

Függvények folytonossága

DEFINÍCIÓ: (Pontbeli folytonosság)

Legyen az f valós függvény értelmezve az x_0 pontban és annak egy környezetében. Akkor mondjuk, hogy az f függvény folytonos az x_0 helyen, ha bármely $\varepsilon > 0$ számhoz van olyan ε – tól függő $\delta > 0$, hogy ha $x \in D_f$ és $|x - x_0| < \delta$, akkor $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.

Megjegyzés:

- *Legyen az f függvény értelmezve az x_0 pontban és annak egy környezetében. Az f függvényt az x_0 pontban folytonosnak nevezzük, ha bármely olyan (x_n) sorozatra, melynek tagjai az f értelmezési tartományába tartoznak, és $x_n \rightarrow x_0$, akkor $f(x_n) \rightarrow f(x_0)$.*
- *Az f függvény az értelmezési tartományának egy x_0 pontjában folytonos, ha a függvény értelmezve van x_0 – ban és annak valamely környezetében, továbbá létezik f – nek az x_0 helyen A határértéke és az éppen megegyezik az x_0 pontban felvett függvényértékkel, vagyis $f(x_0) = A$.*
- *Ha egy x_0 pontban nincs értelmezve a függvény, vagy ha értelmezve van és ebben a pontban a határérték A , de a pontbeli függvényérték nem egyezik meg a határértékkel, vagyis $f(x_0) \neq A$, akkor a függvénynek szakadása van ezen a helyen.*
- *Egy függvényt egy adott intervallumon folytonosnak nevezünk, ha az intervallum minden pontjában folytonos.*
- *Ha egy adott pontban a függvénynek nincs határértéke, akkor ott nem lehet folytonos.*
- *Szemléletesen: Az $y = f(x_0)$ egyenes körül bármilyen $\varepsilon > 0$ esetén kijelölve az $y = f(x_0) + \varepsilon$ és $y = f(x_0) - \varepsilon$ sávot, megadható az x_0 helynek olyan $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ környezete, hogy ha x értékeket innen vesszük, akkor az $y = f(x)$ függvény grafikonjának minden pontja az adott sáv belsejébe esik.*

DEFINÍCIÓ: (Folytonos függvény)

Egy f függvényt folytonosnak nevezünk, ha értelmezési tartományának bármely pontjában folytonos.

TÉTEL:

A következő függvények a teljes értelmezési tartományukon folytonosak:

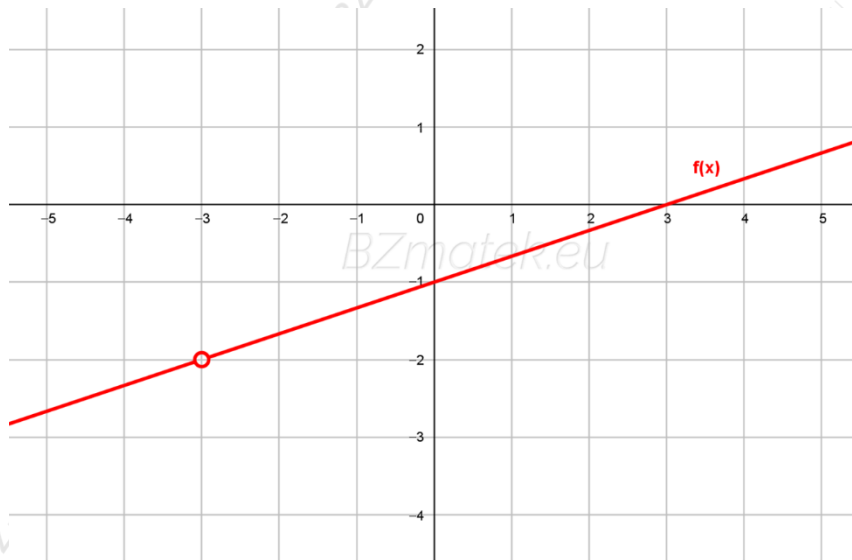
1. Polinomfüggvények és azok hányadosai; $f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$
2. Trigonometrikus alapfüggvények
3. Exponenciális és logaritmus függvények

Példa:

Tekintsük az $f(x) = \frac{2x^2 - 18}{6x + 18}$ függvényt.

