

Visszatevéses -, visszatevés nélküli mintavétel

Visszatevéses mintavétel:

Legyen adott N elem, amelyek között K számú rendelkezik valamilyen tulajdonsággal, a többi nem. Visszatevéssel kiválasztunk n darabot. Ekkor annak a valószínűsége, hogy pontosan k ($k = 0; 1; \dots; n$) elem rendelkezik az adott tulajdonsággal: $P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{K}{N}\right)^k \cdot \left(\frac{N-K}{N}\right)^{n-k}$.

Példa:

A padláson egy dobozban 5 sima és 15 vonalas füzet van. Kiválasztunk 1 füzetet, megtekintjük, majd visszatesszük. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha összesen 6 füzetet veszünk ki visszatevéssel, akkor közöttük pontosan 2 sima lesz?

Megoldás:

Az összes eset száma: $20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 = 20^6$.

A kedvező esetek (2 sima) száma: $\binom{6}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = \binom{6}{2} \cdot 5^2 \cdot 15^4$.

Ezek alapján a megoldás: $P = \frac{\binom{6}{2} \cdot 5^2 \cdot 15^4}{20^6} \approx 0,2966$.

Megjegyzés:

Alakítsuk át a kapott kifejezést a következőképpen: $P = \frac{\binom{6}{2} \cdot 5^2 \cdot 15^4}{20^6} = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{5}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{20}\right)^4$.

Ebben az alakban $\frac{5}{20}$ jelöli az 1 sima, $\frac{15}{20}$ pedig az 1 vonalas füzet húzásának esélyét.

Megjegyzés:

Ha egy adott tulajdonságú elem választásának a valószínűsége p , a többi pedig $q = 1 - p$, akkor n elem kiválasztása esetén, annak a valószínűsége, hogy pontosan k ($k = 0; 1; \dots; n$) elem rendelkezik az adott tulajdonsággal: $P(A_k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$.

Példa:

Annak a valószínűsége, hogy egy buszjárat pontosan indul el az állomásról 97%. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 5 – ször utazva, pontosan 2 – szer késve indul el?

Megoldás:

Annak a valószínűsége, hogy 1 utazásnál pontosan indul el: $P_1 = 0,97$.

Annak a valószínűsége, hogy 1 utazásnál késve indul el: $P_2 = 0,03$.

Ezek alapján a megoldás: $P = \binom{5}{2} \cdot 0,97^3 \cdot 0,03^2 \approx 0,0082$.

Visszatevés nélküli mintavétel:

Legyen adott N elem, amelyek között K számú rendelkezik valamilyen tulajdonsággal, a többi nem. Visszatevés nélkül kiválasztunk n darabot. Ekkor annak a valószínűsége, hogy pontosan k ($k = 0; 1; \dots; n$) elem rendelkezik az adott tulajdonsággal: $P(A_k) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$.

Példa:

A bolt egy akváriumában 5 neonhal és 15 vitorlázó hal található. Mennyi annak a valószínűsége, hogy véletlenszerűen kihalszva 6 halat, közöttük pontosan 2 neonhal lesz?

Megoldás:

Az összes eset száma: $\binom{20}{6}$.

A kedvező esetek (2 neonhal) száma: $\binom{5}{2} \cdot \binom{15}{4}$.

Ezek alapján a megoldás: $P = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{15}{4}}{\binom{20}{6}} \approx 0,3522$.

Megjegyzés:

Ha az adott paraméterek elég nagyok, akkor a visszatevéses és a visszatevés nélküli mintavétel közel azonos értéket ad eredményül.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

Visszatevéses mintavétel

1. **(K)** Egyszerre feldobunk 5 szabályos dobókockát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 darab 3 - mal osztható számot dobunk?
2. **(K)** Mennyi annak a valószínűsége, hogy 1 kockát 10 - szer feldobva legalább 1 - szer 5 - öst dobunk?
3. **(E)** Egyszerre feldobunk k – darab szabályos dobókockát. ($k \in \mathbb{Z}^+$)
 - a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok között pontosan 1 darab 6 - os lesz?
 - b) A k milyen értékeire lesz ez a valószínűség maximális?
4. **(K)** Egyszerre feldobunk 6 egyforma, szabályos pénzérmét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 fejet dobunk?
5. **(K)** Feldobunk 1 érmét 5 – ször egymás után. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 írást kapunk?
6. **(K)** Egy csomag 32 lapos magyar kártyából kihúzzunk egymás után 5 lapot úgy, hogy a lapokat minden húzás után visszatesszük. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kihúzott 5 lap között pontosan 3 darab 8 – as lesz?
(A magyar kártyacsomag 32 lapból áll, ahol a 4 szín – makk, piros, tők, zöld - mindegyikéből 8 – 8 darab van: VII; VIII; IX; X; alsó; felső; király; ász.)
7. **(K)** Egy csomag 32 lapos magyar kártyából kihúzzunk egymás után 8 lapot úgy, hogy a lapokat minden húzás után visszatesszük. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 7 piros lesz?
(A magyar kártyacsomag 32 lapból áll, ahol a 4 szín – makk, piros, tők, zöld - mindegyikéből 8 – 8 darab van: VII; VIII; IX; X; alsó; felső; király; ász.)

8. (K) Egy kaszinóban magyar kártyával játszanak egy szerencsejátékot. A játékos a 32 lapból véletlenszerűen kiválaszt 1 - et, annak színét feljegyzik, majd a lapot visszateszik a pakliba, s megkeverik a paklit. Ezután még 4 - szer húz hasonló módon. Ha az 5 feljegyzett szín között legalább 2 - szer szerepel a zöld, akkor a játékos nyert, ellenkező esetben veszített. Mekkora a nyereség valószínűsége?
(A magyar kártyacsomag 32 lapból áll, ahol a 4 szín – makk, piros, tők, zöld - mindegyikéből 8 – 8 darab van: VII; VIII; IX; X; alsó; felső; király; ász.)
9. (K) Egy urnában 10 golyó van, amelyből 7 kék és 3 piros. Mennyi annak a valószínűsége, hogy visszatevéssel 4 - szer kihúzva 1 – 1 golyót, pontosan 3 kék lesz?
10. (K) Egy urnában 5 zöld és 7 piros golyó található. 5 - ször húzunk belőle úgy, hogy a húzott golyót mindig visszateszük. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 piros golyót húzunk?
11. (K) Adott egy 10 gyerekes család. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 fiú lesz a gyerekek között?
12. (K) Egy szülészetén egy nap alatt 18 gyermek jött a világra. Az újszülöttekről feltesszük, hogy ugyanolyan eséllyel lesznek fiúk, mint lányok. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a született fiúk száma legalább 3 – mal nagyobb, mint a lányoké?
13. (K) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy 5 gyerekes családban 2 fiú és 3 lány van, ha a fiú gyermekek születésének valószínűsége 0,523?
14. (K) A tapasztalatok szerint 0,5023 a fiúk születésének valószínűsége. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy kétyerekes családban egynemű gyerekek vannak?
15. (K) Egy távoli bolygón egy hímnemű egyed születésének a valószínűsége $\frac{2}{3}$, egy nőneműé pedig $\frac{1}{3}$. Feltehetően egy családban az egyik utód neme független a többi utód nemétől.
- a) Egy családban 4 utód esetén hány hímnemű utód valószínűsége a legnagyobb?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy 6 utódot nevelő családban legfeljebb 1 hímnemű utód van?

