

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. május 7.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

### JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

---

# Fontos tudnivalók

## Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket**.
  - helyes lépés: *kipipálás*
  - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
  - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
  - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
  - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
  - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

## Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. **Mértékegység hiánya esetén** csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszban vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).
7. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
10. Az olyan részszerkesztésekért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
11. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont**.
12. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
13. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
14. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
15. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

<b>1.</b>		
1; 2; 4; 7; 14; 28	2 pont	6 helyes és 1 helytelen, illetve 4 vagy 5 helyes és 0 helytelen osztó esetén 1 pont jár. Más esetben nem jár pont.
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>2.</b>		
$(6 \cdot 180^\circ =) 1080^\circ$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>3.</b>		
$(8 = 2^3, \text{ tehát } 3 \cdot 10 =) 30 \text{ nap alatt.}$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>4.</b>		
Az átlag $\left( \frac{6 \cdot 41 + 7 \cdot 42 + 9 \cdot 43 + 3 \cdot 44}{25} = \right) 42,36.$	2 pont	
A módusz 43.	1 pont	
A medián 42.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>5.</b>		
$\left( \binom{16}{2} = \right) 120$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>6.</b>		
$\overrightarrow{CB} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$	1 pont	
$\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}(\mathbf{p} - \mathbf{q})$	1 pont	
$\overrightarrow{BA} = -\mathbf{p}$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>7.</b>		
A tabletták tömege összesen $166 - 24,7 = 141,3 \text{ (g)}$ ,	1 pont	
ezért $141,3 : 1,57 =$	1 pont	
$= 90$ tablettát tartalmaz a teli doboz.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>8.</b>		
Az állítás megfordítása: <i>Ha két szám összege páros, akkor a két szám szorzata páratlan.</i>	1 pont	
A megfordított állítás hamis.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>9.</b>		
$(1,06^3 \approx 1,191)$ , azaz kb. 19,1%-kal nő.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>10.</b>		
$(2 = \frac{2}{3}x - 2)$ , így $x = 6$ , azaz a $P$ pont első koordinátája 6.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>11.</b>		
$f(3) = 4$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>12.</b>		
Összesen $(9 \cdot 10 =)$ 90 db kétjegyű pozitív egész szám van (összes eset száma).	2 pont	
Ezek közül 9 db osztható 11-gyel (kedvező esetek száma).	1 pont	
A kért valószínűség $\frac{9}{90} = 0,1$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

## II. A

<b>13. a) első megoldás</b>		
A krumpli kilónkénti árát forintban jelölje $k$ , a hagymáét $h$ . A feladat szövege alapján $\left. \begin{aligned} 4k + 3h &= 1570 \\ 2k + h &= 700 \end{aligned} \right\}$	2 pont	
A második egyenletből $h = 700 - 2k$ , amit az első egyenletbe helyettesítve $4k + 2100 - 6k = 1570$ .	1 pont	$\left. \begin{aligned} 4k + 3h &= 1570 \\ 4k + 2h &= 1400 \end{aligned} \right\}$
Ebből $k = 265$ Ft egy kg krumpli,	1 pont	$A$ két egyenletet kivonva egymásból $h = 170$ ,
és $h = 700 - 2 \cdot 265 = 170$ Ft egy kg hagyma.	1 pont	és $k = 265$ .