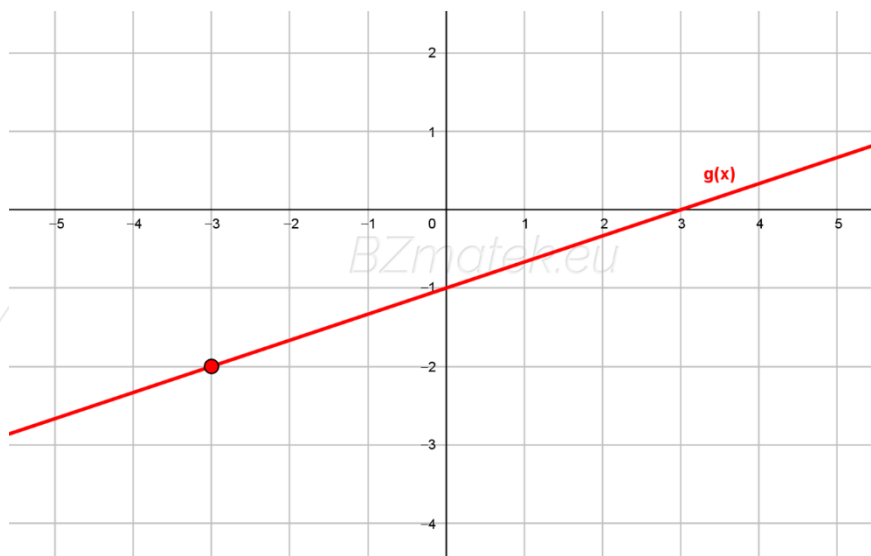
Az $f(x)$ függvény nem folytonos, mert nincs értelmezve az $x = -3$ helyen.

Az ábrázoláshoz alakítsuk át a hozzárendelési szabályát: $f(x) = \frac{2 \cdot (x - 3) \cdot (x + 3)}{6 \cdot (x + 3)} = \frac{1}{3}x - 1$.



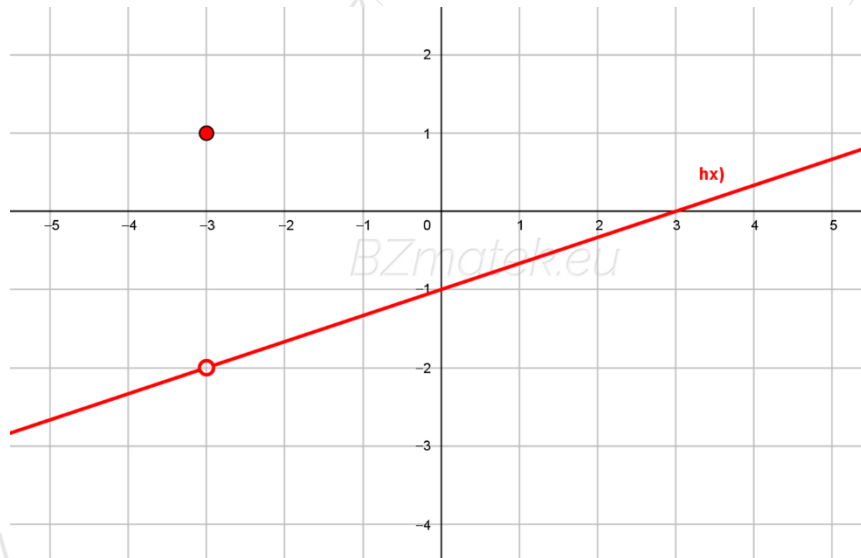
Tekintsük a $g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 18}{6x + 18}, & \text{ha } x \neq -3 \\ -2, & \text{ha } x = -3 \end{cases}$ függvényt.

