1 átlagú, a k_2 darab A_2 átlagú, …, a k_n darab A_n átlagú elem egyesítésével kapott $n = k_1 + \cdots + k_n$ elemű halmazra számított súlyozott számtani közép: $A = \frac{k_1 \cdot A_1 + \ldots + k_n \cdot A_n}{k_1 + \ldots + k_n}$.

Megjegyzés:
Ez az átlag általában valamilyen súlyokkal ellátott értékek számtani közepére utal, ahol a nagyobb súlyú elem jobban számít az átlag meghatározásakor, mint a kisebb súlyú elemek.

TÉTEL:
Ha két, egymással megegyező elemszámú adatsor elemeit páronként összegezzük, akkor az összegek alkotta adatsor átlaga megegyezik az adatsorok számtani közepének összegével.

DEFINÍCIÓ: (Harmonikus közép)
Azt az értéket, amellyel az adatok mindegyikét helyettesítve az adatsor reciprokainak összege változatlan marad, harmonikus középnek nevezzük. Jele: H.

Megjegyzés:

- *A harmonikus közepet csak nullától különböző értékekre értelmezzük.*
- *A harmonikus közép értéke megegyezik az átlagolandó adatok reciprokából számított számtani közép reciprokával:* $H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$, *ahol* $x_1; x_2, \dots; x_n$ *az átlagolandó adatok.*

DEFINÍCIÓ: (Mértani -, geometriai közép)
Azt az értéket, amellyel az adatok mindegyikét helyettesítve az adatsor szorzata változatlan marad, mértani (geometriai) középnek nevezzük. Jele: G.

Megjegyzés:

- *A mértani közepet csak nem negatív számokra értelmezzük.*
- *A mértani közép értéke megegyezik az* n *darab adat szorzatának* n *- edik gyökével:* $G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$, *ahol* $x_1; x_2, \dots; x_n$ *az átlagolandó adatok.*

DEFINÍCIÓ: (Négyzetes -, kvadratikus közép)
Azt az értéket, amellyel az adatok mindegyikét helyettesítve az adatok négyzeteinek összege változatlan marad, négyzetes (kvadratikus) középnek nevezzük. Jele: N.

Megjegyzés:
A négyzetes közép értéke megegyezik az átlagolandó adatok négyzeteiből számított számtani közép négyzetgyökével: $N = \sqrt{\frac{{x_1}^2 + {x_2}^2 + \dots + {x_n}^2}{n}}$, *ahol* $x_1; x_2, \dots; x_n$ *az átlagolandó adatok.*

TÉTEL:
Bármely n darab pozitív valós szám esetén teljesül a következő összefüggés: $H \leq G \leq A \leq N$. Egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha minden szám egyenlő.

Adatok szóródásának vizsgálata

A szóródási mutatók az adatok változékonyságát, szóródását jellemzik. Ezek segítségével megmutathatjuk, hogy az egyes értékek valamilyen középértékhez viszonyítva hogyan helyezkednek el.

DEFINÍCIÓ: (Terjedelem)
Annak az intervallumnak a hosszát, amelyben az adatok elhelyezkednek, a minta terjedelmének nevezzük. Jele: R.

Megjegyzés:

- *A minta terjedelme az előforduló legnagyobb és legkisebb adat különbsége:* $R = Q_4 - Q_0$.
- *A terjedelem a legszélsőségesebb adatoktól függ, így nem feltétlenül jellemzi jól az adatsort.*

DEFINÍCIÓ: (Interkvartilis terjedelem, félterjedelem)
Annak az intervallumnak a hosszát, amelyben az adatok középső fele elhelyezkedik, a minta interkvartilis terjedelmének (félterjedelmének) nevezzük. Jele: $IQR; IKV$.

Megjegyzés:

- *A minta félterjedelme a felső kvartilis és az alsó kvartilis különbsége:* $IQR = Q_3 - Q_1$.
- *Az adatok kb.* $50\ \%$ *- a a félterjedelem sávjába esik.*
- *Ha az adatok nagy része egy szűk tartományba esik, akkor a félterjedelem kicsi lesz.*
- *Amennyiben vannak kiugró adatok, akkor a félterjedelem jobban jellemzi az adatsort, mint a terjedelem.*
- *A minta félterjedelme általában nem egyezik meg a terjedelem felével.*

DEFINÍCIÓ: (Középeltérés)
A mediántól való eltérések abszolútértékének a számtani közepét középeltérésnek nevezzük. Jele: $S(K)$.

$$S(K) = \frac{|x_1 - K| + |x_2 - K| + \ldots + |x_n - K|}{n}$$

Megjegyzés:
A középeltérés értéke megmutatja, hogy átlagosan mennyire térnek el az adatok a mediántól.

DEFINÍCIÓ: (Átlagos abszolúteltérés)
A számtani középtől való eltérések abszolútértékének a számtani közepét átlagos abszolúteltérésnek nevezzük. Jele: $S(A)$.

$$S(A) = \frac{|x_1 - A| + |x_2 - A| + \dots + |x_n - A|}{n}$$

Megjegyzés:
Az átlagos abszolúteltérés értéke megmutatja, hogy átlagosan mennyire térnek el az adatok a számtani középtől.

DEFINÍCIÓ: (Szórás, deviancia)
A számtani középtől számított eltérések négyzetének számtani közepéből vont négyzetgyök értékét szórásnak nevezzük. Jele: σ.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - A)^2 + (x_2 - A)^2 + \dots + (x_n - A)^2}{n}}$$

Megjegyzés:
A szórás értéke szintén azt mutatja meg, hogy átlagosan mennyire térnek el az adatok a számtani középtől, de sokkal érzékenyebb a kiugró értékekre.

DEFINÍCIÓ: (Relatív szórás)
Pozitív valós számokból álló számsokaságok esetén a szórás és a számtani közép hányadosát relatív szórásnak nevezzük.

DEFINÍCIÓ: (Szórásnégyzet, variancia)
Az átlagtól való eltérések négyzetének átlagát varianciának nevezzük. Jele: V.

$$V = \frac{(x_1 - A)^2 + (x_2 - A)^2 + \dots + (x_n - A)^2}{n}$$

Megjegyzés:
A variancia az átlagtól való négyzetes eltérés, vagyis a szórás négyzete.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. **(K) Egy osztály tanulói körében felmérték a testvérek számát, s az eredményt az alábbi gyakorisági táblázat szemlélteti. Add meg a testvérek számának relatív gyakoriságát!**

Testvérek száma	0	1	2	3
Gyakoriság	11	9	10	2

2. **(K) Fizika órán a diákok tömeget mérnek gramm pontossággal, s a következő adatok születek: $33; 36; 34; 34; 34; 33; 33; 35; 33; 34; 35; 34$. Készíts gyakorisági táblázatot, majd számítsd ki az egyes adatok relatív gyakoriságát!**

3. **(K) Egy darts játékos a következő értékeket dobta: $60; 20; 20; 1; 60; 19; 60; 40; 3$. Határozd meg a legalacsonyabb és a legmagasabb pontérték relatív gyakoriságát!**

4. **(K) Egy edzésen Krisztián 23 szabadrúgásból 12 – szer, Tamás 19 kísérletből 7 – szer, Zoli 22 – ből 13 – szor volt eredményes. Határozd meg a fiúk sikeres lövéseinek relatív gyakoriságát! Az eredmények tükrében kire bízzuk a szabadrúgást a mérkőzésen?**

5. **(K) Egy dobozban piros, kék és zöld golyók vannak. A dobozból kivettünk $1-1$ golyót, megnéztük, majd visszatettük. Összesen 12 alkalommal piros, 8 – szor kék és 20 – szor zöld golyót vettünk ki. Határozd meg a kihúzott golyók között az egyes színek relatív gyakoriságát! Ha összesen 100 golyó van a dobozban, akkor a relatív gyakoriságok segítségével becsüld meg, hogy melyik színből mennyi lehet benne!**

6. **(K) A reál osztályba 36 tanuló jár és 13 – nak van ceruzája. A humán osztályba 31 diák jár. Legfeljebb mennyi gyereknek lehet ceruzája a humán osztályban, ha tudjuk, hogy itt kisebb a ceruza relatív gyakorisága?**

7. **(E) Tegnap véletlenszerűen megállítva embereket megkérdeztük, hogy szeretik – e a paradicsomot: 45 főből 32 válaszolt igennel. Ma délelőtt a megállított emberektől megkérdeztük, hogy szeretik – e a paprikát: 24 főből 16 válaszolt igennel. Ha feltételezzük, hogy délután mindenki igennel fog válaszolni, akkor mennyi embert kell még megkérdezni ahhoz, hogy a paprikát szeretők relatív gyakorisága több legyen, mint a paradicsomot kedvelőké?**

8. (K) Határozd meg a következő adatok számtani közepét és mértani közepét!

a) $\mathbf{3; 12}$

b) $\mathbf{2; 6; 10}$

c) $\mathbf{2; 5; 5; 7}$

d) $\mathbf{1; 2; 3; 8; 9; 10}$

9. (K) Legyen $\boldsymbol{a = 5; b = 15; c = 22; d = 30; e = 49}$. Határozd meg az $\boldsymbol{a; b}$, illetve a $\boldsymbol{c; d; e}$ számtani közepét és mértani közepét!