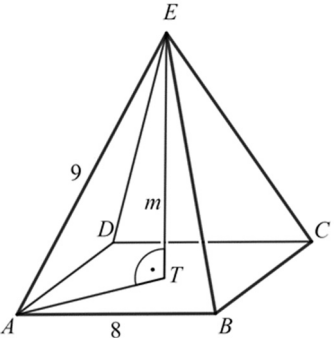
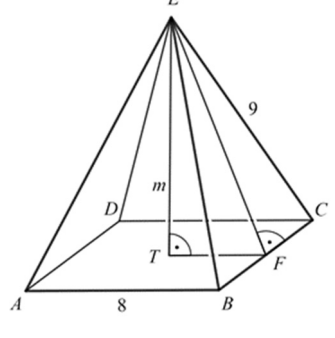
Ellenőrzés a szöveg alapján: $4 \cdot 265 + 3 \cdot 170 = 1570$ Ft és $2 \cdot 265 + 170 = 700$ Ft valóban.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>13. a) második megoldás</b>		
Ha 2 kg krumpli és 1 kg hagyma 700 Ft-ba került, akkor 4 kg krumpli és 2 kg hagyma ára 1400 Ft volt.	2 pont	
Ebből az következik, hogy 1 kg hagyma ( $1570 - 1400 =$ ) 170 Ft-ba került,	2 pont	
egy kg krumpli ára pedig $(700 - 170) : 2 = 265$ Ft volt.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>13. b)</b>		
A zárójeleket felbontva: $4 + 2x^2 - 2x = x^2 + 2x + 1$ .	2 pont	
Rendezve: $x^2 - 4x + 3 = 0$ .	1 pont	
$x_1 = 1, x_2 = 3$	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>14. a) első megoldás</b>		
A Dóri által készített henger alapkörének sugara 3 cm,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
térfogata $V = 3^2 \cdot \pi \cdot 10 = 90\pi$ ( $\approx 282,7$ ) ( $\text{cm}^3$ ).	1 pont	
A Panni által formált 40 cm hosszú, $r$ cm sugarú henger térfogata ugyanennyi, így $r^2 \pi \cdot 40 = 90\pi$ ,	1 pont	
ahonnan $r^2 = 2,25$ .	1 pont	
(Mivel $r > 0$ , így) $r = 1,5$ (cm).	1 pont	
Tehát az átmérő 3 cm.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>14. a) második megoldás</b>		
A két henger térfogata egyenlő, de a Panni által formált henger hossza négyszerese Dóriénak.	1 pont	
Így Panni hengerének alapterülete negyede a másik henger alapterületének.	2 pont	
(Bármely két kör hasonló, így) ha a két kör területének aránya 1 : 4, akkor a sugarak (illetve az átmérők) aránya ennek négyzetgyöke, azaz 1 : 2.	2 pont	
Tehát Panni hengerének átmérője fele akkora, mint Dóri hengerének átmérője, azaz 3 cm.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

<b>14. b)</b>		
A feladat megértését tükröző ábra.		
	1 pont	
A gúla alaplajjának területe: $8^2 = 64$ (cm <sup>2</sup> ).	1 pont	
Az AT szakasz a négyzet átlójának a fele, tehát $AT = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} (\approx 5,66)$ (cm).	1 pont	<i>Az EFC derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tétel alapján</i> $EF^2 + 4^2 = 9^2$ , $EF = \sqrt{65} (\approx 8,06)$ (cm).
Az ATE derékszögű háromszögben felírva a Pitagorasz-tételt: $(4\sqrt{2})^2 + m^2 = 9^2$ ,	1 pont	<i>Az ETF derékszögű háromszögben</i> $m^2 + 4^2 = (\sqrt{65})^2$ ,
amiből $m = 7$ (cm).	1 pont	
A gúla térfogata $V = \frac{64 \cdot 7}{3} \approx 149,3$ cm <sup>3</sup> .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

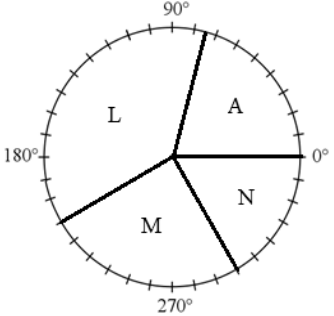
<b>15. a)</b>		
A gráfnak $(4 + 3 \cdot 2 =)$ 10 éle	1 pont	
és 11 pontja van.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>15. b)</b>		
Minden évben megduplázódik az új élek száma, tehát a második évben $6 \cdot 2 = 12$ új él keletkezik.	2 pont	<i>Az egyes években a gráf új éleinek számai tekinthetők egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjainak, amelyben <math>a_1 = 6</math> és <math>q = 2</math>.</i>
A harmadik évben 24, a negyedikben 48 új él keletkezik,	1 pont	$S_4 = 6 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1} =$
tehát összesen $6 + 12 + 24 + 48 = 90$ új él keletkezik.	1 pont	$= 90$
Az eredeti 4 éllel együtt a negyedik év végén összesen $4 + 90 = 94$ éle lesz a gráfnak.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