16. (K) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a totón (13 esemény) 10 találatunk lesz?
17. (K) Valaki taláalomra kitölt 1 totószelvényt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 6 mérkőzés közül legalább 4 helyre döntetlent választ?
18. (K) Egy 5 kérdésből álló tesztben kérdésenként 3 válaszlehetőség van. Véletlenszerűen kitöltve mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 3 találat lesz?
19. (K) Egy vizsgán az A és B tételek elméleti, a C tételek gyakorlati jellegűek. Mindhárom tétel sor 10 feladatból áll, s a vizsgázónak mindegyik sorból 1 – 1 tételt kell húznia. Ha a vizsgázó bármelyik tételét nem tudja, akkor megbukik. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy diáknak 80 % - os felkészültséggel nem sikerül a vizsgája? (A 80 % - os felkészültség ez esetben azt jelenti, hogy minden tétel sorból 8 tételt megtanult, 2 - t pedig nem.)
20. (K) Ottó az eddig megírt matematika dolgozatai alapján kiszámolta, hogy minden feladatot körülbelül 0,6 valószínűséggel tud jól megoldani. A következő dolgozat 8 feladatából mennyi feladatot old meg majd jól a legnagyobb valószínűséggel?
21. (K) Egy vizsgán a kérdésekre „igen” – nel vagy „nem” – mel kell válaszolni. Egy tanuló „vakon” tippel, azaz 0,5 valószínűséggel felel „igen” – nel, illetve „nem” – mel. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 10 kérdésből legalább 7 – re helyesen válaszol?
22. (K) Egy fiúnak mielőtt felvételi vizsgára ment, a tanára azt mondta, hogy kb. 60 % esélye van, hogy 15 pontos felvételit írjon. A fiú a vizsgára készüléskor 7 felvételi feladatsort oldott meg. Feltéve, hogy a tanárnak igaza volt, mennyi annak a valószínűsége, hogy a fiú 15 pontot írt a 7 –ből pontosan 5 feladatsoron?
23. (K) Egy dobozban a kitüntetett elemek aránya 6 %. Kiválasztunk egy 5 elemű mintát.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában legfeljebb 1 kitüntetett elem lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában legalább 1 kitüntetett elem lesz?

24. (K) Egy kalapban 10 darab 1 forintos és 8 darab 2 forintos érme van. Egymás után kihúzzunk 5 érmét úgy, hogy minden húzás után visszatesszük a kihúzott érmét.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 3 húzás 1 forintos lesz, utána pedig 2 húzás 2 forintos?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 húzás lesz 1 forintos?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 darab 1 forintost húzzunk?
25. (K) Egy dobozban 30 termék van, amelyből 8 hibás. Kiválasztunk 1 - et, s megvizsgáljuk selejtes - e, majd visszatesszük. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 5 - öt kiválasztva pontosan 2 selejtes lesz?
26. (K) Egy dobozban 50 szál gyufa van. Minden szál csak 0,9 valószínűséggel gyullad meg. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 4 próbálkozással meg lehet gyújtani a tábor tüzet?
27. (K) Egy dobozba 50 darab cukrot csomagolnak a gyártás során. Minőségellenőrzés során kiderül, hogy 0,9 valószínűséggel találunk 50 darab cukorkát egy dobozban. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 8 csomagot vásárolva mindegyikben hiánytalanul lesznek a cukorkák?
28. (K) Egy gyártó által gyártott TV – k közül minden 20. hibás. Ha 8 TV – t veszünk, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 selejt lesz?
29. (K) Sok 300 oldalas könyvet tekintve egy 300 oldalas könyvben átlagosan 10 oldalon található sajtóhiba. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha egy 300 oldalas könyven találmra kiválasztunk 8 oldalt, azokon nem lesz sajtóhiba?
30. (K) Egy itatót gyártó kisiparos terméke 0,95 valószínűséggel hibátlan. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kisiparos 5 terméke közül legfeljebb 1 lesz selejtes?
31. (K) Egy autókat gyártó és forgalmazó cég statisztikája azt mutatja, hogy az általuk beépített lengéscsillapítók 0,5 % - a 3 éven belül meghibásodik. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a szalonban levő 17 autóból pontosan 3 - nak a lengéscsillapítója 3 éven belül meghibásodik?

32. (K) Egy műszakban 40 azonos gépet készítenek, de ezek között 8 hibás. 5 ellenőr egymástól függetlenül megvizsgál 1 gépet, és a megvizsgált gépet visszateszi. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott gépek között 0; 1; ...; 5 hibás lesz?
33. (K) Egy gépsor palackokat gyárt. Normális működés mellett a palackok 4 % - a törött. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 50 palackból legfeljebb 4 törött lesz?
34. (K) A gyártósor végén a termékeket egy nagy dobozba öntik. Ha a dobozból kiveszünk 1 terméket, akkor az a termék 0,13 valószínűséggel nem felel meg az előírásoknak. Most éppen 5 terméket ellenőriznek egyesével, s ellenőrzés után visszateszik őket.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy minden termék megfelel az előírásoknak?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik termék sem felel meg az előírásoknak?
35. (K) Egy dobozban 300 telefon van, amelyeknek az 5 % - a selejtes. Visszatevéssel egy 6 elemű mintát veszünk.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy lesz közöttük selejtes?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 selejtes lesz közöttük?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 4 selejtes lesz közöttük?
36. (K) Egy gyufagyárban a minőség – ellenőrzés során megállapították, hogy 0,95 valószínűséggel van pontosan az előírt (szabványos) 50 szál gyufa a dobozban.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 5 doboz gyufát véve mindegyikben pontosan 50 szál van?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 2 dobozt találunk az 5 doboz között, amelyik nem szabványos?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 100 doboz között pontosan 95 szabványos lesz?
37. (K) Az iskolában egy italautomata 96 % valószínűséggel kidobja a választott terméket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha egy tanuló mindaz 5 nap vásárol, akkor pontosan 3 – szor fogja megkapni a megvásárolt üdítőt?

38. (K) Egy takarítógépet áruló ügynök naponta 10 ügyfelet keres fel. Az ügyfelek $\frac{1}{3}$ valószínűséggel vásárolnak egy gépet. Az ügynök 4 darab takarítógépet visz magával. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a készlet elég lesz?
39. (K) Közvélemény – kutatások készítése során a tapasztalatok szerint a kiválasztott emberek kb. 80 % - át érik el. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 kiválasztott személyből legalább 8 – at megtalálnak?
40. (K) Egy csomagküldő szolgálat tapasztalatai szerint azoknak az embereknek, akik kaptak árukatalógust, a 60 % - a rendel valamilyen árut.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 olyan ember közül, akik kaptak katalógust, legfeljebb 4 rendel árut?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 olyan ember közül, akik kaptak katalógust, legalább 8 rendel árut?
41. (K) Kiveszünk 30 darab 40 wattos és 70 darab 60 wattos égő közül taláalomra egymás után 2 darabot úgy, hogy az elsőnek kiválasztottat visszatesszük.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő 40 wattos lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik sem lesz 40 wattos?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy csak az egyik lesz 40 wattos?
42. (K) Egy áruházban 15 eladó segíti a vevőket, közülük 3 ért szakszerűen egy adott tárgyhoz. Az egyik napon (egymástól függetlenül, különböző időpontokban) 8 vevő érdeklődik az adott tárgy iránt és ők taláalomra kérnek segítséget 1 – 1 eladótól. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 8 vevő között pontosan 0; 1; ...; 7; 8 lesz, aki szakértőtől kér segítséget?
43. (K) Egy 1000 fős településen 300 nyugdíjas él. Egy közvélemény – kutató intézet kiküld 20 kérdezőbiztost, akik mindegyike kiválaszt 1 – 1 személyt véletlenszerűen a településen. Előfordulhat, hogy valakit többször is választanak.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 6 nyugdíjas lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 2 nyugdíjas lesz?