10. (K) Határozd meg az $\boldsymbol{a = \frac{12}{5}}$ és $\boldsymbol{b = \frac{5}{3}}$, illetve $\boldsymbol{c = \frac{8}{27}}$ és $\boldsymbol{d = \frac{3}{2}}$ számtani közepét és mértani közepét!

11. (K) Határozd meg az egyenletek megoldásainak számtani közepét és mértani közepét!

$$\boldsymbol{x^2 - 9x + 14 = 0} \qquad \boldsymbol{\frac{2x-1}{5} + 4 = 10 - x - \frac{9-x}{3}}$$

12. (K) A DKV egyik buszjáratán hétköznap a következőképpen alakultak a maximális utaslétszámok: hétfőn $\mathbf{115}$ fő; kedden $\mathbf{98}$ fő; szerdán $\mathbf{107}$ fő; csütörtökön $\mathbf{85}$ fő; pénteken $\mathbf{70}$ fő volt. Határozd meg a hétköznapok maximális utaslétszámainak számtani közepét és mértani közepét!

13. (K) Két szám közül az egyik $\mathbf{25}$.

a) **Határozd meg a másik számot, ha számtani közepük $\mathbf{30}$!**

b) **Mennyi a másik szám, ha mértani közepük $\mathbf{10}$?**

14. (K) Egy számnak és a $\mathbf{20}$ – nak a számtani közepe $\mathbf{32,5}$. Mennyi a mértani közepe?

15. (K) Egy számnak és a $\mathbf{6}$ – nak a mértani közepe $\mathbf{18}$. Mennyi a számtani közepe?

16. (K) Két szám számtani közepe 23. Az egyik 8 - cal nagyobb, mint a másik. Határozd meg a számokat!

17. (K) Két pozitív szám mértani közepe 36. Az egyik 30 – cal kisebb, mint a másik. Határozd meg a számokat!

18. (K) Két szám számtani közepe 23. Ha az egyik számot megszorozzuk 2 - vel, a másikat elosztjuk 2 - vel, akkor a számtani közepük 25 lesz. Mennyi az eredeti számok mértani közepe?

19. (E) Két szám számtani közepe 70, mértani közepe 56. Melyek ezek a számok?

20. (E) Két gyerek életkorának számtani közepe 10, mértani közepe 6. Mennyi évesek?

21. (E) Két pozitív szám különbsége 24, a számtani és mértani közepük eltérése 4. Melyek ezek a számok?

22. (E) Egy anya és 2 fia életkorának mértani közepe éppen az anya éveinek fele, számtani közepe pedig 28. A fiúk életkorának mértani közepe $12 \cdot \sqrt{2}$. Mennyi évesek?

23. (E) Lehet – e 2 racionális szám számtani, illetve mértani közepe racionális szám?

24. (E) Lehet – e 2 racionális szám számtani, illetve mértani közepe irracionális szám?

25. (E) Lehet – e 2 irracionális szám számtani, illetve mértani közepe racionális szám?

26. (E) Lehet – e 2 irracionális szám számtani, illetve mértani közepe irracionális szám?

27. (E) Határozd meg a következő adatok harmonikus közepét és négyzetes közepét!

a) $2; 3$

b) $1; 2; 7$

c) $1; 3; 4; 6$

d) $2; 3; 5; 5; 8; 9$

28. (E) Határozd meg az $1; 2; 4; 6; 8$ adatsor harmonikus -, mértani (geometrikus) –, számtani (aritmetikai) - és négyzetes (kvadratikus) közepét!

29. (E) Egy dolgozat eredményei a következők lettek: 1 elégtelen, 3 elégséges, 4 közepes, 5 jó, 2 jeles. Számítsd ki a jegyek harmonikus -, mértani (geometrikus) –, számtani (aritmetikai) - és négyzetes (kvadratikus) közepét!

30. (E) Adott a következő másodfokú egyenlet: $x^2 - 6x + 8 = 0$. Az egyenlet megoldása nélkül határozd meg a gyökök nevezetes közepeit: harmonikus -, mértani (geometrikus) –, számtani (aritmetikai) - és négyzetes (kvadratikus)közepét!

31. (E) Adott a következő másodfokú egyenlet: $-6x^2 + 14x - 3 = 0$. Az egyenlet megoldása nélkül határozd meg a gyökök nevezetes közepeit: harmonikus -, mértani (geometrikus) –, számtani (aritmetikai) - és négyzetes (kvadratikus)közepét!

32. (E) Két különböző pozitív szám számtani közepe 32, harmonikus közepe $31,5$. Határozd meg a számok mértani közepét és négyzetes közepét!

33. (K) Add meg a következő adatok móduszát, mediánját és terjedelmét!

a) $1; 1; 2; 3; 5$

b) $2; 2; 2; 3; 5; 11$

c) $9; 4; 2; 2; 5; 4; 3; 1$

d) $2; 6; 1; 3; 8; 6; 1; 5; 6$

34. (K) Add meg a következő adatok alsó kvartilisét és felső kvartilisét!

a) $1; 2; 3; 3; 4; 5; 6; 6$

b) $1; 2; 3; 3; 4; 5; 5; 6; 6$

c) $2; 1; 3; 4; 5; 6; 7; 6; 5; 3$

d) $3; 5; 7; 4; 2; 8; 6; 1; 5; 3; 6$

35. (K) Add meg a következő adatok interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét)!

a) $9; 11; 11; 13; 15; 16; 17; 20; 21; 21; 23; 25$

b) $9; 11; 11; 13; 15; 16; 17; 20; 21; 21; 22; 23; 25$

c) $9; 11; 11; 12; 13; 15; 16; 17; 20; 21; 21; 22; 23; 25$

d) $9; 11; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 20; 21; 21; 22; 23; 25$

36. (K) Határozd meg a következő adatok szórását!

a) $2; 2; 2$

b) $3; 4; 6; 7$

c) $1; 3; 3; 3; 6; 6; 8; 10$

d) $2; 9; 6; 6; 3; 9; 7; 2; 6; 8; 5; 6; 2$

37. (K) Határozd meg a következő adatok móduszát, mediánját, terjedelmét, alsó kvartilisét, felső kvartilisét és interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét)!

a) $2; 4; 6; 7; 7; 2; 4; 2; 7$

b) $2; 6; 5; 2; 6; 8; 6; 6; 3; 4$

c) $5; 6; 9; 5; 6; 9; 5; 6; 9; 10$

d) $12; 16; 17; 32; 14; 34; 17; 54; 12; 17; 16$

38. (K) Határozd meg a következő adatok móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!

a) $2; 2; 4; 5; 5; 5; 6; 7$

b) $3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 5; 6; 6; 6; 6$

c) $1; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 5; 5$

d) $10; 10; 10; 10; 15; 15; 15; 15; 15; 15; 15; 15; 15; 15; 20; 20; 20; 20; 20; 20; 20; 20; 50; 50; 100$

39. (E) Határozd meg a következő adatok szórását, átlagos abszolúteltérését és középeltérését!

a) $1; 3; 9; 19$

b) $3; 3; 7; 7$

c) $2; 4; 6; 8; 10$

d) $1; 1; 1; 1; 12$

40. (E) Határozd meg a következő adatok szórásnégyzetét, átlagos abszolúteltérését és középeltérését!

a) $2; 2; 7; 2; 7$

b) $4; 7; 15; 1; 9; 18$

c) $1; 6; 7; 18; 7; 6$

d) $5; 5; 12; 6; 7; 8; 40; 23$

41. (K) Adott az $A = \{4k - 1 \mid 3 < k < 12; k \in \mathbb{N}\}$ és $B = \{8n + 3 \mid 1 \leq n \leq 9; n \in \mathbb{Z}\}$ halmaz. Határozd meg a halmazok metszetének mediánját, terjedelmét és átlagát!