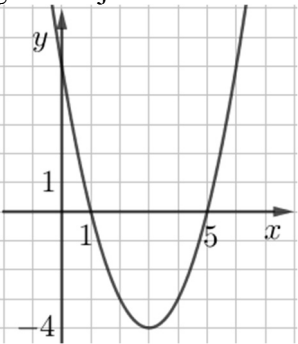
<b>15. c)</b>		
Az egyes sorokba ültetett facsemeték száma egy számtani sorozat egymást követő tagjaival egyezik meg. A sorozat első tagja 12, differenciája pedig 3.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Az utolsó sorba $a_{17} = a_1 + 16d = 12 + 16 \cdot 3 =$	1 pont	
$= 60$ fát ültettek.	1 pont	
A területen összesen $S_{17} = \frac{a_1 + a_{17}}{2} \cdot 17 = \frac{12 + 60}{2} \cdot 17 =$	1 pont	$S_{17} = \frac{2 \cdot 12 + 16 \cdot 3}{2} \cdot 17 =$
$= 612$ facsemetét ültettek.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó felsorolja a sorozat első 17 tagját, és ez alapján helyesen válaszol, akkor a teljes pontszám jár.*

## II. B

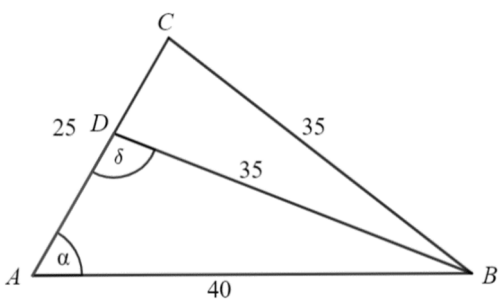
<b>16. a)</b>		
Az abszolútértékes függvényekhez tartozó középponti szög $360^\circ \cdot \frac{5}{24} = 75^\circ$ .	1 pont	1 db függvényhez $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$ -os középponti szög tartozik, így az abszolútértékes függvényekhez $5 \cdot 15^\circ = 75^\circ$ -os,
A másodfokú függvényekhez tartozó középponti szög $360^\circ \cdot \frac{6}{24} = 90^\circ$ .	1 pont	a másodfokú függvényekhez $6 \cdot 15^\circ = 90^\circ$ -os.
Lineáris függvényből $24 \cdot \frac{135^\circ}{360^\circ} = 9$ darab van.	1 pont	$\frac{135^\circ}{15^\circ} = 9$
Négyzetgyökös függvényből $24 - (5 + 9 + 6) = 4$ darab van.	1 pont	
A négyzetgyökös függvényekhez tartozó középponti szög $(360^\circ - 75^\circ - 135^\circ - 90^\circ) = 60^\circ$ .	1 pont	$4 \cdot 15^\circ = 60^\circ$
Kördiagram megfelelő jelölésekkel, például:	2 pont	
		
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	



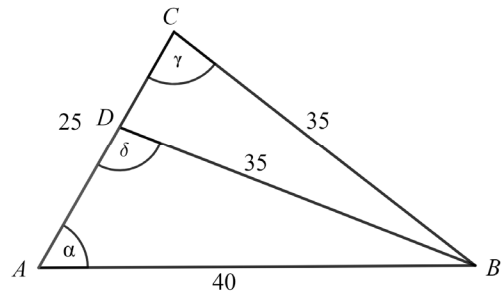
<b>16. b)</b>		
Az $f$ függvény grafikonja:		
	2 pont	A zérushelyeket az $(x-3)^2 - 4 = 0$ egyenlet gyökei adják meg. Rendezve: $x^2 - 6x + 5 = 0$ .
A függvény zérushelyei $x_1 = 1$ és $x_2 = 5$ .	1 pont	
Az $f$ (szigorúan monoton) csökken, ha $x \leq 3$ ,	1 pont	$x < 3$ is elfogadható.
és (szigorúan monoton) növekszik, ha $x \geq 3$ .	1 pont	$x > 3$ is elfogadható.
A függvénynek minimuma van.	1 pont	
A minimum helye ( $x =$ ) 3,	1 pont	
a minimum értéke ( $f(3) =$ ) $-4$ .	1 pont	
A függvény értékkészlete $[-4; \infty[$ .	2 pont	Más helyes jelölés is elfogadható.
<b>Összesen:</b>	<b>10 pont</b>	

<b>17. a)</b>		
Az $ABC$ háromszögben írjuk fel a $BC$ oldalra a koszinusztételt: $35^2 = 40^2 + 25^2 - 2 \cdot 40 \cdot 25 \cdot \cos \alpha$ .	1 pont	
Ebből $\cos \alpha = 0,5$ ,	2 pont	
azaz $\alpha = 60^\circ$ valóban.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