44. (K) Egy vállalkozás 10 szakembernek hirdetett meg állást. Tapasztalatok alapján a jelentkezők 40 % - a nem felel meg a feltételeknek. A jelentkezők közül 16 főt hívtak be a munkaszerződés megkötésére. Mekkora annak a valószínűsége, hogy pontosan 10 alkalmas ember van a behívottak között?
45. (K) Egy lány a zenelejátszón 12 számot tárol. Közülük 4 - et szeret nagyon, a többi inkább csak tetszik neki. A lejátszón van EVL, azaz úgynevezett „egyes véletlen lejátszás” funkció. Ha bekapcsolja, akkor a lejátszó véletlenszerűen lejátszik egy számot, majd alaphelyzetbe áll.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 5 - ször használva az EVL funkciót, éppen 5 olyan számot fog hallani, amit nagyon szeret?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 5 - ször használva az EVL funkciót, pontosan 4 szeretett számot fog hallani?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 5 - ször használva az EVL funkciót, éppen felváltva hall majd általa nagyon szeretett zenét és olyat, ami csak tetszik neki?
46. (K) A 18 éven felüli emberek kétharmada jobban szereti a vörösbort, mint a fehéret. Véletlenszerűen kiválasztva 10 embert, mennyi annak a valószínűsége, hogy közöttük pontosan 7 szereti jobban a vörösbort?
47. (K) Egy nagyvárosban a diákok 1,5 % - ánál találtak legalább 150 – es IQ értéket, ők a zsenik. Találomra kiválasztottak 200 diákat.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy nem lesz zseni a kiválasztottak között?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy lesz zseni a kiválasztottak között?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 zseni lesz a kiválasztottak között?
48. (K) Egy 30 fős osztályból 24 – en folyamatosan készülnek az órákra történelemből. A tanár egy hónap alatt 10 főt feleltet, minden órán 1 tanulót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a hónap során a tanár pontosan 7 szép feleletet fog hallani a tárgyból? (A következő órán újra felelhet az, aki egyszer már korábban felelt.)

49. (K) Egy tanár megfigyelése alapján annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott tanuló önállóan készíti el a matematika házi feladatát, mindössze 0,65. A tanár egy 15 fős csoportba megy órát tartani.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy a csoportban mindenki önállóan készítette el a házi feladatot?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a csoportban pontosan 10 olyan diákot találunk, aki nem önállóan készítette el a házi feladatot?
50. (K) Egy osztályba 13 fiú és 17 lány jár. A tanulók 4 tárgyból versenyeznek. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a győztesek között pontosan 3 fiú lesz?
51. (K) Annak a valószínűsége, hogy 1 méhcsalád túléli a kemény telet 0,4. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 6 méhcsaládból legalább 2 túléli a kemény telet?
52. (K) Idén a csicsóka termés 8 % - a selejtes lett. Megvizsgálunk 100 darabot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 1 gumót kivéve és az állagának megállapítása után visszatéve, majd ezt a műveletet még 4 - szer megismételve, legfeljebb 2 - szer választunk selejtet?
53. (K) Egy útvonalon 6 egymástól függetlenül működő sorompó van, amelyek minden időpontban 0,1 valószínűséggel le vannak zárva. Egy autóval haladva az útvonalon mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 0; 1; ... ; 6 sorompó lesz lezárva?
54. (K) Tamás reggel 4% - os valószínűséggel találkozik ellenőrrel a buszon. Ez olyan kicsi valószínűség, hogy próbát tesz: egy hónapon keresztül reggelenként egyszer sem lyukaszt jegyet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 20 munkanapot megússza büntetés nélkül?
55. (K) Egy villamoson 0,04 valószínűséggel jelennek meg ellenőrök. A jegy nélkül utazókat 3000 Ft bírsággal sújtják. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a bírság fedezi a bliccelők által a lebukásig okozott kárt, ha egy jegy ára 150 Ft?

56. (K) A földalattin egy napon a külföldiek aránya 15 %. A végállomáson kiszálló 80 utast vizsgáljuk.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 12 külföldi lesz közöttük?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 3 külföldi lesz közöttük?
57. (K) Egy buszvezető pontos statisztikát vezet arról, hogy melyik megállóban melyik ajtót kellett kinyitnia és melyiket nem. Azt látja, hogy a 4 ajtó közül bármelyiket $\frac{7}{8}$ valószínűséggel nyitja ki minden megállóban. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyszerre minden ajtót ki kell nyitnia egy megállóban?
58. (K) Egy villamosvezető egy megállóban a villamos 8 ajtaja közül bármelyiket 0,8 valószínűséggel nyitja ki.
- Mekkora annak a valószínűsége, hogy nem nyitja ki az összes ajtót a megállóban?
 - Mekkora annak a valószínűsége, hogy nem nyitja ki egyik ajtót sem a megállóban?
59. (K) Egy boltban a kirakott gyümölcs 90 % - a hibátlan. Egy érdeklődő 5 gyümölcsöt egyenként megvizsgál. Minden egyes vizsgálat után visszateszi a gyümölcsöt, és a következő gyümölcs kiválasztásánál nem figyel oda, hogy nem egy korábban megvizsgált gyümölcsöt vesz - e ki újra.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy a vizsgálatok során 0; 1; ... ; 5 darab gyümölcs hibátlanak bizonyul?
 - Ez a vevő csak akkor vásárol ebből a gyümölcsből, ha a megvizsgált gyümölcsöknek legfeljebb a 20 % - át találja hibásnak. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a vásárlás mellett dönt ez a vásárló?
60. (K) Egy áruház áruátvevője éppen vizsgálja az érkezett termékeket. Ezt úgy teszi meg, hogy véletlenszerűen kivesz a cikkek közül sorban egymás után 8 – at (a megvizsgált terméket visszateszi), és ha nem talál közöttük hibásat, akkor átveszi az összeset. Mennyi annak a valószínűsége, hogy átveszi az összes árut, ha a gyártósor minden 100. terméket elront?
61. (K) Közvéleménykutatás szerint az emberek 60 % - a szavazna egy adott pártra. Véletlenszerűen kiválasztva 10 embert, mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 2 ember az adott pártra szavazna?