42. (K) Add meg a polinom együtthatóinak móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

$$x^{10} + 2x^9 - 5x^8 + 3x^7 + 2x^6 + 3x^5 - 4x^4 - x^3 + 2x^2 - 17x$$

43. (K) Add meg az egyenlet megoldásainak mediánját, terjedelmét és átlagát!

$$(2 - x) \cdot (x + 3) \cdot (x - 10) \cdot (x - 5) \cdot (3x - 15) \cdot (8 - 4x) \cdot (10 - 2x) = 0$$

44. (K) Anna az év során matematikából $1; 4; 4; 5; 3; 1; 3; 2; 2; 3; 4; 2; 2; 2$, fizikából $3; 4; 2; 2; 3; 5; 4; 3; 3$, kémiából pedig $4; 1; 3; 2; 1; 3; 2; 4; 3; 2; 3; 3; 5$ jegyeket szerzett. Add meg tantárgyanként a jegyek móduszát, mediánját és terjedelmét!

45. (K) Mennyi a kétjegyű pozitív egész számok mediánja, terjedelme és átlaga? Van – e módusza ennek a számsokaságnak?

46. (K) Péter betegségének egyik napján a következő testhőmérsékleteket mérte: $37,6$ ℃; $38,2$ ℃; $38,6$ ℃; $39,1$ ℃; $38,5$ ℃; $37,2$ ℃; $36,8$ ℃; $37,4$ ℃. Határozd meg a hőmérsékletek mediánját, terjedelmét és átlagát!

47. (K) Egy vállalkozásban az ügyvezető igazgató $257\,000\,Ft$ - ot, az asszisztense $204\,000\,Ft$ - ot, a beszerzésért felelős alkalmazott $187\,000\,Ft$ - ot, a raktáros $165\,000\,Ft$ - ot, a cég weblapját részmunkaidőben üzemeltető informatikus $112\,000\,Ft$ - ot kap havonta fizetésként. Határozd meg a fizetések mediánját, terjedelmét és átlagát!

48. (K) Egyik télen egy lakásban havonta $54,7; 115,6; 120,1; 116,9$ és $78,9\,m^3$ gázt fűtöttek el. Határozd meg a kapott értékek mediánját, terjedelmét és átlagát!

49. (K) Egy gazda az utóbbi években $35\,t; 42\,t; 53\,t; 21\,t; 30\,t; 17\,t$ almát szüretelt le. Határozd meg az éves termelések mediánját, terjedelmét és átlagát!

50. (K) Egy mérés alkalmával a diák a következő eltéréseket lelte a megadott értékektől: $2; 1; -3; 2; 0$. Határozd meg a hibák móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

51. (K) Egy üzemben a joghurtok töltőtömegei egy véletlenszerűen választott mintában:

$5\,db\ 17\,dkg; 12\,db\ 18\,dkg; 28\,db\ 19\,dkg; 30\,db\ 20\,dkg; 11\,db\ 21\,dkg;$ $9\,db\ 22\,dkg; 5\,db\ 23\,dkg.$

Határozd meg a tömegek móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

52. (K) Hétfőn egy taxis $2; 1; 3; 1; 1; 2; 1; 3; 4; 4; 3; 3; 1$ utast szállított $1-1$ fuvarral. Add meg az egyszerre utazók számának móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

53. (K) Egy pékségben az első néhány vásárló $4; 4; 6; 2; 6; 5; 6; 2; 5$ darab kiflit vásárolt. Add meg a darabszámok móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

54. (K) Egy vállalat dolgozói közül 30 – nak a fizetése $90\,000\ Ft$, 20 – nak $105\,000\ Ft$, 12 – nek $180\,000\ Ft$, 7 – nek $200\,000\ Ft$ és 1 - nek $500\,000\ Ft$. Add meg a fizetések móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

55. (K) Márk zsebében 3 darab $2\ Ft$ - os, 5 darab $1\ Ft$ - os, 2 darab $10\ Ft$ - os és 3 darab $5\ Ft$ - os érme van. Add meg a pénzek móduszát, mediánját, terjedelmét és átlagát!

56. (K) Egy cégben a vezetők havi fizetése $340\,000\ Ft$, a középvezetőké $245\,000\ Ft$, a beosztottaké pedig $151\,000\ Ft$. A cégnél jelenleg 3 vezető, 9 középvezető és 32 beosztott dolgozik. Add meg a fizetések móduszát, mediánját, terjedelmét, alsó kvartilisét, felső kvartilisét, interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét) és átlagát!

57. (K) Egy csapatban megmérték mindenkinek a testmagasságát. A következő értékeket kapták: $165\ cm, 182\ cm, 170\ cm, 191\ cm, 146\ cm, 167\ cm$. Határozd meg a magasságok mediánját, terjedelmét és szórását!

58. (K) Egy baráti társaságban a lábméretek a következők: $43; 48; 44; 46; 45$. Határozd meg a lábméretek mediánját, terjedelmét és szórását!

59. (K) Egy osztály dolgozatának eredménye a következőképpen alakult: mindenféle osztályzat előfordult és mindegyiket pontosan 5 tanuló érte el. Határozd meg az osztályzatok mediánját, terjedelmét és szórását!

60. (K) Egy csoportban megmérték mindenkinek a testtömegét. A következő értékeket kapták: $52\ kg; 73\ kg; 65\ kg; 43\ kg; 77\ kg; 81\ kg; 88\ kg; 78\ kg$. Határozd meg a tömegek mediánját, terjedelmét és szórását!

61. (K) Egy felvételi vizsgán 8 tanuló a következő százalékokat érte el: 44; 70; 84; 60; 66; 80; 94; 56. Határozd meg az eredmények mediánját, terjedelmét és a szórását!

62. (K) Egy dolgozatban a diákok által megszerzett pontok a következőképpen alakultak: 56; 24; 90; 75; 93; 46; 68; 80; 90; 96. Határozd meg az eredmények móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!

63. (K) Egy kertben az egymást követő években $0,8\ t$; $1,7\ t$; $0,5\ t$; $1,6\ t$; $0,8\ t$ és $1,2\ t$ körte termett. Határozd meg a tömegek móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!

64. (K) A $12.A$ osztályban mind a 24 tanuló hármas dolgozatot írt. A $12.B$ osztályban 7 diák írt elégséges, 10 közepes és 7 jó dolgozatot. A $12.C$ osztályban 7 tanuló írt elégtelen, 8 közepes és 7 jeles dolgozatot. Határozd meg mindegyik osztályban a jegyek móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!

65. (K) Egy vállalat 15 dolgozójának havi nettó keresete:

$59\,000\ Ft$; $61\,000\ Ft$; $85\,000\ Ft$; $85\,000\ Ft$; $87\,000\ Ft$;
$87\,000\ Ft$; $87\,000\ Ft$; $141\,000\ Ft$; $141\,000\ Ft$; $141\,000\ Ft$;
$141\,000\ Ft$; $141\,000\ Ft$; $187\,000\ Ft$; $187\,000\ Ft$; $385\,000\ Ft$.

Határozd meg a keresetek móduszát, mediánját, terjedelmét, alsó kvartilisét, felső kvartilisét, interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét) és szórását!

66. (K) Zoli januári hónapra vonatkozó munkahelyi jelenléti íve alapján az derült ki, hogy 3 olyan nap volt, amikor 17 órát, 8 olyan, amikor 12 órát és 7 napon pedig 9 órát dolgozott. A fennmaradó napokon nem dolgozott. Határozd meg, hogy mennyit dolgozott átlagosan naponta januárban! (A január 31 napos hónap.)

67. (K) Egy flakon téglatest alakú, az alaplapjának élei $8\ cm$ és $6,25\ cm$, a magassága $21\ cm$. A gyártási folyamat ellenőrzése során 16 mérést végeztek: 4 - szer $20,2\ cm$, 3 - szor $20,6\ cm$, 5 - ször $19,8\ cm$ és 4 - szer $19,4\ cm$ töltési magasságot állapítottak meg. Határozd meg a betöltött térfogatok átlagát és szórását!

68. (K) Évának év vége előtt matematikából a következő jegyei voltak: felelet $(4; 5; 3; 5)$, röpdolgozat $(4; 2; 3)$ és témazáró $(3; 4; 3; 4; 2)$. A tanár úgy osztályoz, hogy a röpdolgozat jegyeit $1,5$ - szeres, a témazáró jegyeit pedig 2 - szeres súllyal véve figyelembe átlagot számol, majd kerekít a szokásos módon. Milyen jegyet kap év végén Éva matematikából?

69. (K) Egy osztály 3 legjobb tanulójának a biológia jegyei a következőképpen alakultak az év során:

	Kincső	Péter	Emese
Felelés	$5; 5; 5; 5$	$4; 4; 4; 5; 5$	$4; 4; 5; 5; 5; 5$
Dolgozat	$3; 5$	$5; 5$	$4; 5$

Számítsd ki a diákok jegyeinek súlyozott átlagát külön - külön, ha a tanár az írásbeli dolgozatok jegyeit 3 - mal súlyozza!

