Név: .... osztály:......

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. május 7.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2024. május 7. 9:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Sorolja fel a 28 összes pozitív osztóját!

	2 pont	

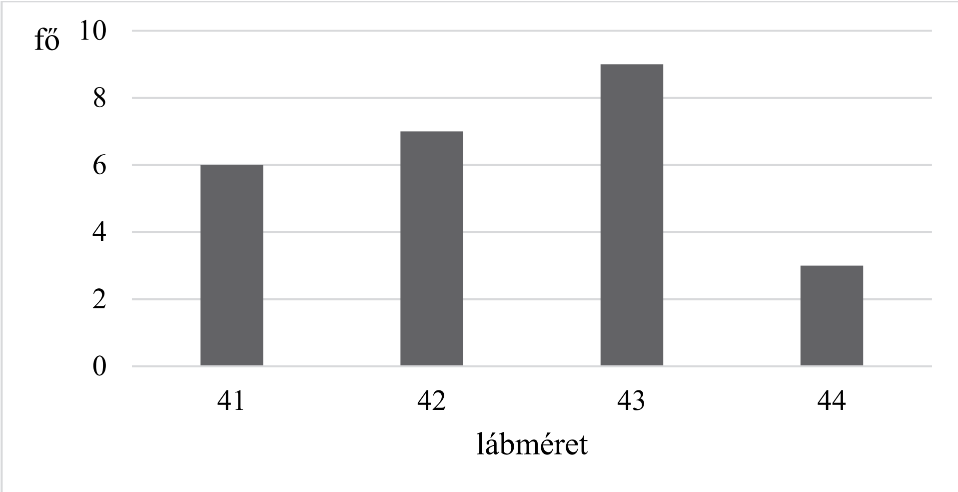
2. Adja meg egy szabályos nyolcszög belső szögeinek összegét!

	2 pont	

3. Egy frissen alapított informatikai cég adatállománya nagyjából 10 naponta megduplázódik. Állapítsa meg, hogy hány nap alatt nő nyolcszorosára a cég adatállománya!

	2 pont	

4. Az alábbi diagram 25 tanuló lábméretének eloszlását mutatja. Határozza meg a diagram alapján az adatok átlagát, móduszát és mediánját!

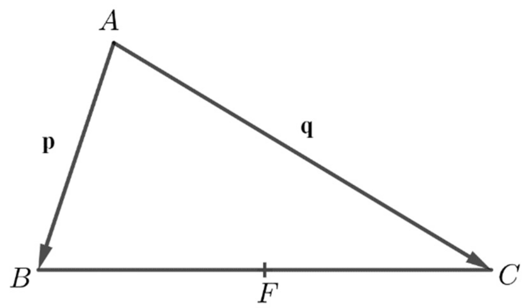


Átlag:	2 pont	
Módusz:	1 pont	
Medián:	1 pont	

5. Egy 16 fős tanulócsoportban egyszerre 2 tanuló old meg közösen egy feladatot a táblánál. Hányféleképpen választható ki a csoportból az a 2 tanuló, akik a táblánál dolgoznak?

	2 pont	

6. Az ábrán látható ABC háromszög BC oldalának felezőpontja F. Az A csúcsból kiinduló oldalvektorokat jelölje **p** és **q** az ábrának megfelelően.
Fejezze ki **p** és **q** segítségével a $\overrightarrow{CB}$, a $\overrightarrow{CF}$ és a $\overrightarrow{BA}$ vektort!



$\overrightarrow{CB} =$	1 pont	
$\overrightarrow{CF} =$	1 pont	
$\overrightarrow{BA} =$	1 pont	

7. Egy porcerősítő tablettákat tartalmazó doboz címkéjén az olvasható, hogy egy tabletta tömege 1,57 gramm. A doboz tömege üresen 24,7 gramm. A tablettákkal teli doboz tömege 166 gramm.
Hány tablettát tartalmaz a teli doboz? Számítását részletezze!

	2 pont	
	1 pont	

8. Tekintsük a következő (pozitív egész számokra vonatkozó) állítást:
„*Ha két szám szorzata páratlan, akkor a két szám összege páros*.”
Fogalmazza meg az állítás megfordítását, és adja meg a megfordított állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)!

Az állítás megfordítása:	1 pont	
A megfordított állítás logikai értéke:	1 pont	

9. Egy bank évente 6% kamatos kamatot fizet a lekötött pénzösszegekre. Hány százalékkal nő a lekötött pénzösszeg 3 év alatt?