62. (K) A magyar szövegekben nagyjából minden 10. betű „E”. Gépeléskor minek nagyobb a valószínűsége: a következő 20 karakterből 3 - szor nyomjuk le az „E” billentyűt, vagy a következő 25 karakterből 4 - szer használjuk az „E” billentyűt?
63. (K) Szeptemberben minden nap 0,3 valószínűséggel esik az eső. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 1 héten keresztül minden nap esik az eső ebben a hónapban?
64. (K) Egy tavaszi napon annak a valószínűsége, hogy napos idő lesz 83 %. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 1 tavaszi héten legalább 6 napon jó idő lesz?
65. (K) A játékoszályon bizonyos típusú babákon vagy nadrág van, vagy szoknya, de ez első pillantásra nem látszik a dobozon. Tudjuk, hogy 10 babából 7 szoknyát visel, a többi nadrágot. Leveszünk 6 babát a polcra egymás után véletlenszerűen, de megtekintés után visszahelyezzük őket.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik nadrágot visel?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 5 szoknyát visel?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 visel szoknyát?
66. (K) A statisztika azt mutatja, hogy egy adott ékszerüzlet előtt elhaladó nők 30 % - a megáll, és megnézi a kirakatot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az ékszerüzlet előtt véletlenszerűen elhaladó 10 nő közül legalább 2 megáll a kirakat előtt?
67. (K) Egy fiú zongorázni tanul. Még az elején tart a tanulásnak, így 20 esetből 13 – szor melléül a billentyűknek.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 7 hangból álló dallamot 4 - szer zongorázva, minden második hangot eltalálja?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 7 hangból álló dallamot 4 - szer zongorázva, pontosan a hangok felét játssza le helyesen?
68. (K) Egy sportlövő minden lövésnél a többi lövéstől függetlenül 0,9 valószínűséggel lő maximális 10 – es találatot egy lövésből. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy 10 - es sorozatban legalább 8 találatot ér el?

69. (K) Egy kézilabdázó a statisztika szerint átlagban 20 büntetőből 19 – et értékesít.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 büntetőből pontosan 1 dobást ront el?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 9 büntetőből legfeljebb 1 dobása megy be?
70. (K) Egy céllövöldében 10 lövésből 3 - szor találjuk el a nyereményeket tartó hurkapálcákat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 7 lövésből legalább 5 nyereményünk lesz?
71. (K) Egy dartsjátékos $\frac{1}{3}$ valószínűséggel találja el a maximális pontot érő tripla 20 - as mezőt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 9 nyílból legfeljebb 7 – szer dob maximum alatti pontszámot?
72. (K) Egy kosárlabdázó 0,35 valószínűséggel dob be egy hárompontost.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy csak 1 hárompontos dobást ront el a 4 – ből?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 7 hárompontos kísérletből legfeljebb 1 - szer talál be?
73. (K) Egy focista 0,3 valószínűséggel rúg gólt, ha a kapu felé fordul és rálövi a labdát. Tegnap nagy meccset játszottak, a statisztika szerint 6 - szor rúgott kapura, végül 5:4 – re nyertek. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 gólt rúgott az 5 - ből?
74. (K) Egy teniszező 0,2 valószínűséggel ad ász szervát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a meccs során 10 szervájából legfeljebb 8 lesz ász? (Az ász szerva azt jelenti, hogy az ellenfél nem tud beleérni, így a szerváló nyeri az adott pontot.)
75. (K) András és Béla teniszeznek. András 0,6, Béla 0,4 valószínűséggel nyer meg 1 játszmát. Összesen 3 játszmát játszanak, és az győz, aki több játszmát nyer meg.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Béla nem veszít egy játszmát sem?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Béla megnyeri a versenyt?

76. (K) Egy vállalat mesterséges kávét fejlesztett ki, és azt állítják, hogy a kávéivók nem tudják megkülönböztetni az igazítól. Egy független fogyasztóvédelmi testület felmérést végzett, 20 embernek adott 1 – 1 csésze kávét. 10 ember kapott mesterséges kávét, 10 természetes kávét, de nem tudták, hogy ki melyiket kapta. Abból a 10 emberből, akik a műkávét kapták, 8 válaszolt helyesen. Ha csak véletlenszerűen tippelnek, mert valójában nem tudják megkülönböztetni a 2 - féle ízt, akkor mennyi ennek az eredménynek a valószínűsége?
77. (K) Egy virágkertészetben azt állítják, hogy 0,9 valószínűséggel kihajtanak a náluk kapható tulipánhagymák. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 100 tő közül éppen 90 hajt ki?
78. (K) Egy hosszú élettartamú villanyégőt úgy hirdetnek, hogy az égők 80 % - a minimálisan 10 000 óráig ég. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 20 égő közül éppen 7 romlik el hamarabb a minimális értéknél?
79. (K) Átlagosan a tanulók 70 % - ának sikerül a vezetési vizsga elsőre. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 vagy több bukott van, ha 20 vizsgázó van egy napon?
80. (K) Világszerte a férfiak 17 % - a balkezes, Mennyi annak a valószínűsége, hogy 30 férfi közül legfeljebb 2 balkezes?
81. (E) A magyar kupa egy mérkőzését a Fradi és a Loki csapata játssza. A hosszabbítás után is döntetlen az eredmény, ezért 5 – 5 tizenegyest rúgnak, hogy eldöntsék, ki lesz a bajnok. Ha a Fradi játékosai 80 %, a Loki labdarúgói 85 % eséllyel rúgnak be egy tizenegyest az ellenfél kapusának, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a Fradi 5 – 3 – ra győz? (A tizenegyesrúgásokat akkor is folytatják, ha már biztos az egyik csapat győzelme.)
82. (E) Egy szabálytalan dobókockával 5 - ször dobunk egymás után. Annak a valószínűsége, hogy nem lesz minden dobásunk 6 – os: 0,99999. Mennyi a 6 - os dobás valószínűsége, ha 1 - szer dobunk ezzel a kockával?
83. (E) Egy szabálytalan érmével 2 - szer dobva annak a valószínűsége, hogy mindkét dobás fej lesz 0,49. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az érmét 1 – szer feldobva fejet dobunk?

84. (E) Egy szabálytalan érmével 2 - szer dobva annak a valószínűsége, hogy mindkét dobás írás lesz 0,81. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az érmét 1 – szer feldobva fejet dobunk?
85. (E) Egy szabálytalan érmével 2 - szer dobva annak a valószínűsége, hogy 1 fej és 1 írás lesz 0,18. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az érmét 1 – szer feldobva fejet, illetve írást dobunk?
86. (E) Egy sorsjegy játéknak csak 2 eredménye lehet: vagy nyerünk, vagy veszítünk. Annak a valószínűsége, hogy 6 sorsjegyet véve 2 - szer nyerünk, ugyanannyi, mint hogy 6 sorsjegyből 2 - szer veszítünk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 1 szelvénnel nyerünk?
87. (E) Van egy nem szabályos dobókockánk, amelyen pontosan beállítható, hogy melyik érték mekkora valószínűséggel következzen be. Mennyire állítsuk be az 1 - es dobás valószínűségét, ha azt szeretnénk, hogy nagyobb valószínűséggel következzen be 7 - szer, mint 8 - szor 10 dobásból?
88. (E) Van egy nem szabályos dobókockánk, amelyen pontosan beállítható, hogy melyik érték mekkora valószínűséggel következzen be. Milyen értékre állítsuk be az 5 - ös dobás valószínűségét, ha azt akarjuk, hogy nagyobb valószínűséggel következzen be 7 dobásból 6 - szor, mint 4 - szer?
89. (E) Egy urnában 1 piros és 10 fehér golyó van. Visszatevéssel ismétlődően kihúzzunk 1 golyót. Legfeljebb hányszor ismételtethetjük meg a húzást ahhoz, hogy ugyanakkora valószínűséggel legyen a kihúzottak között legalább 1 piros golyó, mint az, hogy 1 piros sincs a kiválasztottak között?
90. (E) Legalább mennyi kockát kell feldobnunk ahhoz, hogy 75 % - nál nagyobb valószínűséggel legyen közöttük 6 - os?
91. (E) Legalább hányszor kell 1 dobókockát feldobni, hogy 90 % - nál nagyobb valószínűséggel legyen a dobott számok között páros szám?