70. (K) Teodórának év vége előtt magyarból a következő jegyei voltak: felelet $(2; 3; 5)$, röpdolgozat $(3; 3; 4)$ és témazáró $(3; 3; 4; 4; 5; 5)$. A tanára úgy osztályoz, hogy a röpdolgozat jegyeit $0,8$ - szoros, a témazáró jegyeit pedig $1,4$ - szeres értékszorzóval veszi figyelembe.

a) **Milyen jegyet kap év végén Teodóra magyarból a jegyeinek ilyen típusú átlagszámítása után, ha a tanára 75 századtól adja meg a jobb jegyet?**

b) **Milyen jegyet kapna év végén Teodóra, ha a tanár súlyozott átlagot számolna?**

71. (K) Egy osztályban 15 lány és 10 fiú írt magyar dolgozatot. A lányok érdemjegyei: $5; 5; 2; 1; 3; 4; 2; 2; 4; 3; 3; 4; 4; 5; 5$. A fiúk érdemjegyei: $5; 5; 3; 1; 4; 4; 2; 3; 5; 4$.

a) **Igaz – e, hogy az osztályátlag egyenlő a lányok jegyátlagának és a fiúk jegyátlagának az átlagával?**

b) **A tanulók hány százaléka írt legalább közepes dolgozatot?**

72. (K) Egy színházban a földszinten 280, az emeleten 120 férőhely van. A földszinti jegyek ára $2\,000\ Ft$, az emeletieké pedig $1\,200\ Ft$.

a) **Átlagosan menyibe kerül 1 jegy a színházban?**

b) **Van – e konkrét jelentése az átlagos jegyárnak az adott esetben?**

73. (E) Egy léceket gyártó üzem termékei közül $10\,\%$ $110\,cm$, $15\,\%$ $130\,cm$, $20\,\%$ $160\,cm$, $35\,\%$ $180\,cm$, $20\,\%$ $200\,cm$ hosszúságú. Határozd meg a lécek hosszának szórását!

74. (E) Egy cégnél az alkalmazottak $20\,\%$ - a dolgozik napi 4 órát, $30\,\%$ - a napi 6 órát, $45\,\%$ - a napi 8 órát és $5\,\%$ - a napi 10 órát. Határozd meg a naponta ledolgozott órák szórását!

75. (E) Egy gazdaságban 6 gép 1 tonna termést rendre $0,8; 1,7; 0,5; 1,6; 0,8; 1,2$ óra alatt takarít be. Átlagosan mennyi óra alatt takarít be 1 gép 1 tonna termést? Melyik nevezetes középnek felel meg a kapott érték?

76. (E) Egy gazdálkodónál 3 erőgép $2-2$ óra, 2 erőgép $2,5-2,5$ óra, 1 erőgép 4 óra alatt szánt fel 1 hektár földet. Átlagosan mennyi óra alatt szántanak fel 1 hektár földet a gépek?

77. (E) Egy autó az útja felét $70\ \frac{km}{h}$, a másik felét $90\ \frac{km}{h}$ átlagsebességgel tette meg. Mennyi a sebességek átlagának az egész útra számolt átlagsebességtől való eltérése?

78. (E) Egy autós az útjának $\frac{4}{5}$ - részét országúton, $\frac{1}{5}$ - részét pedig lakott területen teszi meg. Mekkora lehet a legnagyobb átlagsebessége, ha sehol sem lépi át a megengedett maximális sebességet? (Magyarországon országúton $90\ \frac{km}{h}$, lakott területen belül $50\ \frac{km}{h}$ a megengedett maximális sebesség.)

79. (E) Egy kerékpáros útjának $\frac{1}{5}$ - részét $32\ \frac{km}{h}$, $\frac{2}{5}$ - részét $28\ \frac{km}{h}$, $\frac{2}{5}$ - részét $25\ \frac{km}{h}$ sebességgel tette meg. Mennyi volt az egész úton az átlagsebessége?

80. (K) A matematika tanár beírta a naplóba, hogy Szilárd mikor mennyi percet késett az óráról: $5; 7; 7; 3; 10; 2; 6; 5; 5; 7; 3; 5$. Ha legközelebbi késés mértéke az eddigiek módusza lesz, akkor Szilárd mennyi percet fog késni a következő óráról?

81. (K) Kiborítottuk a szőnyegre az építőjáték elemeit, majd azokat hosszuk szerint rendeztük. Észrevettük, hogy 4 - szer annyi 5 cm – es volt, mint 3 cm – es és 3 - szor annyi 4 cm – es, mint 3 cm – es. Határozd meg a hosszúságok mediánját!

82. (K) Egy televíziós műsor hatásának felmérésére különböző embereket kérdeztek meg. Az eredményeket az alábbi táblázat mutatja:

	nagyon tetszett	**tetszett**	**nem tetszett**	**nagyon nem tetszett**
férfi	1	3	5	10
nő	6	8	3	1
fiú	5	5	3	2
lány	8	5	1	1

a) **Mennyi személyt kérdeztek meg összesen?**

b) **Mennyi nőnemű személynek nem, vagy nagyon nem tetszett?**

c) **Mennyi embernek nem tetszett a műsor?**

d) **A felnőtteknek tetszett inkább, vagy a gyerekeknek?**

e) **Ha H jelöli a hímneműek, F pedig a felnőttek halmazát, akkor mennyi az $\left|\overline{F \cap H}\right|$ és az $\left|\overline{F} \cup \overline{H}\right|$ értéke?**

83. (K) A következő táblázat általános iskolákra vonatkozó adatokat tartalmaz:

Tanév	**1999/2000**	**2001/2002**
Iskolák száma	3 897	3 852
Összes tanuló (1000 fő)	972,9	947
Nappali tanulók száma (1000 fő)	969,8	944,2
Nappali első évfolyamon (1000 fő)	127,3	117,6
Osztályok száma	47 626	47 682
Pedagógusok száma	89 424	90 294
Osztálytermek száma	52 526	43 195

a) **Az összes nappali tagozatos tanulóknak mennyi százaléka járt az első évfolyamra?**

b) **Mennyi tanulóra jut egy osztályterem?**

c) **Mennyi tanuló jut egy pedagógusra?**

d) **Mennyi az átlagos osztálylétszám?**

e) **Mennyi százalékkal csökkent a tanulói összlétszám?**

84. (K) Az alábbi táblázat a regisztrált munkanélküliek regionális százalékos eloszlását tartalmazza:

Régiók	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Nyugat – Dunántúl	6,8	5,7	5,9	5,1	4,8	4,9
Közép – Magyarország	5,3	4,4	4,0	3,3	2,8	2,6
Közép – Dunántúl	9,7	8,2	8,4	6,8	6,5	6,5
Dél – Alföld	11,1	9,7	10,5	9,9	9,2	9,2
Dél – Dunántúl	13,2	11,2	12,2	11,3	11,0	11,0
Észak – Alföld	16,5	14,5	16,3	15,6	13,7	13,7
Észak - Magyaroroszág	16,7	15,6	17,1	17,1	14,9	15,8

(Forrás: GM Foglalkoztatási Hivatal munkanélküli regisztere.)

a) **10 000 lakosra vetítve hány munkanélküli jutott 1999 – ben a Dél – Alföldön?**

b) **Mennyi százalékos volt átlagosan a munkanélküliség 1997 – ben?**

c) **Mennyi volt 2002 – ben a munkanélküliek százalékos szórása Magyaroroszágon?**

85. (K) Az alábbi táblázat egy tanár előző években megíratott dolgozatainak számát és az azokból elégtelent szerző diákok számát mutatja.

	3 éve	2 éve	1 éve	Idén
Összes dolgozat	123	118	97	
Elégtelenek száma	21	23	17	13

a) **Határozd meg a korábbi évek elégtelen dolgozatainak relatív gyakoriságait!**

b) **Idén még csak elégtelen dolgozatok kerültek a kezébe. Ha feltételezzük, hogy idén már nem lesz több elégtelen dolgozat, akkor még mennyi dolgozatot kell kijavítania ahhoz, hogy az elégtelenek relatív gyakorisága idén kevesebb legyen, mint korábban bármikor?**

86. (K) Egy cég az elkészült szalámik tömegét ellenőrizve az alábbi táblázatot készítette:

Tömeg (dkg)	47	48	49	50	51	52	53
Gyakoriság	3	2	5	4	3	1	2

Határozd meg a rudak tömegének móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!

