Oszthatóság, prímszámok

DEFINÍCIÓ: (Ellentett)
Egy szám ellentettjén azt a számot értjük, amelyet a számhoz hozzáadva az 0 lesz.

Megjegyzés:
Egy szám ellentettje megegyezik a szám (-1) *– szeresével.*

DEFINÍCIÓ: (Reciprok)
Egy 0 - tól különböző szám reciprokán azt a számot értjük, amellyel a számot megszorozva a szorzat értéke 1 lesz.

Megjegyzés:
Egy $\frac{a}{b}$ *alakban felírt szám reciproka a* $\frac{b}{a}$ *szám.*

DEFINÍCIÓ: (Osztó, többszörös)
A b természetes számot az a természetes szám osztójának nevezzük, ha létezik olyan q természetes szám, amelyre $a = b \cdot q$. Ekkor az a – t a b többszörösének nevezzük. Jelöléssel: $b \mid a$ (ejtsd: a b osztója az a – nak).

Megjegyzés:

- *Egy szám osztóinak megkeresését elég a szám négyzetgyökéig vizsgálni.*
- *Az* 1 *- et és magát a számot triviális osztónak nevezzük, s nem tekintjük valódi osztónak.*
- *A* 0 *minden számnak többszöröse, s a* 0 *– nak végtelen sok osztója van:* 0 *a* 0 *– nak osztója.*
- *Az osztó, többszörös fogalmát szokás egész számokra is értelmezni.*

TÉTEL:
Ha egy a szám osztója a b számnak, továbbá a b osztója a c számnak is, akkor az a osztója a c – nek is. Jelöléssel: $a \mid b$ és $b \mid c \Rightarrow a \mid c$.

TÉTEL:
Ha egy szám osztója egy összeg minden tagjának, akkor osztója az összegnek is. Jelöléssel: $a \mid b$ és $a \mid c \Rightarrow a \mid (b + c)$.

TÉTEL:
Ha egy szám osztója egy különbség minden tagjának, akkor osztója a különbségnek is. Jelöléssel: $a \mid b$ és $a \mid c \Rightarrow a \mid (b - c)$.

TÉTEL:
Ha egy szám osztója egy szorzat valamelyik tényezőjének, akkor osztója a szorzatnak is. Jelöléssel: $c \mid a \Rightarrow c \mid (a \cdot b)$.

Megjegyzés:
Másképpen megfogalmazva: Ha egy c szám osztója az a számnak, akkor osztója az a bármely többszörösének is.

TÉTEL: (Oszthatósági szabályok)
Egy természetes szám pontosan akkor osztható

1) 2 - vel, ha utolsó számjegye osztható 2 - vel
2) 4 - gyel, ha az utolsó két számjegyből álló szám osztható 4 - gyel
3) 8 - cal, ha az utolsó három számjegyből álló szám osztható 8 - cal
4) 5 - tel, ha az utolsó számjegye osztható 5 - tel
5) 25 - tel, ha az utolsó két számjegyből álló szám osztható 25 - tel
6) 125 - tel, ha az utolsó három számjegyből álló szám osztható 125 - tel
7) 10 - zel, ha az utolsó két számjegyből álló szám osztható 10 - zel
8) 100 - zal, ha az utolsó három számjegyből álló szám osztható 100 - zal
9) 1000 - rel, ha az utolsó négy számjegyből álló szám osztható 1000 - rel
10) 3 - mal, ha a számjegyek összege osztható 3 - mal
11) 9 - cel, ha a számjegyek összege osztható 9 - cel

Megjegyzés:

- *Egy természetes szám pontosan akkor osztható* 11 - *gyel, ha számjegyeit az utolsótól kezdve váltakozó előjellel összeadva, a kapott összeg osztható* 11 - *gyel.*
- *Az összetett oszthatóságok esetén az adott számot írjuk fel két olyan szám szorzataként, amelyek legkisebb közös többszöröse éppen az adott szám.*

DEFINÍCIÓ: (Prímszám)
Prímszámnak (törzsszámnak) nevezzük azokat a természetes számokat, amelyeknek pontosan két osztója van a természetes számok között.