Ekkor a $g(x)$ függvény már folytonos lesz, mert minden pontjában megegyezik a felvett függvényérték a pontbeli határértékkel.



Tekintsük a $h(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 18}{6x + 18}, & \text{ha } x \neq -3 \\ 1, & \text{ha } x = -3 \end{cases}$ függvényt.

Ekkor a $h(x)$ függvény nem folytonos, mert az $x = -3$ helyen a felvett függvényérték nem egyezik meg a pontbeli határértékkel.



TÉTEL:

Ha az $f(x)$ és $g(x)$ függvények folytonosak x_0 - ban, akkor $f(x) + g(x)$; $f(x) - g(x)$; $f(x) \cdot g(x)$; $\frac{f(x)}{g(x)}$ ($g(x_0) \neq 0$); $c \cdot f(x)$ ($c \in \mathbb{R}$) függvények is folytonosak x_0 - ban.

TÉTEL:

Ha a $h(x) = f(x) \circ g(x) = f(g(x))$ összetett függvény olyan, hogy a $g(x)$ belső függvény folytonos az x_0 helyen, az $f(x)$ külső függvény pedig folytonos a $g(x_0)$ helyen, akkor $h(x)$ folytonos az x_0 helyen.

TÉTEL:

Legyen $f(x)$ egy zárt $[a; b]$ intervallumon értelmezett folytonos függvény. Ekkor f - nek létezik minimuma és maximuma $[a; b]$ - n, vagyis f korlátos, továbbá f az $[a; b]$ minden $f(a)$ és $f(b)$ közötti értéket felvesz.

Gyakorló feladatok

1. Adj meg olyan függvényt, amelynek van határértéke az $x_0 = 3$ helyen, de ott nem folytonos!
2. Adj meg olyan függvényt, amely mindenütt értelmezve van, de az $x_0 = 1$ helyen nem folytonos!
3. Tudjuk, hogy az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek mindenütt létezik véges határértéke. Igaz - e, hogy az f folytonos függvény?
4. Bizonyítsd be, hogy az $f(x) = \frac{x+8}{x-3}$ függvény folytonos az $x_0 = 4$ pontban!

5. Hol folytonos és hol van szakadása az egészrész -, illetve a törtrész függvénynek?

6. Van - e szakadása az alábbi függvényeknek?

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2 - 1$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}; x \mapsto x^2 - 1$$

$$h: \mathbb{R} \setminus \{5\} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2 - 1$$

$$i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} x^2 - 1, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-5; 0; 5\} \\ -1, & \text{ha } x \in \{-5; 0; 5\} \end{cases}$$

7. Folytonosok - e az alábbi függvények?

$$A: f(x) = \frac{x \cdot (x-2)}{x-2}$$

$$B: g(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } x \neq 2 \\ 5, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

$$C: h(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

8. Folytonosak - e az alábbi függvények?

$$A: f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{1}{|x|}$$

$$B: g: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{|x|}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

9. Folytonosak - e az alábbi függvények?

$$\text{A: } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} \frac{9-x^2}{3-x}, & \text{ha } x \neq 3 \\ 0, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

$$\text{B: } g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} \frac{9-x^2}{3+x}, & \text{ha } x \neq -3 \\ 6, & \text{ha } x = -3 \end{cases}$$

10. Folytonosak - e az alábbi függvények?

$$\text{A: } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} \frac{3-x}{9-x^2}, & \text{ha } x \neq \pm 3 \\ \frac{1}{6}, & \text{ha } x = \pm 3 \end{cases}$$

$$\text{B: } g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} \frac{3-x}{9-x^2}, & \text{ha } x \leq -4 \\ \frac{9-x^2}{3-x}, & \text{ha } -4 < x < 3 \\ 6, & \text{ha } x \geq 3 \end{cases}$$