87. (K) Az alábbi táblázat egy zeneboltba szombat délelőtt belépő első 30 vásárló életkorát tartalmazza:

Életkor (év)	17	18	19	20	21	22	23
Gyakoriság	4	5	7	5	4	2	3

Határozd meg az életkorok móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!

88. (K) Egy őszi héten feljegyezték a napi legkisebb és legmagasabb hőmérsékleteket, s ezt az alábbi táblázat szemlélteti.

	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek	Szombat	Vasárnap
Minimum	8 ℃	10 ℃	5 ℃	4 ℃	8 ℃	7 ℃	5 ℃
Maximum	21 ℃	25 ℃	17 ℃	16 ℃	20 ℃	18 ℃	16 ℃

a) **Határozd meg a minimum hőmérsékletek szórását!**

b) **Határozd meg a maximum hőmérsékletek móduszát, mediánját és terjedelmét!**

89. (K) Egy dobókocka oldallapjain $0; 1; 1; 4; 5; 6$ pöttyök vannak. Az alábbi táblázatban 30 gurítás eredményét rögzítették.

0	1	0	1	4	6	4	4	1	6
1	1	0	5	0	5	4	4	0	5
4	0	5	6	1	1	6	1	5	1

a) **Add meg az egyes adatfajták relatív gyakoriságát!**

b) **Határozd meg az eredmények móduszát, mediánját és terjedelmét!**

90. (K) Az alábbi táblázat egy osztály dolgozatának eredményeit tartalmazza. Az osztály jegyátlaga $3,325$ lett.

Osztályzat	5	4	3	2	1
Gyakoriság	7	13		8	3
Relatív gyakoriság					

a) **Töltsd ki a táblázat hiányzó részeit!**

b) **Határozd meg az osztályzatok móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!**

91. (K) Egy irodaház helyiségeinek takarítását minden nap más végzi. Az alábbi táblázat a takarítás árát tartalmazza:

Takarító	**Anna**	**Bea**	**Csilla**	**Dia**	**Eszter**
Ár (Ft)	30 000	31 000	34 000	32 000	28 000

a) **Mennyibe kerül átlagosan egy takarítás és mekkora az árak szórása?**

b) **Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha véletlenszerűen kiválasztunk 2 takarítót, akkor mindkét hölgy $30\,000\ Ft$ - nál drágábban végezte a takarítást?**

92. (K) Az alábbi táblázat egy takarító kft. dolgozóinak nettó keresetét tartalmazza:

	Takarító	**Ellenőr**	**Könyvelő**	**Ügyvezető**
Kereset (Ft)	80 000	100 000	180 000	360 000
Gyakoriság	8	3	2	1

a) **Határozd meg a keresetek móduszát, mediánját, terjedelmét, alsó kvartilisét, felső kvartilisét, interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét)!**

b) **Mennyi az átlagkereset ennél a cégnél?**

93. (K) Az alábbi táblázat egy dolgozat eredményeit szemlélteti. Add meg az érdemjegyek móduszát, mediánját, terjedelmét, alsó kvartilisét, felső kvartilisét, interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét) és átlagát!

Érdemjegy	**Elégtelen**	**Elégséges**	**Közepes**	**Jó**	**Jeles**
Gyakoriság	5	4	9	7	2

94. (K) Az alábbi táblázat egy iskola osztályainak év végi tanulmányi átlagát tartalmazza:

$3,34$	$3,42$	$3,49$	$3,61$	$3,61$	$3,84$	$3,84$	$4,00$
$4,00$	$4,00$	$4,00$	$4,00$	$4,00$	$4,22$	$4,24$	$4,24$
$4,24$	$4,24$	$4,39$	$4,39$	$4,41$	$4,41$	$4,43$	$4,43$

a) **Készíts gyakorisági táblázatot az átlagokról!**

b) **Határozd meg az eredmények móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!**

c) **Az eredmények átlaga megegyezik – e az iskolaátlaggal?**

d) **Mennyi annak a valószínűsége, hogy az osztályok közül 1 - et véletlenszerűen kiválasztva, az átlaga legalább $4,00$ lesz?**

95. (E) Az alábbi táblázat egy család gyümölcsvásárlásának adatait tartalmazza:

Hónap	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Mennyiség (kg)	12	14	12	16	35	79	132	117	109	25	15	40

a) **Határozd meg a mennyiségek móduszát, mediánját, terjedelmét, alsó kvartilisét, felső kvartilisét, interkvartilisét (félterjedelmét) és szórását!**

b) **Határozd meg a mennyiségek középeltérését és átlagos abszolút eltérését!**

96. (K) Adj meg 5 pozitív egész számot úgy, hogy a terjedelem, a medián, az átlag egyaránt 7, a módusz 4 legyen!

97. (K) Adj meg 6 pozitív egész számot úgy, hogy a medián 3, a módusz 2, az átlag 4, a terjedelem 5 legyen!

98. (K) Adj meg 5 pozitív egész számot úgy, hogy a medián 6, a módusz 7, az átlag és a terjedelem egyaránt 5 legyen!

99. (K) Adj meg 5 pozitív egész számot úgy, hogy a módusz 2 és 4, a medián 4, a terjedelem 7 legyen!

100. (K) Adj meg 8 prímszámot úgy, hogy a medián 4, a módusz 2 és 3, az átlag 5 legyen!

101. (K) Adj meg 9 pozitív egész számot úgy, hogy az átlag 2 024, a medián 3, a módusz 9 150 legyen!

102. (K) Adj meg 6 pozitív egész számot úgy, hogy a medián 4, a módusz 3, az átlag 5, a terjedelem 11, az alsó kvartilis 3, a felső kvartilis 6 legyen!

103. (K) Adj meg egy 8 elemű mintát az 1; 2; 3; 4; 5 számok felhasználásával úgy, hogy az alsó kvartilis 2, a medián 2, 5, az átlag 3, a terjedelem 4 legyen! Határozd meg a számok móduszát, felső kvartilisét és interkvartilis terjedelmét (félterjedelmét)!

104. (K) Egy enyhe téli héten a hétköznaponként mért egész átlaghőmérsékletek mediánja 0 ℃, módusza -1 ℃, átlaga $0,2$ ℃, terjedelme 3 ℃ volt. Határozd meg az 5 nap hőmérsékleti adatát!

105. (K) Barátunk az új (7 jegyű) telefonszámát $(* 4 - 72 - 31 *)$ hiányosan adta meg. Annyit elárult, hogy az utolsó számjegy a legnagyobb, a számjegyek módusza és mediánja is 3, a számjegyek átlaga pedig egész szám. Mennyi a barát telefonszáma?

106. (K) Egyik héten 5 napon keresztül egész értékeket kaptak a reggeli hőmérsékletre, s a napi átlaghőmérsékletre is egész érték adódott. A legkisebb érték 2 ℃, a medián és a terjedelem egyaránt 3 ℃ volt. Mennyi lett az 5 nap átlaga és módusza?

107. (E) Adj meg 4 pozitív egész számot úgy, hogy az átlag 4, a szórás $\sqrt{2}$ legyen!

108. (E) Adj meg 9 pozitív egész számot úgy, hogy az átlag 10, a szórás 2 legyen!

109. (E) Adj meg 7 nem negatív egész számot úgy, hogy az átlag 6, a módusz 0, a szórás $\sqrt{34}$ legyen!

110. (E) Egy 8 elemű egészekből álló minta átlaga, mediánja, módusza, terjedelme egyaránt 8. Melyik az a legnagyobb egész szám, amely szerepelhet a mintában?

111. (E) Adj meg 7 pozitív egész számot úgy, hogy az átlag 2011, a medián 4, a módusz maximális legyen!

112. (E) Adj meg 7 pozitív egész számot úgy, hogy a medián, a módusz, az átlag egyaránt 6, a terjedelem 2, a legkisebb és legnagyobb elem prímszám legyen! Határozd meg a minta szórását, középeltérését, átlagos abszolúteltérését!

113. (K) A $3; 5; 7; 8; N$ minta mediánja megegyezik a számtani közepével. Mekkora lehet az N értéke?

114. (K) A $4; 8; 0; X; 10; 2; Y; 9$ minta mediánja 6 és minden eleme 11 – nél kisebb, különböző nem negatív egész szám. Mekkora lehet az X és Y értéke? $(X < Y)$

115. (K) Egy kosárlabda edzésen 14 – en vesznek részt, s az átlagmagasság $187\ cm$. Mennyi a magasságok összege?

116. (K) Egy osztályban 10 dolgozat pontszámának átlaga 71 pont lett. Mennyi a dolgozatokban megszerzett pontok összege?