Megjegyzés:

- *Egyetlen páros prímszám létezik, a* 2.
- *Minden* 1 - *nél nagyobb természetes szám és kétszerese között van prímszám.*
- *Sejtés: Bármely két négyzetszám között található prímszám.*
- *Példa prímszámokra:*

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223	227	229
233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499	503	509	521	523	541
547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733
739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863
877	881	883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997	1009	1013

Eratoszthenészi – szita:
Az eljárással megkereshetjük 1 – től n – ig az összes prímszámot. A lépések a következők:

- Írjuk fel a számokat 1 – től n – ig.
- Keressük meg az első olyan 1 – től nagyobb számot, amely még nincs kihúzva, vagy megjelölve. (Az első ilyen szám a 2.)
- Ezt követően karikázzuk be ezt a számot, a többszöröseit pedig húzzuk ki.
- Ezután a második – harmadik lépést hajtsuk végre mindaddig, amíg a második lépésben talált szám négyzete nem nagyobb, mint n. A folyamat végén a bekarikázott számok lesznek a keresett prímszámok.

TÉTEL:
Végtelen sok prímszám létezik.

DEFINÍCIÓ: (Összetett szám)
Összetett számnak nevezzük azt a 0 - tól különböző természetes számot, melynek kettőnél több osztója van a természetes számok között.

Megjegyzés:
A 0 - *t és az* 1 - *et nem tekintjük prímszámnak és összetett számnak sem.*

TÉTEL: (Számelmélet alaptétele)
Minden összetett szám felírható prímszámok szorzataként és ez a felírás a sorrendtől eltekintve egyértelmű.

Megjegyzés:

- *A prímtényezős alakot szokás a szám kanonikus alakjának is nevezni.*
- *Egy szám prímtényezős felbontásához a következő eljárást alkalmazzuk: keressük meg az adott számnak a legkisebb prímosztóját, majd írjuk a szám mellé. Ezt követően a két számot osszuk el egymással, s a keletkező hányadost írjuk az eredeti számunk alá. Ezután a hányadosnak keressük meg a legkisebb prímosztóját, s az eljárást addig folytatjuk, míg a hányados értéke* 1 *lesz.*

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

A 360 *prímtényezős felírása (kanonikus alakja):* $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

DEFINÍCIÓ: (Legnagyobb közös osztó)
Két vagy több 0 - tól különböző természetes szám legnagyobb közös osztója az adott számok mindegyikének osztója és az összes közös osztójuknak többszöröse. Jelölés: $(a; b)$.

Megjegyzés:

- *Legnagyobb közös osztó meghatározása: a közös prímtényezőket összeszorozzuk az előforduló legkisebb hatványukon.*
- *A törtek egyszerűsítéséhez a legnagyobb közös osztót célszerű alkalmazni.*

DEFINÍCIÓ: (Legkisebb közös többszörös)
Két vagy több 0 - tól különböző természetes szám legkisebb közös többszöröse az adott számok mindegyikének többszöröse és az összes közös többszörösüknek osztója. Jelölés: $[a; b]$.

Megjegyzés:

- *Legkisebb közös többszörös meghatározása: az összes különböző prímtényezőket összeszorozzuk az előforduló legnagyobb hatványukon.*
- *A törtek közös nevezőre hozásához a legkisebb közös többszöröst célszerű alkalmazni.*

Példa:
A $8 = 2^3$ *és a* $12 = 2^2 \cdot 3$ *esetén:* $(8; 12) = 2^2 = 4$ *és* $[8; 12] = 2^3 \cdot 3 = 24$.

TÉTEL:
Ha az a és b szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét összeszorozzuk, akkor az a és b szám szorzatát kapjuk. Jelölés: $a \cdot b = (a; b) \cdot [a; b]$.

TÉTEL: (Maradékos osztás tétele – Euklideszi osztás)
Bármely a, b természetes számhoz található olyan egyértelműen meghatározott p, r természetes szám, amelyre $a = b \cdot p + r$ teljesül, ahol $0 \leq r < b$. Ekkor p - t hányadosnak, r - t maradéknak nevezzük.