11. Hol folytonos az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 8, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \\ 3, & \text{ha } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

12. Hol folytonos az alábbi függvény?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \\ 2, & \text{ha } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

13. Melyik pontokban folytonos a következő függvény?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 49}{x^2 + 7x}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-7; 0\} \\ 2, & \text{ha } x = -7 \\ 5, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

14. Melyik pontokban folytonos a következő függvény?

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{k \cdot \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\} \\ \frac{1}{2}, & \text{ha } x \in \left\{k \cdot \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\} \end{cases}$$

15. Folytonosak – e az alábbi függvények a megadott pontban?

A: $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ $x_0 = 1$

B: $g(x) = \operatorname{sgn} x^2$ $x_0 = 0$

C: $h(x) = 3x^4 + 4x^2 - 6x + 2$ $x_0 = 1$

D: $i(x) = \left\lfloor \frac{3x + 10}{2} \right\rfloor$ $x_0 = -3$

16. Folytonosak – e az alábbi függvények a megadott pontban?

A: $f(x) = \frac{2}{x - 3} + 1$ $x_0 = 2$

B: $g(x) = \frac{x + 1}{x^2 + x}$ $x_0 = -1$

C: $h(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$ $x_0 = -3$

D: $i(x) = \frac{1}{x^2}$ $x_0 = 0$

17. Folytonosak – e az alábbi függvények a megadott pontban?

A: $f(x) = \begin{cases} -11, & \text{ha } x = -2 \\ \frac{x^2 + 1}{x - 8}, & \text{ha } x \neq -2 \end{cases}$ $x_0 = -2$

B: $g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$ $x_0 = 0$

18. Folytonosak – e az alábbi függvények a megadott pontban?

$$\text{A: } f(x) = \begin{cases} \frac{5-x}{x^3-125}, & \text{ha } x > 5 \\ -\frac{1}{15x}, & \text{ha } x \leq 5 \end{cases} \quad x_0 = 5$$

$$\text{B: } g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & \text{ha } x \neq 3 \\ 4, & \text{ha } x = 3 \end{cases} \quad x_0 = 3$$

19. Folytonosak – e az alábbi függvények a megadott pontban?

$$\text{A: } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-64}{4-x}, & \text{ha } x > 4 \\ 6 \cdot (x-12), & \text{ha } x \leq 4 \end{cases} \quad x_0 = 4$$

$$\text{B: } g(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{ha } x < -3 \\ 3-x, & \text{ha } x \geq -3 \end{cases} \quad x_0 = -3$$

20. Folytonosak – e az alábbi függvények az $x_0 = -2$ helyen?

$$\text{A: } f(x) = \frac{x+2}{x^2+2} \quad \text{B: } g(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+2}, & \text{ha } x \neq -2 \\ 0, & \text{ha } x = -2 \end{cases}$$

$$\text{C: } h(x) = \frac{x+2}{x^2+2}, \text{ ahol } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad \text{D: } i(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3}{x+3}, & \text{ha } x \neq -3 \\ 10, & \text{ha } x = -3 \end{cases}$$

21. Folytonosak – e az alábbi függvények az $x = 2$ helyen?

$$\text{A: } f(x) = \frac{x+2}{x^2-4} \quad \text{B: } g(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$$

$$\text{C: } h(x) = \frac{x-2}{x^2-4} \quad \text{D: } i(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$$

$$\text{E: } j(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{ha } x \neq 2 \\ 0,25, & \text{ha } x = 2 \end{cases} \quad \text{F: } k(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4}, & \text{ha } x \neq 2 \\ 0,25, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

22. Folytonosak – e az alábbi függvények az $x = a$ helyeken?

$$\text{A: } f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 - 5} \quad a \in \{0; \sqrt{5}; 5\}$$

$$\text{B: } g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{\sqrt{x} + \sqrt{3}}{x - 3} \quad a \in \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 3\}$$

$$\text{C: } h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x - 3} \quad a \in \{-1; 2; 3\}$$

$$\text{D: } i: \mathbb{R} \setminus \{-2; 4\} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 2x - 8} \quad a \in \{1; 2; 4\}$$