117. (K) Egy 35 fős osztályban a dolgozat eredményeinek átlaga $3,8$ lett. Mennyi az érdemjegyek összege?

118. (K) Egy osztályba 10 fiú és 20 lány jár. A fiúk átlagmagassága $170\ cm$, a lányoké pedig $160\ cm$. Mennyi az osztály tanulóinak átlagmagassága? (Az eredményt egy tizedesjegy pontossággal add meg!)

119. (K) Egy 25 fős osztály dolgozatának átlageredménye 82 pont. Egy másik 27 fős osztályban az átlag 69 pont. Mennyi az átlaga az összes tanulónak együtt?

120. (K) Egy sportkörben a 25 kosaras átlagos testmagassága $187\ cm$, a 10 tornászé $157\ cm$, a 10 karatésé pedig $172\ cm$. Mennyi a sportköri tagok testmagasságának átlaga, ha a sportkör csak ezekből a szakosztályokból áll és mindenki csak egyetlen szakosztálynak tagja?

121. (K) Egy iskola 3 végzős osztályában a matematika érettségik átlaga a következő volt: $3,27; 3,43; 3,83$. Az első osztályba 26 – an, a másodikba 30 – an, a harmadikba pedig 24 – en jártak. Határozd meg az iskola érettségizőinek matematika átlagát!

122. (K) Egy osztályban 4 dolgozat átlaga 75 pont lett. Egy pótló diák 90 pontot ért el. Mennyi lett ezzel együtt a dolgozatok átlaga?

123. (K) Péter fizika jegyei eddig így alakultak: $3; 2; 2; 4; 5; 1; 4; 2; 5$. Lehetséges – e, hogy az utolsó dolgozat után az átlaga $3,15$ lesz?

124. (K) Lehetséges – e egy 30 fős osztályban $3,15$ – ös osztály átlag? Mennyi fős az az osztály, amelynek átlaga $3,15$ és létszáma lehető legközelebb van a 30 – hoz?

125. (K) Egy osztályba 32 tanuló jár, s az eddig kijavított dolgozatok átlaga 2 tizedesjegyre kerekítve $2,19$. Elérhető – e a $2,35$ – re kerekített osztályátlag, ha már csak a legjobb diák dolgozata van hátra?

126. (K) Samu akkor kap jelest év végén matematikából, ha a 10 darab 100 pontos dolgozatának pontátlaga legalább 80. Azonban pontjainak átlaga csak 79 lett. Igaza van – e Samunak akkor, amikor azt állítja, hogy csak 1 apró pont hiányzik neki?

127. (K) Ildi elhatározta, hogy a vizsgájára készülve naponta átlagosan 6 órát fog tanulni a következő 2 héten. Az első 4 napon sajnos nem volt ideje a tanulásra, de utána 5 napig minden nap 7 órát tanult. Ezt követően elutazott 3 napra és csak naponta 2 órát tudott tanulni. Hazaérve az utolsó előtti napon megrémült és 10 órát szánt tanulásra. Bele tud – e húzni annyira az utolsó napon, hogy teljesíteni tudja a tervét?

128. (K) Melyik számot kell elhagyni az $1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$ számok közül úgy, hogy a megmaradt számok átlaga 5 legyen?

129. (K) Tekintsük a következő számokat: $2; 7; 11; 16; 25$. Melyik lehet az egyetlen hiányzó szám, ha tudjuk, hogy a 6 szám átlaga 11?

130. (K) Egy edzésen 5 kezdő szumóbírkózó össztömege $7,5$ mázsa. Ha közéjük áll az edzőjük is, akkor átlagos tömegük $25\ kg$ – mal növekszik. Mennyi kg az edző?

131. (K) Zoli úgy készült a megyei matematikaverseny döntőjére, hogy megoldotta az előző 5 év feladatsorait. Az első 4 feladatsorban $95; 97; 101$ és 91 pontot ért el. Mennyi pontot ért el az utolsóban, ha azzal az átlagpontszáma 1 – gyel nagyobb lett?

132. (K) Az egyik focicsapat pályán levő 11 játékosának testmagasság átlaga $187\ cm$. Sérülés miatt az egyik hátvédet pályán kívül ápolják, s így a pályán maradt játékosok testmagasságának átlaga $0,1\ cm$ – rel nő. Mennyi a sérült testmagassága?

133. (K) Egy kézilabdacsapat játékosainak átlagéletkora 22 év. Szabálytalanság miatt az egyik játékost kiállították, aminek hatására a csapat átlagéletkora 21 évre csökkent. Mennyi éves a kiállított játékos? (Egy kézilabdacsapatnak 7 játékosa van.)

134. (K) Egy jégkorongcsapat átlagéletkora 20 év. Mennyivel változik a pályán maradók átlagéletkora, ha a meccs hevében kiállítanak közülük egy 20 éves játékost? (Egy jégkorongcsapat 6 játékosból áll.)

135.(K) Egy orvosi vizsgálaton egy általános iskolásokból álló osztály mind a 30 tanulójának megmérték a testmagasságát. A gyerekek átlagmagasságára $147\ cm$ adódott, ám ekkor rájöttek, hogy hibáztak, mivel Béla magassága helyett is András magasságát vették figyelembe. A hibát helyrehozva az átlagmagasság $147,5\ cm$ lett. Mennyivel magasabb Béla Andrásnál?

136. (K) Eszter egyik héten megmérte 5 - ször a súlyát. A kapott értékek átlaga $52,0\ kg$ volt és az első 4 mérés eredménye $51,8\ kg$; $52,5\ kg$; $51,2\ kg$; $52,0\ kg$.

a) **Mennyi volt az utolsó mérés eredménye?**

b) **Határozd meg az adatsor móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!**

137. (K) Egy matek dolgozat átlaga $3,5$ lett. Az egyik diák utólag 4 - esre írta meg a pótdolgozatát és így az átlag $3,52$ - re nőtt. Mennyien írtak eredetileg dolgozatot?

138. (K) Egy családban az apa, anya és a gyerekek átlagéletkora 20 év. A 44 éves apát nem számítva a család átlagéletkora 16 év. Mennyi gyerek van a családban?

139. (K) Tornaórán a jelenlevő fiúk magasságai (cm): $187; 188; 176; 180; 182; 169; 190; 177; 188$. A csökkenő tornasorban legalább hányadik helyre kell állnia az egyetlen hiányzónak, ha tudjuk, hogy az összes fiú magasságainak átlaga kisebb, mint $182,2\ cm$?

140. (K) Eleonóra eddigi kémia jegyei: $3; 4; 3; 5$. Legalább hányast kell szereznie a félév utolsó dolgozatában, ha félévkor 4 – est szeretne kapni és a tanár csak 6 tized felett adja meg a jobb jegyet?

141. (K) Egy tantestület átlagéletkora 40 év. A tanárnők átlagéletkora 35 év, a tanár uraké pedig 50 év. Mennyi a tanárnők és tanár urak számaránya a tantestületben?

142. (K) Egy tesztben az osztály átlaga 80 pont. A lányok átlaga 83 pont, a fiúké 71 pont. Az osztály tanulóinak mennyi százaléka lány?

143. (K) Egy 5 tagú társaság súlyát megmérik úgy, hogy minden tag után átlagot számolnak. Mennyivel nehezebb az utolsó játékos az elsőnél, ha az átlag minden alkalommal $1\ kg$ – gal nőtt?

144. (K) Egy 30 fős osztály legutóbbi dolgozatát 26 – an írták meg és az átlaga $3,5$ lett.

a) **Ha a hiányzók is megírják a dolgozatot, akkor milyen határok között változhat az osztályátlag?**

b) **Milyen eredmények születhettek a pótláskor, ha a teljes osztály átlaga $3,6$ lett?**

145. (E) Egy nem feltétlenül különböző pozitív egészekből álló számsokaságban 1 - szer szerepel a 68. A számok átlaga 56. Ha azonban a 68 – at kihagyjuk a számsokaságból, akkor az átlag 55 – re csökken. Legalább mekkorának kell lennie, a számsokaságban szereplő legkisebb számnak. Legfeljebb mekkora lehet a mintában előforduló legnagyobb szám?