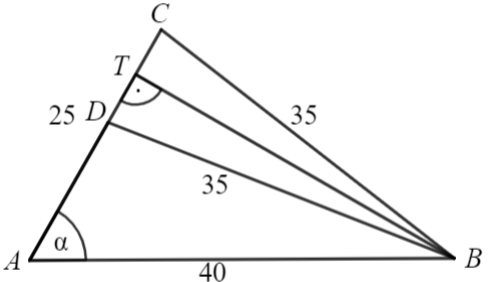
*Megjegyzés: Ha a vizsgázó a koszinusztételbe a  $60^\circ$ -ot behelyettesítve igaz egyenlőséget kap, akkor ezért 3 pont jár. Ha utal arra, hogy nincs más megfelelő szög, akkor ezért további 1 pontot kapjon.*

<b>17. b) első megoldás</b>		
 <p>Szinusztétel az <math>ABD</math> háromszögben: <math>\frac{\sin \delta}{\sin 60^\circ} = \frac{40}{35}</math>.</p>	1 pont*	
Ebből $\sin \delta \approx 0,9897$ .	1 pont*	
$\delta \approx 81,8^\circ$ nem megoldás (mert így az $ABD$ háromszög nem tompaszögű).	1 pont*	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$\delta = (180^\circ - 81,8^\circ =) 98,2^\circ$ megfelelő.	1 pont*	
Az $ABD$ háromszög $B$ csúcsnál lévő szöge $(180^\circ - 60^\circ - 98,2^\circ =) 21,8^\circ$ .	1 pont	
A háromszög területe: $T_{ABD} = \frac{40 \cdot 35 \cdot \sin 21,8^\circ}{2} \approx 260 \text{ cm}^2$ .	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

A \*-gal jelölt 4 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó:

 <p>Az <math>ABC</math> háromszög <math>C</math> csúcsnál lévő szögét <math>\gamma</math>-val jelölve a koszinusztétel alapján  <math>40^2 = 35^2 + 25^2 - 2 \cdot 35 \cdot 25 \cdot \cos \gamma</math>.</p>	1 pont	
$\cos \gamma \approx 0,1429$	1 pont	
$\gamma \approx 81,8^\circ$	1 pont	
Mivel a $BCD$ háromszög egyenlőszárú, így $\delta = 180^\circ - \gamma = 98,2^\circ$ .	1 pont	

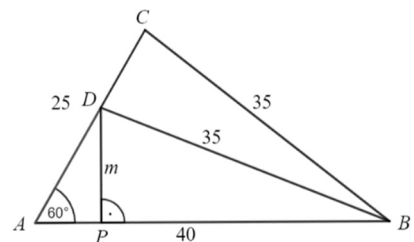
<b>17. b) második megoldás</b>		
Az $ABD$ háromszögben felírjuk a koszinusztételt: $35^2 = 40^2 + AD^2 - 2 \cdot 40 \cdot AD \cdot \cos 60^\circ$ .	1 pont	
Ebből $AD^2 - 40 \cdot AD + 375 = 0$ .	2 pont	
$AD = 25$ nem megoldás (mert $AD < AC$ ).	1 pont	
$AD = 15$ (cm) megfelelő.	1 pont	
A háromszög területe: $T_{ABD} = \frac{15 \cdot 40 \cdot \sin 60^\circ}{2} \approx 260 \text{ cm}^2$ .	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>17. b) harmadik megoldás</b>		
 <p>Rajzoljuk meg az <math>ABD</math> háromszög <math>B</math> csúcsból induló magasságát. (Mivel az <math>ABD</math> háromszög tompaszögű, ezért a magasság <math>T</math> talppontja a háromszögen kívül esik.)</p>	1 pont	
Az $ABT$ háromszög egy szabályos háromszög fele, így $AT = 20$ (cm).	1 pont	
$CT = AC - AT = 5$ (cm).	1 pont	$CT = \sqrt{35^2 - (20 \cdot \sqrt{3})^2}$
(A $BCD$ egyenlőszárú háromszögben $T$ felezi a $CD$ szakaszt, így) $DT = 5$ (cm), azaz $AD = 15$ (cm).	1 pont	
$BT = 20 \cdot \sqrt{3}$ (cm)	1 pont	
Az $ADB$ háromszög területe így $T_{ABD} = \frac{AD \cdot BT}{2} = 150 \cdot \sqrt{3} \approx 260 \text{ cm}^2$ .	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