92. (E) Hányszor kell 2 dobókockát feldobni, hogy 0,85 – nél nagyobb valószínűséggel legyen legalább 1 - szer 2 darab 6 - os dobás?
93. (E) Legalább hányszor kell egy szabályos érmét feldobni ahhoz, hogy 0,9 – nél nagyobb valószínűséggel legyen fej a dobások között?
94. (E) Legalább mennyi pénzérmét kell feldobnunk ahhoz, hogy 90 % - nál nagyobb valószínűséggel legyen közöttük írás?
95. (E) Egy tétel áru 1 % selejtet tartalmaz. Mennyi darabot kell taláalomra kivennünk és megvizsgálunk, hogy a megvizsgált darabok között legalább 0,95 valószínűséggel selejtes is legyen, ha a kiválasztott darabokat vizsgálatuk után azonnal visszatesszük?
96. (E) Egy műszakban gyártott áruk 5 % - a selejtes. Mennyi darabot kell taláalomra kivennünk és megvizsgálunk ahhoz, hogy a megvizsgáltak között legalább 0,9 valószínűséggel legyen selejtes is? (A vizsgálatok után az árut azonnal visszatesszük, s így előfordulhat, hogy újra megvizsgáljuk.)
97. (E) Egy csavargyárban az egyik gép meghibásodása miatt az elkészült csavarok 15 % -a selejtes. Visszatevéssel 4 elemű mintát veszünk.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában lesz selejtes csavar?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában legalább 2 csavar selejtes lesz?
- c) Legalább hány elemű mintát kell vennünk ahhoz, hogy 80 % - nál nagyobb valószínűséggel legyen benne selejtes csavar?
98. (E) Egy villanykörtét gyártó cég termékei között 8 % az előírtnál lényegesen rövidebb élettartamú, ezeket is selejtesnek tekinti az átvevő.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 véletlenszerűen választott körte között pontosan 4 selejtes lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 véletlenszerűen választott körte között legalább 2 selejtes lesz?
- c) Legalább mennyi körtét kell megvizsgálni ahhoz, hogy közöttük 0,99 valószínűséggel legalább egy selejteset találjunk?

99. (E) Jégkorongmérkőzésen a finn csapat kapusa $0,85$ valószínűséggel kivéd egy lövést.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha az első harmadban 25 lövés megy kapura, akkor a finnek nem kapnak gólt?
 - Legalább hányszor kell kapura löni az ellenfélnek ahhoz, hogy legalább 75% legyen annak a valószínűsége, hogy gólt szereznek?
100. (E) Egy felmérés szerint a középiskolások 35% - a reggeli nélkül megy iskolába.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy 11 tanulóból legalább 2 nem reggelizik otthon?
 - Minimum mennyi tanulót kell megkérdezni ahhoz, hogy legalább 90% - os eséllyel legyen közöttük olyan, aki nem reggelizik otthon?
101. (E) Egy városban az utasok 6% - a jegy nélkül utazik a metróon.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy 50 utast szállító kocsiban pontosan 2 potyautast találnak?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy 50 utast szállító kocsiban legalább 3 potyautast találnak?
 - Mennyi utas között találunk 90% - os valószínűséggel legalább 1 potyautast?
102. (E) Egy villamosvezető p valószínűséggel nyitja ki egy villamos összes ajtaját egyenként a megállóban.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 ajtót ki kell nyitnia a 8 -ból egy adott megállóban?
 - Milyen p értéktől kezdődően fog a vezető $0,5$ -nél nagyobb valószínűséggel kinyitni legalább 1 ajtót a 8 -ból egy adott megállóban?
103. (E) Egy dobozba kék és fekete színű golyókat raktak. A dobozból véletlenszerűen kiválasztanak 8 golyót úgy, hogy a kiválasztott golyó visszakerül a dobozba. $\frac{3584}{78125}$ annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyó közül pontosan 4 kék. Mekkora a dobozban a kék és fekete golyók aránya, ha a kékből van kevesebb?

104. (E) Anna és Eszter 5 játszmas kártyapartira készül. Megfigyelések alapján Annának 2 - szer akkora esélye van az 5 játszmából pontosan 3 játszmat megnyerni, mint pontosan 4 játszmat megnyerni. Mennyi annak a valószínűsége, hogy Anna megnyeri mind az 5 játszmat?
105. (E) Van egy kétoldalú érménk, amelyen pontosan szabályozható, hogy egy feldobásnál melyik oldal mekkora valószínűséggel következik be. Milyen valószínűséggel legyen egy feldobás eredménye írás, ha azt szeretnénk, hogy az írás maximális valószínűséggel következzen be 6 dobásból 5 - ször?
106. (E) Egy testnevelés órán a kiütős játékban p valószínűséggel találjuk el a megcélzott osztálytársat. Mekkora p érték esetén lenne maximális annak a valószínűsége, hogy 3 egymást követő dobásból éppen 2 lesz pontos? ($p > 0$)

Visszatevés nélküli mintavétel

107. (K) Egy üzemben naponta 100 öltönyt varrnak, amelyből 80 fekete és 20 szürke. A napi termelésben 10 öltöny selejtes. A minőség – ellenőrzés során 50 öltönyt vizsgálnak át. Ha legfeljebb 2 selejtes, akkor a teljes árut átveszi az öltönyökkel kereskedő cég, ha azonban ennél többet talál a minőségellenőr, akkor a cég nem vásárolja meg a készletet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az üzlet megköttetik?
108. (K) 1000 kabátból 50 – en szövési hiba van. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 lesz hibás, ha 10 kabátot veszünk?
109. (K) Egy lámpát gyártó cég 200 lámpájából 8 selejtes. Minőségellenőrzéskor a 200 lámpából 4 darabot választanak ki. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között legalább 2 selejtes van, ha a mintavétel visszatevés nélküli?
110. (K) A műhelyben egy műszak alatt elkészített 1400 darab kulcs között 50 darab selejtes. Találomra kivesszünk 20 darabot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott kulcsok között nem lesz egyetlen selejtes sem?
111. (K) Próbagyártás során 20 gép készül el, amelyek közül 5 javításra szorul. A teljes mennyiségből 4 találomra kiszemelt gépet küldenek felülvizsgálatra. A gyártás akkor indulhat meg, ha a felülvizsgált gépek közül legfeljebb 1 szorul javításra. Mennyi annak a valószínűsége, hogy megindulhat a gyártás?
112. (K) Egy gép csavarokat gyárt. Egy vizsgálat alkalmával véletlenszerűen 100 csavart megvizsgáltak, s ebből 8 selejtest találtak. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha a 100 csavarból 20 – at kiválasztunk, akkor közöttük nem lesz selejtes?
113. (K) Egy üzemben bizonyos alkatrészeket gyártanak. A mérés megállapította, hogy a gyártott 10 000 alkatrész 3 % - a hibás. Egy kisüzem ezen alkatrészekből 2000 darabot rendel. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 80 hibás lesz?
114. (K) 10 telefonvezeték közül 4 beázás miatt használhatatlanná válik. Ezután 4 vonalon hívást kísérelnek meg. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a hívások fele a beázás miatt nem lesz sikeres?