146. (E) Egy osztályban a dolgozat átlaga $3,25$, a jegyek összege 78 lett. Senki sem írt elégtelen dolgozatot.

a) **Legfeljebb mennyi jeles dolgozat születhetett?**

b) **Lehetséges – e, hogy nem született jeles dolgozat?**

147. (E) Egy jól sikerült röpdolgozat jegyeinek összege 147 lett, az átlag $4,2$ és senki sem írt elégtelen dolgozatot.

a) **Mennyien írtak dolgozatot?**

b) **Legalább mennyi jeles dolgozat születhetett?**

c) **Legfeljebb mennyi jeles dolgozat születhetett?**

148. (E) Egy 16 fő csoportban a történelem dolgozatok átlaga 2 tizedesjegyre kerekítve $3,81$ lett és senki nem kapott elégtelent.

a) **Legfeljebb hányan kaphattak elégségest?**

b) **Biztosan volt – e valakinek jelese?**

c) **Hányféleképpen lehetett pontosan 11 darab jó osztályzat?**

d) **Igaz – e, hogy ha a módusz 4, akkor a medián is 4?**

149. (K) Két középiskolában összehasonlították a végzősök által az érettségin szerzett pontokat. Az egyikben 340 pont lett az átlag, a másikban 420. Az iskolák összesített eredményeinek átlaga 360 pont volt. Mennyi tanuló érettségizett idén az iskolákban külön – külön, ha az egyikben 40 – nel többen voltak, mint a másikban?

150. (K) Egy 176 diákból álló évfolyam kémia átlaga $3,5$. Tudjuk, hogy 50 - en kaptak jelest, 40 - en jót és 16 – an elégtelent. Mennyien kaptak közepest, illetve elégségest?

151. (K) Egy 30 fős osztályban fizikából 3 jeles, 10 közepes és 5 elégséges dolgozat született. Az osztály átlaga $2,9$ és $2,95$ közé esett. Mennyien írtak jó dolgozatot?

152. (K) Egy 25 fős osztályban a magyar dolgozatok átlaga ponosan $2,96$. Tudjuk, hogy 4 elégtelen, 3 elégséges és 2 jeles lett.

a) **Mennyi közepes és hány jó érdemjegy született?**

b) **Határozd meg az érdemjegyek móduszát, mediánját és szórását!**

c) **Az osztály tanulóit érdemjegyeik alapján csökkenő sorrendbe állítjuk. Hányféleképpen tudjuk ezt megtenni?**

153. (E) Egy 25 fős osztályban egy dolgozat során az osztályátlag $2,96$ lett. Tudjuk, hogy senki sem írt elégtelent, 4 - szer annyi közepes dolgozat született, mint jeles, valamint 2 - szer annyi elégséges, mint jó.

a) **Melyik osztályzatból mennyi született?**

b) **Határozd meg az osztályzatok móduszát és mediánját!**

154. (E) Egy osztályban az irodalomdolgozaton a következő eredmények születtek: 6 jeles, 9 közepes, 4 elégséges és 3 elégtelen. A dolgozatot írató tanárnő a jó dolgozatok számára nem emlékszik, csak azt tudja, hogy az átlag $3,32$ – nél határozottan nagyobb és $3,39$ – nél határozottan kisebb.

a) **Meg lehet – e mondani, hogy mennyi jó dolgozatot írtak és hány fős az osztály?**

b) **Segít – e pontosítani az adatokat, ha a tanárnőnek az is eszébe jut, hogy a legalább közepest írók átlaga $3,87$ – nél kisebb?**

155. (E) Egy 30 fős osztály minden tanulója jár matematika, vagy történelem szakkörre. A fizikadolgozatban az osztály 24 pontos átlagos teljesítményt ért el. A matematika szakkörösök átlaga 26 pont, a történelem szakkörösök átlaga 24 pont, a mindkét szakkörre járó 5 tanuló átlaga 32 pont volt.

a) **Mennyien járnak matematika szakkörre az osztályból?**

b) **Mennyi volt az átlaga a csak történelem szakkörre járó tanulóknak?**

156. (E) Egy hallgató a félév során kitöltött tesztek pontszámának átlaga alapján kapja az osztályzatot. Ha az utolsó tesztet 97 pontosra írja, akkor a tesztekre kapott pontok átlaga 90 pont lesz, amennyiben az utolsó tesztet 73 pontosra írja, akkor a félévi pontátlaga 87 pont lesz. Mennyi tesztet töltött ki a hallgató a félév során?

157. (E) Egy mobilszolgáltató felmérést készíttetett egy közvélemény – kutató céggel. A cég három kategóriába sorolta az ügyfeleket. Az A kategóriába az egy nap alatt keveset beszélők, a B kategóriába a közepesen sokat beszélők, a C kategóriába a sokat beszélők kerültek. Megállapították, hogy az A kategóriában átlag 10 percet, a B – ben átlag 25 percet, a C – ben átlag 30 percet beszéltek az ügyfelek. Az összes megkérdezett átlaga 20 percre jött ki. Tudjuk még, hogy az A és C kategóriában együtt 25 – tel többen vannak, mint a B – ben, illetve a B és az A kategóriában levők különbsége fele a C kategóriába esőknek. Mennyi fős mintát vett a közvélemény – kutató cég a mobilszolgáltató ügyfelei közül?

158. (E) Egy tanár 2 osztályban is ugyanazt a dolgozatot íratta meg. Az A osztályban 42 pont, a B osztályban 37 pont lett az átlag. Az A osztályos fiúk $40,5$ pontot, a B osztályos fiúk $35,5$ pontot értek el átlagosan. Az A osztályban a lányok 45 pontot, míg a B osztályban a lányok 38 pontot szereztek átlagosan. Mennyi az osztályokba járó összes lányra vonatkozó átlagpontszám, ha tudjuk, hogy a fiúké $39,5$ pont?

159. (E) Egy tehetséges osztályban távolugrást mértek fel, amelynek 4 legjobb eredményét írta fel a tanár. Ezek átlaga $4,0\ m$, szórása pedig $0,122\ m$ volt. Jegyzetében 2 adat elmosódott, a megmaradt eredmények $4,1\ m$ és $3,8\ m$. Mi lehetett a hiányzó mérések eredménye?

160. (E) Egy tanár notesze elveszett és csak az alábbi adatok maradtak meg feljegyezve az egyik osztály legutóbbi témazárójának eredményéről:

„5 darab elégtelen, 3 darab elégséges, 14 darab közepes dolgozat született, az osztály eredményének átlaga $\frac{44}{15}$, szórásnégyzete pedig $\frac{299}{225}$."

Mennyi volt a jó, illetve a jeles dolgozatok száma?

161. (E) Egy egész számokból álló 10 elemű mintának ismerjük 8 értékét: $1; 2; 4; 5; 8; 9; 9; 10$. Tudjuk továbbá, hogy a minta átlagának szórás sugarú környezete négy tizedesjegyre kerekítve $]A - s; A + s[=]2,5941; 9,4059[$. Határozd meg a minta hiányzó elemeit!

162. (E) Egy pozitív egész számokból álló minta módusza 40, átlaga 30, a legkisebb eleme 18. Tudjuk, hogy az m medián eleme az adatsokaságnak és gyakorisága 1. Ha az m – et $(m + 5)$ – re cseréljük, akkor az így kapott új minta átlaga 31 lesz. Ha az m - et $(m - 6)$ – re cseréljük, akkor az így kapott új minta mediánja $(m - 4)$ lesz.

***a)* Mennyi eleme van a mintának?**

***b)* Határozd meg az eredeti adatsokaság elemeit!**

163. (K) Mit jelent, ha egy adathalmaz terjedelme 0? Mit jelent, ha a szórása 0? Következik - e egyik a másikból?

164. (K) Tamás 5 tantárgyból érettségizett, s a kapott jegyekről a következőt tudjuk: mediánjuk 4 és szórásuk 0. Milyen jegyeket kapott Tamás?

165. (K) Lehetséges – e, hogy az osztály jegyeinek átlaga $3,8$ és szórása 0?

166. (K) Lehetséges – e, hogy az üdítők ára átlagosan 10 % - kal növekszik, de lesz olyan üdítő, amelyik ára viszont csökken?

167. (K) Egy 100 számból álló adatsokaságnak ismerjük az átlagát, mediánját, móduszát, terjedelmét, szórását. Ezek közül melyik az, amelyik biztosan szerepel az adatok között is? Változik – e a megoldás, ha az elemek száma 99?

168. (K) Egy 23 fős csoportban a magasságok mediánja $173\ cm$. Lehetséges – e, hogy legalább 12 ember magassága $175\ cm$?

169. (K) A 100 elhaladó autót megnézve felírjuk, hogy mennyi fő utazik benne. Legalább mennyi alkalommal kell az 1 - es számot felírnunk, hogy a létrejövő minta egyik módusza biztosan 1 legyen? Mennyiszer, hogy az egyetlen módusza az 1 legyen?