Megjegyzés: Az  $ABD$  háromszög  $AB$  oldalhoz tartozó magasságát  $m$ -mel jelölve az  $AP$  szakasz hossza  $\frac{m}{\sqrt{3}}$ , a  $PB$

szakasz hossza  $40 - \frac{m}{\sqrt{3}}$  (1 pont). A  $PBD$  háromszögben a Pitagorasz-tételt felírva (1 pont)  $m$  értéke meghatározható:

$m = \frac{15 \cdot \sqrt{3}}{2} \approx 13$  (cm) (3 pont). Az  $AB$  oldal és a hozzá tartozó magasság hosszából kiszámítható az  $ABD$  háromszög területe (2 pont).



<b>17. c) első megoldás</b>		
A lehetséges bejárési tervek: $BCDBAD$ ; $BCDABD$ ; $BDCBAD$ ; $BDABCD$ ; $BADBCD$ ; $BADCBD$ .	3 pont	4 vagy 5 helyes bejárási terv megadása esetén 2 pont, 3 helyes bejárás megadása esetén 1 pont jár, 3-nál kevesebb esetén nem jár pont. Hibás bejárási terv írása esetén összesen 1 pont levonás jár.
Összesen tehát 6 megfelelő bejárási terv létezik.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>17. c) második megoldás</b>		
A $B$ csúcsból a $D$ csúcsba három különböző útvonalon juthatunk el (ebből kettő 2 élen halad végig, egy pedig csak 1-en).	1 pont	
Ezután $D$ -ből két útvonalon mehetünk vissza $B$ -be,	1 pont	
majd onnan újra vissza a $D$ csúcsba már csak egy „választásunk” marad.	1 pont	
Összesen tehát $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ megfelelő bejárási terv létezik.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>17. d)</b>		
(1) igaz (2) hamis (3) igaz	2 pont	2 vagy 3 jó válasz esetén 2 pont, 1 jó válasz esetén 1 pont jár.
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>18. a)</b>		
Azoknak a tanulóknak a számát, akik mindkét szakkörre járnak, jelölje $x$ . Ekkor $8x$ tanuló nem jár egyik szakkörre sem.	1 pont	
Csak táncszakkörre $24 - x$ , csak kerámiaszakkörre $20 - x$ tanuló jár.	1 pont	
A feladat szövege alapján $24 - x + 20 - x + x + 8x = 142$ .	1 pont	$24 + 20 - x + 8x = 142$
$x = 14$	1 pont	
10 fő jár csak táncszakkörre,	1 pont	
6 fő jár csak kerámiaszakköre.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján: $10 + 6 + 14 + 8 \cdot 14 = 142$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>18. b) első megoldás</b>		
Az első tanuló 16 helyre ülhet, a következő tanuló nem ülhet mellé, így ő 14 helyre ülhet, és így tovább.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Az összes lehetséges ülésrend száma így $16 \cdot 14 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 2 =$	2 pont	
$= 10\,321\,920.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>18. b) második megoldás</b>		
$8!$ (= 40 320)-féleképpen választható ki, hogy melyik diák melyik padban üljön.	1 pont	
Minden diák a padjában két hely közül választhat. A 8 diák esetén ez összesen $2^8$ (= 256) lehetőség.	2 pont	
Az összes lehetséges ülésrend száma így $2^8 \cdot 8! = 256 \cdot 40320 = 10\,321\,920.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>18. c)</b>		
A 14 tanulóból 3-at (a sorrendre való tekintet nélkül) $\binom{14}{3}$ (= 364)-féleképpen lehet kiválasztani (összes eset száma).	1 pont	<i>A sorrendet is figyelembe véve: 14 · 13 · 12</i>
A 6 kerámiaszakkörre járó tanuló közül 2-t $\binom{6}{2}$ (= 15)-féleképpen,	1 pont	6 · 5
a maradék 8 tanuló közül 1-et 8-féleképpen lehet kiválasztani.	1 pont	
A kedvező esetek száma $\binom{6}{2} \cdot 8.$	1 pont	6 · 5 · 8 · 3
A keresett valószínűség: $\frac{\binom{6}{2} \cdot 8}{\binom{14}{3}} = \frac{120}{364} \approx 0,33.$	2 pont	$\frac{6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 3}{14 \cdot 13 \cdot 12} = \frac{720}{2184}$
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	