115. (K) Egy vásár helyszínére 1000 gyertyát szállítottak, amelynek 5 % - a megsérült. Kiválasztunk 2 darabot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 sérült?
116. (K) Egy ládában 500 CD – t helyeztek el, ahol 5 % a hibás lemezek aránya. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 20 lemez kivételkor pontosan 2 lesz hibás?
117. (K) 6 tojás között 2 romlott van. Véletlenszerűen kiválasztva a 6 közül 2 - t, mennyi annak a valószínűsége, hogy nem lesz közöttük romlott?
118. (K) Egy 10 lakásos ház elkészültekor kiderül, hogy csak 7 lakás hibamentes, bár a többi is beköltözhető. Az első napon csak 5 lakásba költöznek be lakók. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 hibátlan lakásba és 2 hibásba költöznek be?
119. (K) Egy üzemben 500 elkészült munkadarab közül 10 selejtes. A minőség – ellenőrzés során találmra kivesznek az 500 közül 20 – at. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ezek között pontosan 0; 3; 5 selejtes lesz?
120. (K) Egy műszakban 40 azonos gépet készítenek, de ezek között 8 hibás. Az ellenőr találmra kiválaszt 5 gépet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott gépek között 0; 1; ...; 5 hibás lesz?
121. (K) Egy ládában 160 darab alma van, s ezek 5 % - a kukacos. Találmra kiveszünk a ládából 6 almát. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ezek között 0; 1; ...; 6 kukacos lesz?
122. (K) Egy 5 elemű mintát veszünk egyenként, visszatevés nélkül egy 100 elemű halmazból, amelyben 4 hibás található.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában legalább 1 hibás lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy csak elsőre és harmadikra húzunk hibásat?

123. (K) Az egyik üzemben csavaranyákat gyártanak. Az egyik gép által előállított gyártmányokról tudjuk, hogy ezek 8 % - a selejt. A másik gép által készített áru 4 % - a selejt. Mindkét gép által készített termékből 500 – 500 darabot veszünk. Ebből az 1000 darabból taláalomra kiválasztunk 50 darabot.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 darab selejtes lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 3 darab selejtes lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 3 darab selejtes lesz?
124. (K) Egy kis üzletben digitális mérőműszereket gyártanak. Ellenőrzés közben rájöttek, hogy a 200 darab legyártott műszer között 15 darab hibás. A 200 darab műszer közül véletlenszerűen kiválasztunk 10 darabot.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy mind a 10 kiválasztott műszer hibátlan lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 10 kiválasztott műszer között pontosan 3 darab lesz hibás?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 10 kiválasztott műszer között legfeljebb 2 darab lesz hibás?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 10 kiválasztott műszer között legalább 1 hibátlan lesz?
125. (K) Egy dobozban 100 izzó van, melyeknek 4 % - a selejtes. Visszatevés nélkül egy 5 elemű mintát veszünk.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy nem lesz közte selejtes?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 selejtes lesz közte?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 selejtes lesz közte?
126. (K) Egy dobozban 15 izzó van, amelyek 20 % - a selejtes. Taláalomra kiveszünk közülük 3 darabot.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy lesz közöttük selejtes?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 selejtes lesz közte?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik selejtes lesz?

127. (K) Egy ládában 100 darab őszibarack van, amelyek között 10 hibás. Vegyünk ki a ládából taláalomra 10 darabot.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy a hibás őszibarackok száma páros lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy nem lesz 3 - nál több selejtes őszibarack?
128. (K) Egy tálban körülbelül 120 szem cseresznye van, közöttük 5 % kukacos. Anna egy marék cseresznyét (10 szem) kivesz a tálból.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy nincs közöttük kukacos?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy az összes kukacos cseresznyét kivette?
 - Ha Anna cseresznyéi között nem volt kukacos, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a testvére által kimarkolt 10 szem között sem lesz?
129. (K) 5000 gomb között 120 a hibás, vagyis nincs rajta elegendő gomblyuk.
- Egy gombot kiválasztva mennyi annak a valószínűsége, hogy az jó lesz?
 - Egy zakóra 3 gombot varrnak. Az 5000 gomb közül taláalomra választott 3 gomb esetén mennyi annak a valószínűsége, hogy lesz közöttük hibás?
 - Az első 10 zakó hibátlanul elkészült. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a 11. – hez a megmaradtak közül választott 3 gomb is hibátlan lesz?
130. (K) Egy csomag magyar kártyából kihúzzunk egymás után 3 lapot úgy, hogy a lapokat a húzások után nem tesszük vissza.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között legalább 1 zöld lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok mindegyike piros lesz?
131. (K) Egy csomag magyar kártyából kihúzzunk egymás után 5 lapot úgy, hogy a lapokat a húzások után nem tesszük vissza.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között pontosan 3 piros lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között pontosan 2 ász lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között legfeljebb 2 zöld lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között legalább 3 tők lesz?

132. (K) Egy csomag francia kártyából kihúzzunk egymás után 13 lapot úgy, hogy a lapokat a húzások után nem tesszük vissza.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között mind a 4 bubi közte lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között legfeljebb 3 ász lesz?
133. (K) Egy urnában 7 kék és 3 piros golyó van. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha kiveszünk 5 - öt visszatevés nélkül, akkor közöttük pontosan 4 kék lesz?
134. (K) Egy urnában 4 piros és 4 fekete golyó van. Egyszerre kihúzzunk 2 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét golyó piros?
135. (K) Egy dobozban 32 fekete és 8 piros golyó van. Találomra kihúzzunk 4 - et. Mennyi annak a valószínűsége, hogy van közöttük piros?
136. (K) Egy dobozban 45 fekete és 5 piros golyó van. Találomra kihúzzunk a golyók közül 5 – öt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy közöttük pontosan 1 piros lesz?
137. (K) Egy dobozban 6 fehér és 4 sárga golyó van. Kihúzzunk 3 golyót visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 fehéret húzzunk ki?
138. (K) Egy dobozban 2 fehér és 8 fekete golyó van. Kiveszünk találomra 5 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 fehér lesz közöttük?
139. (K) Egy dobozban 4 fehér és 6 zöld golyó van. Kihúzzunk 4 golyót visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak legalább fele fehér lesz?
140. (K) Egy kalapban elhelyezünk 6 piros és 2 fekete golyót. Jól összekeverve a golyókat, kiveszünk 2 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mind a 2 piros lesz?

141. (K) Egy dobozban 6 fehér és 4 piros golyó van. Kihúzzunk 5 golyót visszatevés nélkül.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 fehéret húzzunk ki?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy több fehéret húzzunk ki, mint pirosat?
142. (K) Egy dobozban 5 piros és 15 fehér golyó van. Véletlenszerűen kivesszünk egyszerre 3 golyót.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 piros golyó lesz közöttük?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 piros golyó lesz közöttük?
143. (K) Egy kalapban 8 fehér és 7 piros golyó van. Visszatevés nélkül kihúzzunk 5 – öt.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 3 fehér lesz, a többi pedig nem?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 fehér golyót húzzunk?
144. (K) Egy kalapban 10 darab 1 forintos és 8 darab 2 forintos van. Véletlenszerűen kiválasztunk 5 érmét visszatevés nélkül.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 darab 1 forintost veszünk ki?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 1 darab 2 forintost veszünk ki?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 1 darab 2 forintost veszünk ki?
145. (K) Egy zsákban 15 zselés, 13 marcipános és 12 karamellás szaloncukor van. Visszatevés nélkül kihúzzunk egymás után véletlenszerűen szaloncukrokat.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy 6 húzásból pontosan 4 marcipános lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 húzásból nem lesz karamellás közöttük?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy 13 húzásból mind zselés lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 húzásból legalább 2 marcipános lesz?