Euklideszi algoritmus:
Az eljárással megkereshetjük két szám legnagyobb közös osztóját. A lépések a következők:

1) Az adott számokat osszuk el egymással, s jegyezzük fel a maradékot.
2) Ezt követően az első lépésben osztóként funkcionáló számot osszuk el a kapott maradékkal.
3) Az eljárásnak akkor lesz vége, ha az osztás során keletkező maradék 0. Ekkor az utolsó nem 0 maradék éppen az eredeti két szám legnagyobb közös osztója.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. (K) Mivel kell szoroznunk az adott kifejezést, hogy a szorzat értéke 1 legyen? $(a; b \neq 0; a \neq \pm b)$

A: a **B:** $\frac{a-b}{a}$ **C:** $\frac{a+b}{a-b}$ **D:** $\frac{a+b}{2a}$ **E:** $a+\frac{1}{b}$ **F:** $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

2. (K) Mit kell hozzáadnunk az adott kifejezéshez, hogy az összeg értéke 0 legyen? $(a; b \neq 0; a \neq \pm b)$

A: a **B:** $\frac{a-b}{a}$ **C:** $\frac{a+b}{a-b}$ **D:** $\frac{a+b}{2a}$ **E:** $a+\frac{1}{b}$ **F:** $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

3. (K) Írd fel 0 - tól 20 - ig a 6 többszöröseit!

4. (K) Add meg 15 – nek az első három olyan többszörösét, amelyekre teljesül, hogy a számjegyek összege 15!

5. (K) Milyen természetes számokat írhatunk a változók helyére úgy, hogy a szorzatok 6, illetve 10 többszörösei legyenek!

A: $3 \cdot x \cdot 2$ **B:** $9 \cdot x \cdot y \cdot 5$ **C:** $2 \cdot x \cdot 5 \cdot y$

6. (K) Hányszorosa a $11 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 5$ szorzat értéke az alábbiaknak?

A: 13 **B:** 11 **C:** $5 \cdot 13$ **D:** $11 \cdot 13$

E: $2 \cdot 13 \cdot 5$ **F:** $13 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 11$ **G:** 26 **H:** 22

7. (E) Van – e 2017 – nek olyan többszöröse, amely csak 0 és 1 számjegyekből áll?

8. (E) Van – e a 2001 – nek olyan többszöröse, amely csak 1 – es számjegyekből áll?

9. (K) A 83 osztója - e 735 – nek?

10. (K) Írd fel a 657 – et $657 = 5 \cdot k + r$ alakban, ahol $0 \leq r < 5$ és $k, r \in \mathbb{N}$!

11. (K) Add meg a 7 - tel osztható pozitív egészek növekvő sorozatának 3000. tagját!

12. (K) A természetes számok körében melyik a tizedik 8 – cal osztható szám?

13. (K) Hány 1000 – nél kisebb pozitív egész szám létezik, amelyik osztható 93 – mal?

14. (K) Melyik az a legkisebb ötjegyű szám, amely 19 - cel osztva 11 - et ad maradékul?

15. (K) Mennyi egész szám van 220 – tól 888 - ig? (Beleértve a határszámokat is.)

16. (K) Határozd meg az összes osztót!

A: 1	**B: 12**	**C: 13**	**D: 21**	**E: 25**
F: 31	**G: 48**	**H: 62**	**I: 64**	**J: 81**
K: 100	**L: 128**	**M: 144**	**N: 161**	**O: 175**
P: 196	**Q: 240**	**R: 242**	**S: 250**	**T: 252**

17. (K) Határozd meg az összes osztót! Melyik osztóig kell keresni az osztókat?

A: 328	**B: 361**	**C: 420**	**D: 512**	**E: 529**
F: 784	**G: 997**	**H: 1000**	**I: 1024**	**J: 1250**
K: 1800	**L: 4000**	**M: 5704**	**N: 6045**	**O: 6867**

18. (K) Hány közös pozitív osztója van a 24 – nek és a 36 – nak?

19. (K) Döntsd el, hogy a következő számok közül melyik melyiknek osztója?

$2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 24; 32; 128; 256; 342; 4032; 5472$

20. (K) Melyik az a szám, amelynek valódi osztói a következők?

A: $2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30$

B: $2; 4; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 35; 70$

21. (K) Melyek azok a pozitív egész számok, amelyeknek nincs valódi osztójuk a pozitív egész számok körében? Melyek azok, amelyeknek csak valódi osztójuk van?

22. (K) Melyek azok a pozitív egész számok, amelyeknek nincs osztójuk a pozitív egész számok körében? Melyek azok, amelyeknek páratlan számú osztójuk van? Melyek azok, amelyeknek pontosan $1; 2$ illetve 3 osztójuk van?

23. (K) Hány olyan háromjegyű természetes szám van, amelyet ha sorban 111 – gyel, 222 – vel, 333 – mal osztunk, ugyanazt a maradékot kapjuk?

24. (E) Milyen számmal osztva adhat azonos maradékot a 35 és az 59?