	2 pont	

10. Egy egyenes egyenlete $y=\frac{2}{3}x-2$. Az egyenesre illeszkedő P pont második koordinátája 2. Adja meg a P pont első koordinátáját!

	2 pont	

11. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ függvény helyettesítési értékét, ha $x = 3$.

	2 pont	

12. A kétjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a szám osztható 11-gyel! Megoldását részletezze!

	3 pont	
	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	4	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	2	
	11. feladat	2	
	12. feladat	4	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum　　　　　　　　javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum　　　　　　　　dátum

javító tanár　　　　　　　　jegyző

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. május 7.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2024. május 7. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. **a)** A piacon az egyik zöldségesnél egy vásárló 4 kg krumplit és 3 kg hagymát vásárolt, amiért összesen 1570 Ft-ot fizetett. A sorban utána következő vásárló 2 kg krumpliért és 1 kg hagymáért 700 Ft-ot fizetett. Mennyibe került 1 kg krumpli, és mennyibe került 1 kg hagyma ennél a zöldségesnél?

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

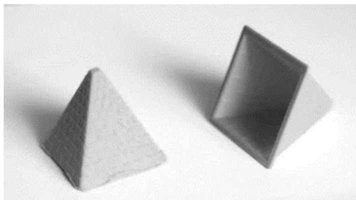
$$4+2x(x-1)=(x+1)^2$$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Dóri egy 6 cm átmérőjű, 10 cm magas forgáshengert készített gyurmából. Később a húga, Panni ugyanebből a gyurmamennyiségből egy szintén forgáshenger alakú „kígyót” formált, de az már 40 cm hosszú lett.

a) Hány centiméter a Panni által formált kígyó átmérője?

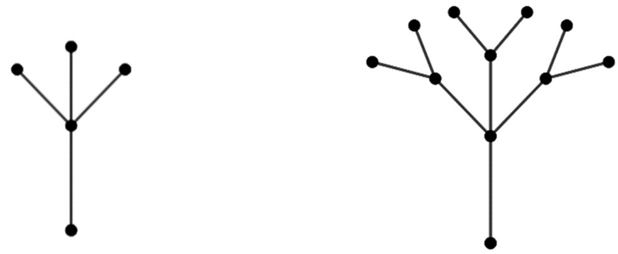
Dóri másnap – egy forma segítségével – piramisokat készített gyurmából. Az egyik piramis alakja egy olyan négyzet alapú gúla lett, amelynek alapéle 8 cm, és minden oldaléle 9 cm hosszúságú.



b) Mekkora ennek a gúlának a térfogata?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy frissen elültetett fa törzséből három ág indult ki. Az első évben minden ág végén két újabb ág hajtott ki. Az alábbi ábrák egy-egy gráfon szemléltetik a fa ágszerkezetét ültetéskor, illetve az első év végén. Az elágazásokat és az ágak végét tekintjük a gráf pontjainak, az ágakat pedig a gráf éleinek (a fa törzsét is egy élnek tekintjük).



ültetéskor az első év végén

a) Hány éle és hány pontja van a gráfnak az első év végén?

A második év végére az első évben kihajtott ágak végén két új ág hajt ki. És így tovább: minden évben az azt megelőző évben kifejlődött ágak végén két új ág hajt ki.

b) Hány éle van összesen annak a gráfnak, amely a negyedik év végén ábrázolja a fát?

Egy kertészetben facsemetéket ültettek el egy trapéz alakú területen 17 sorban. Az első sorba 12 facsemete, a másodikba 15, a harmadikba 18 került, és így tovább: minden sorba 3-mal több facsemetét ültettek el, mint az előzőbe.

c) Hány facsemetét ültettek az utolsó sorba, és hány facsemete van összesen a területen?

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

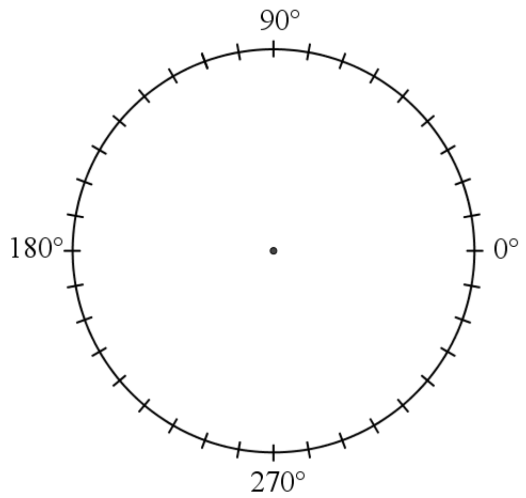
B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Hajni gyakorolt a matematika érettségi vizsgára, ezért az abszolútértékes, a lineáris, a másodfokú és a négyzetgyökös függvényekből összesen 24 darabnak a grafikonját rajzolta fel a füzetébe. Ezek eloszlását kördiagramon szeretnénk ábrázolni, az alábbi táblázat adatai alapján.