146. (K) Egy 25 fős osztályban 8 tanuló jeles matematikából. Kisorsolunk egy felmérésben 5 diákot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy közöttük pontosan 2 jeles lesz, ha csak egyszer sorsolhatjuk ki őket?
147. (K) Egy farsangon 20 emberből 8 nő. Kisorsolnak tombolán 5 embert úgy, hogy mindenkit csak egyszer húznak ki. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 nőt sorsolnak ki?
148. (K) A gólyabáli tombolán 300 jegyet adtak el. Az egyik osztály 24 tombolajegyet vásárolt. A sorsoláskor 26 ajándékot sorsolnak ki. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az adott osztály pontosan 3 utalványt nyer?
149. (K) Egy osztályba 20 lány és 10 fiú jár. Véletlenszerűen kiválasztunk egy 5 fős küldöttséget. Mennyi annak a valószínűsége, hogy több fiút választunk, mint lányt?
150. (K) Egy 32 fős osztályban a lányok 7 - szer annyian vannak, mint a fiúk. Egy iskolai rendezvényre 3 főt kell delegálni. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a küldöttek között pontosan 2 lány lesz?
151. (K) Egy osztályban minden héten másik 2 tanuló a „hetes”. A 30 fős osztályba betérő helyettesítő tanár – miután nem meggy senki jelenteni – 2 főt taláломra kiválaszt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik sem „hetes”?
152. (K) A 27 fős A és a 31 fős B osztályok együtt kirándulnak. A kirándulók közül taláломra kiválasztunk egy 8 fős csapatot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ugyanannyi A – s és B – s lesz a csapatban?
153. (K) Egy 15 fiúból és 15 lányból álló osztályból 4 személyt kisorsolunk.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy ugyanannyi fiú és lány lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy több lány lesz, mint fiú?

154. (K) Egy énekversenyre 17 fiú és 23 lány jelentkezett. A zsűri 7 főt válogat a döntőbe.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy csak azonos neműek lesznek a döntőben?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy több lány lesz, mint fiú?
155. (K) Egy iskolai rendezvényen 30 ajándékot sorsolnak ki az eladott 500 tombolajegy vásárlói között. Edit 10 tombolajegyet vett.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy nyerni fog ajándékot?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 ajándékot fog nyerni?
156. (K) Történelemórán a 27 fős osztályból 5 – en hiányoznak. A tanár 3 diákot akar feleltetni, akiket sorsolással választ ki.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy senki nem felel, mert mindegyik kisorsolt diák hiányzik?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 felelő lesz, mert a kisorsoltak közül 2 diák hiányzik?
157. (K) Egy iskolai rendezvényre 400 tombolajegyet adtak el, amelyekből Ottó 3 darabot vett meg. A tombolán 40 különböző ajándékot sorsolnak ki.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Ottó nem fog nyerni?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Ottó minden szelvényvel nyerni fog?
 - c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Ottó legfeljebb 1 ajándékot fog nyerni?
 - d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Ottó legalább 1 ajándékot fog nyerni?
158. (K) Egy futóversenyen 6 000 induló volt, közülük 3600 diák. Ha a TV képviselője riportot készít 12 résztvevővel, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a tanulók száma az $[5; 7]$ intervallumba fog esni?
159. (K) Zolinak egy zsákban 63 labdája van, ezek közül 42 egyszínű, a többi tarka. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 10 labdát véletlenszerűen kivéve a zsákból, pontosan 7 egyszínű lesz köztük?

160. (K) Attila hamiskártyás: 6 ász és 4 Jolly Joker van zsebében. Találomra kivesz 5 lapot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 ász lesz?
161. (K) Kriszti kapott 100 szem cseresznyét, s úgy látja, hogy minden negyedik szem hibás. Marci belemarkolt a cseresznyés zacskóba, kivesz belőle 10 szemet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 4 - szer annyi jó szem lesz a markában, mint amennyi hibás?
162. (K) Egy roncsderbi 14 résztvevő autója közül 4 a verseny végére motorhiba miatt használhatatlanná vált. A versenyt követő bemutató futamon 4 autó indul, amelyeket a 14 közül előre kisorsoltak. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a bemutató futamon a kisorsolt indulók fele motorhiba miatt nem tud elindulni?
163. (K) Egy gyárban a gépkocsik izzóinak gyártása 2 gépsoron történik. Az egyik gépsoron az elkészült izzók $1,25\%$ - a, a másikon $2,5\%$ - a nem felel meg a szabvány követelményeknek. Az első gépsoron óránként 80 darab, a másodikon 120 darab izzót gyártanak. A minőség - ellenőrzés óránként 20 darabos mintavétellel ellenőrzi a gyártást. Mekkora annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 darab nem fog megfelelni a követelményeknek?
164. (K) A büfében egy letakart tálcán 12 darab csokis és 15 darab lekváros fánkok vannak ugyanabban az árban. Kálmán 4 darab szendvicset kér válogatás nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 3 lekváros lesz?
165. (K) Nagymama szekrényében piros és sárga bögrék sorakoznak: 6 darab piros és 4 darab sárga. Ha reggel véletlenszerűen kivesz a szekrényből 2 - t, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy különböző színűeket fog meg?
166. (K) Laura délután elment fagyaltot vásárolni az anyukájának. A tégelybe pontosan 6 gombóc fagyifér el. Zárás előtt a fagyaltospultban már csak 1 - 1 gombóc maradt a 13 - féle fagyiból, s ebből 7 - féle íz van, amit az anyukája szeret. Mennyi annak a valószínűsége, hogy Laura jókat fog hazavinni, ha véletlenszerűen választ?
167. (K) A focimeccs egyik pillanatában a kezdőkörben éppen 5 játékos tartózkodik. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét csapatból voltak a kezdőkörben, ha a játékosok teljesen véletlenszerűen tűnnek fel a pálya bármely pontján?

168. (K) Egy nyereménysorsoláson 73 férfi és 80 nő vesz részt, közöttük 3 házaspár van. Minden személy 1 – 1 sorsjeggyel rendelkezik. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a fődíjat – 1 kétszemélyes utazást – valamelyik házaspár egyik tagja nyeri meg?
169. (K) Egy táskában 15 kamillás és 25 mentolos papír zsebkendő van. Kiveszünk véletlenszerűen 5 zsebkendőt. Mennyi darab kamillás lesz közöttük a legnagyobb valószínűséggel?
170. (K) Egy áruházban 15 eladó segíti a vevőket, közülük 3 ért egy adott eszközhöz. Egy vásárló 5 eladónál érdeklődik az eszköz iránt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy közülük 0; 1; 2; 3 ért az eszközhöz?
171. (K) Lilla a zenelejátszóján sokszor használja az EVL (egy véletlen lejátszás) funkciót. Ezt bekapcsolva a lejátszó találmásra lejátszik néhány számot, majd alaphelyzetbe áll. A lejátszóra Lilla 16, testvére pedig 24 számot töltött fel. Az EVL funkciót 7 zenére állítja be.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 általa feltöltött zenét fog hallani?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy több általa feletöltött zenét fog hallani?
172. (K) Egy 1000 fős településen 300 nyugdíjas él. Egy közvélemény – kutató intézet kiküld egy kérdezőbiztost, aki 20 személyt választ ki véletlenszerűen a településen.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 6 nyugdíjas lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 2 nyugdíjas lesz?
173. (K) Egy dobozban 30 darab 40 wattos és 70 darab 100 wattos égő van. Találmásra egymás után kiveszünk 2 darabot visszatevés nélkül.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő 40 wattos lesz?
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik sem lesz 40 wattos?
- c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy csak az egyik lesz 40 wattos?