23. Folytonosak – e az alábbi függvények az $x = a$ helyeken?

$$\text{A: } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} 0, & \text{ha } x \in \mathbb{Z} \\ \frac{2x-1}{x+5}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \end{cases} \quad a \in \left\{-5; 0; \frac{17}{5}\right\}$$

$$\text{B: } g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{ha } x \neq 2 \\ \sqrt{20-x^2}, & \text{ha } x = 2 \end{cases} \quad a \in \{0; 2; 10\}$$

$$\text{C: } h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} |x|, & \text{ha } x \leq 2 \\ -|x|, & \text{ha } x > 2 \end{cases} \quad a \in \{-1; 0; 2\}$$

$$\text{D: } i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} 0, & \text{ha } x \in \mathbb{Q} \\ x, & \text{ha } x \in \mathbb{Q}^* \end{cases} \quad a \in \{-\sqrt{2}; 0; 1\}$$

24. Igazold jobb és bal oldali függvényhatárérték segítségével, hogy folytonosak a valós számokon értelmezett függvények a jelzett pontban! Bizonyítsd be, hogy a $g(x)$ függvény az $x_0 = 2$ helyen nem folytonos!

$$\text{A: } f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } x < 1 \\ (x-2)^2, & \text{ha } x \geq 1 \end{cases} \quad x_0 = 1$$

$$\text{B: } g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x}{x^2-4}, & \text{ha } x \notin \{-2; 2\} \\ \frac{1}{|x|}, & \text{ha } x \in \{-2; 2\} \end{cases} \quad x_0 = -2$$

25. Folytonos – e az $x = 0$ pontban az alábbi függvény?
Ha nem, akkor megadható - e olyan érték a 3 helyett, amelyre már az?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(3x)}{x^2}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 3, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

26. Tekintsük az $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ függvényt. Ez egy folytonos függvény, amely nincs értelmezve $x = 1$ - ben. Hogyan lehetne kiterjeszteni az értelmezési tartományát $x = 1$ - re is úgy, hogy a függvény továbbra is folytonos maradjon?

27. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} x^2, & \text{ha } x \leq 3 \\ x + p, & \text{ha } x > 3 \end{cases}$$

28. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{ha } x < 5 \\ x + p, & \text{ha } x \geq 5 \end{cases}$$

29. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} 2x - 5, & \text{ha } x \geq 3 \\ p - x, & \text{ha } x < 3 \end{cases}$$

30. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & \text{ha } x < 5 \\ p \cdot x + 10, & \text{ha } x \geq 5 \end{cases}$$

31. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & \text{ha } x < 5 \\ p \cdot x + p, & \text{ha } x \geq 5 \end{cases}$$

32. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \begin{cases} x^3 - 2x + 2, & \text{ha } x > -1 \\ p \cdot x + 5, & \text{ha } x \leq -1 \end{cases}$$

33. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, & \text{ha } x \leq 2 \\ x + p, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

34. Add meg az a valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} -(x^2 + 4x + 1), & \text{ha } x < -1 \\ 2x + a, & \text{ha } x \geq -1 \end{cases}$$

35. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & \text{ha } x > 2 \\ -x + p, & \text{ha } x \leq 2 \end{cases}$$

36. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2}, & \text{ha } x < -2 \\ p - x, & \text{ha } x \geq -2 \end{cases}$$

37. Add meg az a valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{3x + 3}, & \text{ha } x < -1 \\ a \cdot x, & \text{ha } x \geq -1 \end{cases}$$

38. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{2x + 8}, & \text{ha } x \neq -4 \\ p, & \text{ha } x = -4 \end{cases}$$

39. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2}, & \text{ha } x \neq -2 \\ p, & \text{ha } x = -2 \end{cases}$$

40. Add meg az a valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & \text{ha } x \neq 1 \\ a, & \text{ha } x = 1 \end{cases}$$

41. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^3 - 3}{x - 1}, & \text{ha } x \neq 1 \\ p, & \text{ha } x = 1 \end{cases}$$

42. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8}{2x + 4}, & \text{ha } x \neq -2 \\ p, & \text{ha } x = -2 \end{cases}$$

43. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 6}, & \text{ha } x \neq 2 \\ p, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

44. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \cos x + 2, & \text{ha } x \leq 0 \\ -x^2 + p, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

45. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{ha } x \leq 1 \\ p - x, & \text{ha } 1 < x < 3 \\ 2x - 4, & \text{ha } x \geq 3 \end{cases}$$

46. Add meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & \text{ha } x \leq 1 \\ p - x, & \text{ha } 1 < x \leq 3 \\ 3x - 4, & \text{ha } 3 < x \end{cases}$$

47. Add meg az $a; b$ paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a \cdot x + 5}{x - 5}, & \text{ha } x \neq 5 \\ b, & \text{ha } x = 5 \end{cases}$$

48. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{3x + 3}, & \text{ha } x \neq -1 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } x = -1 \end{cases}$$

49. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + a \cdot x + 3}{x - 3}, & \text{ha } x \neq 3 \\ b, & \text{ha } x = 3 \end{cases}$$

50. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 7, & \text{ha } x < 5 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } x \geq 5 \end{cases}$$

51. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & \text{ha } x \geq 3 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } x < 3 \end{cases}$$

52. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 5, & \text{ha } x \leq 5 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } x > 5 \end{cases}$$

53. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{ha } x \leq 3 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } x > 3 \end{cases}$$

54. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 2, & \text{ha } x < 5 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } x \geq 5 \end{cases}$$

55. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} -(x^2 + 4x + 1), & \text{ha } x < -1 \\ x^2 + a \cdot x + b, & \text{ha } x \geq -1 \end{cases}$$

56. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} -(x^2 + 4x + 1), & \text{ha } x < -1 \\ x^2 + a \cdot x + b, & \text{ha } -1 \leq x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 3, & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

57. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{ha } x \leq 1 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } 1 < x < 3 \\ 2x - 4, & \text{ha } x \geq 3 \end{cases}$$

58. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & \text{ha } x \leq 1 \\ a \cdot x + b, & \text{ha } 1 < x \leq 3 \\ 3x - 4, & \text{ha } 3 < x \end{cases}$$

59. Add meg az a ; b paraméter értékét úgy, hogy az alábbi függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3, & \text{ha } x \leq 1 \\ b - a \cdot x, & \text{ha } 1 < x \leq 3 \\ 2x - 4, & \text{ha } 3 < x \end{cases}$$

60. Határozd meg az A értékét úgy, hogy az f függvénynek az $x = 2$ helyen ne legyen szakadási helye!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 10x + 16}, & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{2; 8\} \\ 15, & \text{ha } x = 8 \\ A, & \text{ha } x = 2 \end{cases}$$

61. Add meg a b paraméter értékét úgy, hogy a függvény folytonos legyen az $x_0 = b$ és $x_1 = -b$ helyeken!

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \operatorname{sgn} x, & \text{ha } |x| < b \\ 3, & \text{különben} \end{cases}$$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Schlegl István; 2015.; Sokszínű matematika - Az analízis elemei; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Trembeczki Csaba; 2016.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény - Az analízis elemei; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Dr. Ábrahám István; 2005.; Analízis 1.; Mozaik Kiadó; Szeged
- (6) Dr. Ábrahám István; 2005.; Analízis 3. feladatgyűjtemény; Mozaik Kiadó; Szeged
- (7) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (8) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (9) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Gerőcs László; 2011.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (12) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (13) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (14) Saját anyagok