Függvény típusa	Darab-szám	Középponti szög
Abszolútértékes függvény	5	
Lineáris függvény		135°
Másodfokú függvény	6	
Négyzetgyökös függvény		

a) Töltse ki a táblázat üres celláit, és készítse el a kördiagramot!



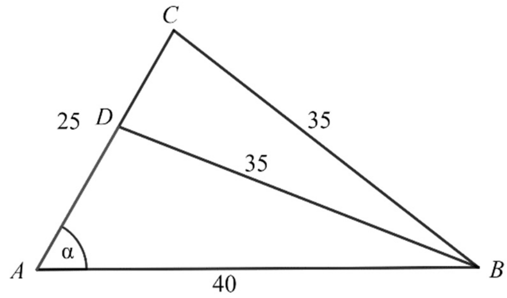
Hajni ábrázolta az $f(x) = (x-3)^2 - 4$ másodfokú függvényt is ($x \in \mathbf{R}$).

b) Jellemezze az f függvényt a következő szempontok szerint: zérushelyek, monotonitás, szélsőérték (típus, hely és érték), értékkészlet!

a)	7 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

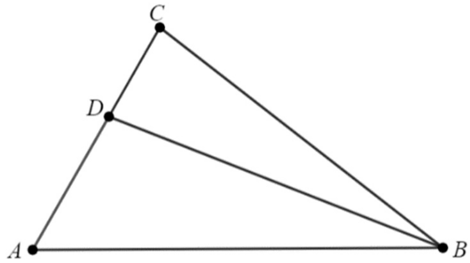
17. Az ábrán látható ABC háromszög oldalainak hossza: $AB = 40$ cm, $AC = 25$ cm és $BC = 35$ cm. A D pont az AC oldal belső pontja úgy, hogy a BD szakasz hossza szintén 35 cm. Jelölje α az ABC háromszög A csúcsánál lévő belső szöget.



a) Számítással igazolja, hogy $\alpha = 60°$!

b) Határozza meg az ABD tompaszögű háromszög területét!

Az ábrán négy település (A, B, C és D), valamint az ezeket összekötő utak hálózata látható. Az utak állapotát ellenőrző autó vezetője szeretné mind az öt utat bejárni úgy, hogy minden összekötő úton pontosan egyszer halad végig. Egy lehetséges bejárási terv például: *DABDCB*.



c) Hány olyan különböző bejárási terv készíthető, amely a B pontból indul? (Két bejárási terv különböző, ha az egyikben legalább egy település más helyen szerepel, mint a másikban.)

d) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait itt nem kell indokolnia!

(1) A 4 csúcsú teljes gráfnak 6 éle van.
(2) Van olyan 5 csúcsú gráf, amelyben minden csúcs fokszáma 3.
(3) Van olyan 6 csúcsú gráf, amelynek 5 éle van.

a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	4 pont	
d)	2 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy iskolában tánc- és kerámiaszakkör is működik. Az iskola 142 tanulója közül 24-en járnak táncszakkörre, és 20-an kerámiaszakkörre. Nyolcszor annyi tanuló nem jár egyik szakkörre sem, mint ahányan mindkettőre járnak.

a) Hányan járnak csak a táncszakkörre, és hányan csak a kerámiaszakkörre a két szakkör közül?

Az egyik alkalommal nyolc tanuló vett részt a kerámiaszakkörön. A szakkört egy olyan teremben tartották, ahol összesen 16 hely volt nyolc darab kétszemélyes padban. A tanár a szakkör elején azt kérte a diákoktól, hogy minden padba egy ember üljön, a két hely bármelyikére.

b) Hányféleképpen ülhettek le a diákok a tanár kérésének megfelelően? (Két ülésrendet különbözőnek tekintünk, ha legalább egy diák másik helyen ül a két esetben.)

Egy másik alkalommal 14 tanuló vett részt a táncszakkörön. A 14 tanuló közül 6-an járnak a kerámiaszakkörre is.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 14 tanuló közül 3-at véletlenszerűen kiválasztva, a kiválasztottak között pontosan 2 olyan lesz, aki a kerámiaszakkörre is jár?

a)	7 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum ____________________ javító tanár ____________________

	pontszáma **egész számra** kerekítve elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum ____________________ dátum ____________________

javító tanár ____________________ jegyző ____________________