174. (K) Murphy törvénye szerint mindig éppen azt nem találjuk meg, amit keresünk. A 135 csavart tartalmazó dobozban 27 darab olyan van, amely nekünk éppen megfelel. A dobozba markolunk és kivesszünk 10 csavart.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik megfelel a célunknak?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik sem felel meg?
 - c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 4 felel meg?
175. (K) Egy állatmenhelyen 15 kutya és 20 macska van. Véletlenszerűen kiválasztunk közülük 8 - at.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között mind a 8 kutya?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között pontosan 5 kutya?
 - c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között több a kutya?
 - d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között legalább 6 macska?
 - e) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között legfeljebb 7 macska?
176. (K) Egy rejtvényújságba 1 103 helyes megfejtés érkezett egy rejtvényre: 425 vidékről, a többi Budapestről. 5 ajándékot sorsolnak ki a helyes megfejtők között.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mind az 5 nyertes vidéki lesz?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 vidéki nyertes lesz?
 - c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 2 vidéki nyertes lesz?
 - d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 2 nyertes vidéki lesz, a többi nem?
 - e) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 3 nyertes fővárosi lesz, a többi nem?

177. (K) Egy 20 tagú társaságból 6 - an tudnak spanyolul. Egy újonnan érkező spanyol vendég találomra megszólít 5 különböző embert a társaság tagjai közül.
- a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik tud spanyolul?
 - b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy senki sem fog tudni spanyolul?
 - c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 fog tudni spanyolul?
 - d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 3 fog tudni spanyolul?
178. (E) Egy dobozban n számú fehér és n számú fekete golyó van. Kiveszünk n számú golyót visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kivett golyók között pontosan k számú fehér lesz?
179. (E) Ha 20 tombolajegy közül n ajándékot sorsolnak ki, akkor mennyi legyen az n értéke, hogy 2 szelvénnel 2 - szer akkora valószínűséggel nyerjünk legalább 1 ajándékot, mint 1 szelvénnel?
180. (E) Egy urnában ugyanannyi piros és fehér golyó van. Ha visszatevés nélkül kiválasztunk közülük 2 - t, akkor annak a valószínűsége, hogy mindkettő piros lesz, $\frac{8}{33}$. Hány golyó van az urnában?

Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel

181. (K) Egy 25 fős osztályban 8 tanulónak van jelese matematikából.
- a) Az iskolában szervezett 5 különböző versenyen 1 – 1 tanuló vesz részt az osztályból. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a résztvevő tanulók között pontosan k tanulónak van jelese matematikából? ($k = 0; \dots; 5$)
- b) Egy felméréshez 5 tanulót kisorsolnak az osztályból. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kisorsolt tanulók között pontosan k tanulónak van jelese matematikából? ($k = 0; \dots; 5$)
182. (K) Adott 50 gép, amelyből 20 hibás. Kiválasztunk egymás után 5 darabot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott eszközök között pontosan 0; ...; 5 darab hibás lesz?
183. (K) 40 darab eszköz közül 8 hibás. Kiválasztunk egymás után 4 darabot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott eszközök között pontosan 0; ...; 4 darab hibás lesz?
184. (K) Egy urnában 40 kék és 10 piros golyó van. Kiválasztunk egymás után 4 darabot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kihúzott golyók között pontosan 0; ...; 4 piros lesz?
185. (K) Egy zsákban 10 fehér és 5 piros golyó van. Kiválasztunk egymás után 6 darabot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 3 piros golyó lesz a kihúzottak között?
186. (K) Egy csomag magyar kártyából kihúzzunk egymás után 2 lapot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkét kihúzott lap király lesz?
(A magyar kártyacsomag 32 lapból áll, ahol a 4 szín – makk, piros, tők, zöld - mindegyikéből 8 – 8 darab van: VII; VIII; IX; X; alsó; felső; király; ász.)

187. (K) Egy pénztárcában 10 darab 1 Ft - os és 8 darab 2 Ft - os érme van.
- Kiválasztunk közülük 5 – öt visszatevéssel. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az pontosan 2 – szer húzunk 1 Ft - ost?
 - Kiválasztunk közülük 5 – öt úgy, hogy nem tesszük vissza a már kihúzottakat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy lesz köztük legalább 2 darab 1 Ft - os érme?
 - Kiválasztunk közülük 5 – öt visszatevéssel. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az első 2 húzáson 1 Ft - ost, a további húzásokon pedig 2 Ft - ost húzunk?
188. (K) Egy halmaz 50 elemet tartalmaz, amelyek között 20 kitüntetett. Kiválasztunk egy 2 elemet tartalmazó mintát, először visszatevéssel, majd visszatevés nélkül.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában mindkét elem kitüntetett lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában egyik elem sem lesz kitüntetett?
189. (K) Adott 40 elem, amelyből 8 hibás. Kiválasztunk egymás után 5 darabot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 hibás lesz?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy csak az első és utolsó húzás lesz hibás?
190. (K) Egy urnában 5 piros és 10 kék golyó van. Kiválasztunk egymás után 2 darabot, először visszatevéssel, majd ezután visszatevés nélkül.
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy különböző színűek lesznek?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy azonos színűek lesznek?
191. (K) Egy előzetes felmérés szerint egy 1200 fős faluban 600 – an az A pártra szavaznának, 400 – an más pártra és 200 – an még nem tudják, vagy nem mennének el szavazni. Egy közvélemény - kutató cég véletlenszerűen kiválasztott 20 embert kérdez meg arról, hogy szavazna – e az A pártra, vagy nem. A cég matematikusai visszatevéses modellel és visszatevés nélküli modellel is számolnak, majd figyelik az eltéréseket az egyes kérdésekre kapott eredmények között. (A bizonytalanokkal nem számoltak.)
- Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 6 nem fog az A pártra szavazni?
 - Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 2 fog az A pártra szavazni?

192. (K) Egy iskolában 2 nyelv közül választhatnak a tanulók, de mindenki csak 1 - et. A tanulók 75 % - a angolt, a többiek németet tanulnak. Egy alkalommal 5 diákot sorsolnak ki, akik külföldi nyelvi utat nyernek.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik tanuló angolos lesz?

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább 3 tanuló angolos lesz?

Az egyik 20 fős osztályba 16 angolos jár. Az osztályba járó 3 lány angolos.

c) Ha ebből az osztályból kisorsolunk 4 fiút és 1 lányt, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 2 németes lesz?

193. (K) Egy dobozban piros és kék golyók vannak. Véletlenszerűen kihúzva 1 golyót, 0,4 annak a valószínűsége, hogy az piros. Ha még 10 kék golyót beteszünk a dobozba, akkor a piros húzásának valószínűsége $\frac{1}{3}$ lesz.

a) Melyik színből mennyi golyó van a dobozban?

b) Az eredeti dobozból egymás után kihúzunk 4 golyót úgy, hogy azokat nem tesszük vissza. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik kék lesz?

c) Az eredeti dobozból egymás után kihúzunk 4 golyót úgy, hogy minden húzás után visszatesszük a kihúzott golyókat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik kék lesz?

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2011.; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Czapáry Endre; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (21) Saját anyagok