170. (K) Adottak a következő számok: $2; 3; 4; 3; 5; 5; 3; 7$.

a) **Melyik számot hagyjuk el, hogy a megmaradt számok mediánja 3 legyen?**

b) **Melyik számot hagyjuk el, hogy a megmaradt számok terjedelme 4 legyen?**

c) **Melyik számot hagyjuk el, hogy a megmaradt számok átlaga 5 legyen?**

171. (K) Egy felmérésben az autókban utazók számát vizsgálva a következőt kapták:

Utasok száma	**1**	**2**	**3**	**4**
Autók száma	7	11	7	

a) **Mennyi lehet a hiányzó adat legnagyobb értéke, ha a módusz 2?**

b) **Mennyi lehet a hiányzó adat legnagyobb értéke, ha a medián 2?**

c) **Mennyi lehet a hiányzó adat, ha tudjuk, hogy az utasok átlagos száma $2\frac{1}{3}$?**

172. (K) Az automatába dobott érmék (Ft): $10; 10; 5; 20; 20; 5; 10; 5; 20; 50; 10; 5; 50$.

a) **Készíts gyakorisági táblázatot az érmékről!**

b) **Határozd meg a bedobott érmék móduszát, mediánját, terjedelmét és szórását!**

c) **Időközben egy ember érkezett az automatához, akinél csak $50\ Ft$ – os érme volt. Mennyi érmét dobhatott be, ha a medián 20 – ra változott?**

173. (K) A fizikai kísérleteknél abszolút hibának nevezik a mért és a tényleges érték eltérését. Egy hosszmérés – kísérletben az abszolút hibák $2; 3; 4; 2$ és $5\ mm$ – nek adódtak. Nem tudjuk, hogy melyik hiba tért el pozitív és melyik negatív irányban a valós értéktől. Ezt figyelembe véve mennyi lehet az előjeles eltérések terjedelmének maximuma, illetve minimuma?

174. (K) Egy 30 fős osztályban az átlagos testmagasság $168\ cm$.

a) **Előfordulhat – e, hogy csak 1 diák nem alacsonyabb az átlagnál?**

b) **Mekkora lehet a terjedelem minimuma, ha pontosan 2 tanuló alacsonyabb az átlagnál és minden testmagasság egész? Ekkor mennyi az adatsor módusza, mediánja és szórása?**

175. (K) Egy munkahelyen vizsgálták a dolgozók életkorát és fizetését. A 24 dolgozó közül 5 fő 23 éves, 8 fő 26 éves, 6 fő 35 éves, 3 fő 43 éves és 2 fő 51 éves. Keresetük: 2 főnek $6\,000\ Ft$, 3 főnek $7\,000\ Ft$, 7 főnek $9\,500\ Ft$, 9 főnek $10\,000\ Ft$, 2 főnek $11\,000\ Ft$ és 1 főnek $14\,000\ Ft$.

a) **Számítsd ki az életkorok, illetve a fizetések átlagát!**

b) **Határozd meg az életkorok, illetve a fizetések terjedelemét és a szórását!**

c) **Az életkorok vagy a fizetések szórnak jobban?**

176. (K) Egy osztályban 11 tanuló maximum 100 pontos teszteredményei a következők: $100; 100; 100; 63; 62; 60; 12; 12; 6; 2; 0$ pont.

a) **Az egyik tanuló rendkívülinek tartja az eredményt, mert a 47 pont szerinte túlzottan alacsony. Melyik statisztikai jellemzőt választotta a tanuló?**

b) **A tanár szerint a legtöbbször előforduló érték azt mutatja, hogy jó eredmények születtek. Melyik statisztikai jellemzőt választotta a tanár?**

c) **Az igazgató azt mondta, hogy a 60 pont nem mondható rendkívülinek. Melyik statisztikai jellemzőt választotta az igazgató?**

177. (K) Lajos dolgozata 92 pontos lett, az osztályátlag 78 pont, a pontok szórása pedig 14 pont. Barátja, András dolgozata 89 pontos lett, az osztályátlag szintén 78 pont, a pontok szórása pedig 10 pont. Ki mivel indokolja, hogy jobb dolgozatot írt, mint a barátja?

178. (K) Egy autóakkumulátorokat gyártó cég vezető mérnökének 2 - féle eljárás közül kell választania. Mindkét eljárással gyártott akkumulátorokból vesz egy 8 elemű mintát és vizsgálja az élettartamukat. Az élettartamok hónapban vannak megadva.

A **eljárással gyártott akkumulátor**	21	24	22	23	25	23	26	20
B **eljárással gyártott akkumulátor**	23	27	20	22	26	20	27	19

Melyik eljárást válassza a mérnök, ha a számtani közepet és a szórást vizsgálja?

179. (K) Egy csomag virághagymát vásároltunk. A csomagra azt írták, hogy a növények magassága 1 hónap múlva átlag $6,5\ cm$ lesz. Elültetés után a hónap végén csalódottan tapasztaljuk, hogy a 10 hagymából csak 3 kelt ki, s a növények magasága $20\ cm$; $22\ cm$; $23\ cm$.

a) **Melyik közepet írták vajon a zacskóra?**

b) **A 10 érték szórásának segítségével indokold meg, hogy ez az átlag ebben az esetben miért semmitmondó! (A többi növény magasságát $0\ cm$ – nek tekintjük.)**

180. (K) Egy kisvállalat dolgozóinak havi bére:

$65\,000\ Ft$; $72\,000\ Ft$; $118\,000\ Ft$; $85\,000\ Ft$; $92\,000\ Ft$;
$65\,000\ Ft$; $85\,000\ Ft$; $85\,000\ Ft$; $140\,000\ Ft$; $124\,000\ Ft$.

a) **Hogyan változik az átlagos havi bér, ha mindet megemelik $10\,000\ Ft$ - tal?**

b) **Hogyan változik az átlagos havi bér, ha mindet megemelik 10 % - kal?**

181. (K) Adott 5 szám, amelyek átlaga 12. Ha mindegyik számhoz hozzáadunk 10 – et, az így kapott számokat megszorozzuk 4 – gyel, ezután az eredményekből levonunk 10 – et, akkor 5 újabb számhoz jutunk. Mennyi lesz az új számok átlaga?

182. (K) Hogyan változik az $1; 2; 3; 3; 2; 5; 6; 2; 2; 2; 5; 6; 5; 3; 5$ számokból álló minta módusza, mediánja, terjedelme, átlaga, ha teljesül a következő:

a) **minden eleméhez hozzáadunk (-5) – öt?**

b) **minden elemét megszorozzuk $\frac{1}{2}$ – del?**

183. (K) Hogyan változik az $4; 2; 0; 1; 6; 8$ számokból álló minta átlaga, szórása, ha teljesül a következő:

a) **minden eleméhez hozzáadunk 3 – at?**

b) **minden elemét megszorozzuk 5 – tel?**

184. (K) Hogyan változik az $1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 5; 5; 5; 5; 5; 7; 7$ számokból álló minta módusza, mediánja, terjedelme, átlaga, szórása, ha teljesül a következő:

a) **minden eleméhez hozzáadunk 5 – öt?**

b) **minden elemét megszorozzuk (-2) – vel?**

185. (E) Hogyan változik a $-1; -3; -3; -3; -3; -7; 2; 2; 5; 5; 5$ minta átlaga, módusza, mediánja, terjedelme, szórása, átlagos abszolúteltérése, középeltérése, ha teljesül a következő:

a) **minden eleméhez hozzáadunk 6 – ot?**

b) **minden elemét megszorozzuk 28 – cal?**

186. (E) Adott egy minta módusza és terjedelme.

a) **Hogyan változnak, ha minden elemhez hozzáadunk egy *b* valós számot?**

b) **Hogyan változnak, ha minden elemet megszorzunk egy *c* valós számmal?**

187. (E) Adott egy minta mediánja és középeltérése.

a) **Hogyan változnak, ha minden elemhez hozzáadunk egy *b* valós számot?**

b) **Hogyan változnak, ha minden elemet megszorzunk egy *c* valós számmal?**

188. (E) Adott egy minta átlaga, szórása és átlagos abszolúteltérése.

a) **Hogyan változnak, ha minden elemhez hozzáadunk egy *b* valós számot?**

b) **Hogyan változnak, ha minden elemet megszorzunk egy *c* valós számmal?**

189. (E) Bizonyítsd be, hogy az $\boldsymbol{1; 2; \ldots; n}$ számok szórásnégyzete: $\boldsymbol{D^2 = \frac{1}{12} \cdot (n^2 - 1)}$!

190. (E) Bizonyítsd be 2 pozitív valós számra a számtani – és mértani közepek közötti összefüggést geometriai eszközökkel!

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(3) Ábrahám Gábor; 2011; Matematika 12. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(4) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(5) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(6) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(7) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(8) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettésgi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(9) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettésgi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(10) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(11) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(12) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(13) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(14) Saját anyagok