25. (E) Milyen kétjegyű számmal osztva adhat azonos maradékot a 161 és az 215?

26. (E) A $10\,839$ – et és a $11\,863$ – at elosztva ugyanazzal a háromjegyű számmal, mind a kétszer ugyanaz a maradék. Mennyi a maradék?

27. (E) Melyik az a négyjegyű szám, amellyel $25\,707$ – et osztva 32 – t, 37 568 – at osztva 43 – at kapunk maradékul?

28. (E) Egy négyjegyű számot 101 – gyel osztva a maradék 83, a 102 – vel osztva pedig a maradék 64 lesz. Melyik ez a négyjegyű szám?

29. (E) Péter az édesapja 21 – edik születésnapján született. Legfeljebb hányszor lehet Péter életkora osztója az édesanyja életkorának?

30. (E) Lilla az édesanyja 28 – adik születésnapján született. Legfeljebb hányszor lehet az édesanyja életkora többszöröse a Lilla életkorának?

31. (K) Az alábbi számok közül melyik osztható 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel, 6 – tal, 8 – cal, 9 – cel és 11 – gyel? $(n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n)$

$$\mathbf{132;\ 225;\ 2008;\ 1\,234\,567\,890;\ 2^{2007};\ 10^{100} - 1;\ 6!}$$

32. (K) Határozd meg a következő számok 9 – cel való osztási maradékát számológép használata nélkül!

$$\mathbf{234;\ 512;\ 106;\ 113;\ 240;\ 4132;\ 9503;\ 3426}$$

33. (K) Határozd meg a következő számok 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel, illetve 9 – cel való osztási maradékát!

A: $\mathbf{7;\ 14;\ 216;\ 347;\ 1848;\ 2005;\ 2008;\ 13\,367}$

B: $\mathbf{123\,456;\ 521\,966;\ 654\,321;\ 10^{999};\ 6^{100} - 1;\ 34\,343\,434\,343\,434\,343\,434}$

34. (K) Két szám összege osztható 9 – cel. 9 – cel osztva mennyi maradékot ad az egyik szám, ha a másik szám számjegyeinek összege 21?

35. (K) Zoli egy nap feljegyezte az ötös lottón kihúzott számokat: $11;\ 35;\ 48;\ \overline{7x};\ 83$. Az x számjegyet később már nem tudta elolvasni, csak arra emlékezett, hogy a kihúzott számok összege osztható volt 9 - cel. Melyik lehetett az ötödik nyertes szám?

36. (K) Fogalmazd meg a 20 – szal való oszthatóság szabályát többféleképpen!

37. (K) Hány olyan kétjegyű szám van, amely osztható 9 – cel és 6 – tal is?

38. (K) Bizonyítsd be a következő oszthatóságokat! ($n \in \mathbb{Z}^+$)

A: $3 \mid 10^{20} + 2$ B: $5 \mid 11^{11} + 4$ C: $9 \mid 10^{10} - 1$

D: $3 \mid 10^{10} - 4$ E: $25 \mid 10^{10} + 5^2$ F: $9 \mid 10^{53} + 8$

G: C: $6 \mid 10^{31} + 2$ H: $5 \mid 16^{2000} - 11^{20}$ I: $24 \mid 10^{95} + 584$

J: $6 \mid 10^{10} - 4$ K: $15 \mid 10^{2008} - 5$ L: $72 \mid 10^{20} + 8$

M: $6 \mid 10^{10} + 14$ N: $3 \mid \underbrace{147 \dots 147}_{3000\, jegy}$ O: $3 \mid \underbrace{2424 \dots 24}_{16\, jegy}$

P: $10 \mid 11^n - 1$ Q: $9 \mid 100^n - 1$ R: $18 \mid 10^n + 98$

S: $4 \mid \underbrace{11 \dots 11}_{888\, jegy} - \underbrace{55 \dots 55}_{444\, jegy}$ T: $5 \mid 11^5 + 11^6 + 11^7 + 11^8 + 11^9$

39. (K) Add meg az x értékét úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek!

A: $9 \mid \overline{3x2067}$ B: $4 \mid \overline{189x}$ C: $5 \mid \overline{17x}$ D: $8 \mid \overline{6712x}$

E: $3 \mid \overline{5x31}$ F: $2 \mid \overline{103x}$ G: $16 \mid \overline{76x0}$ H: $25 \mid \overline{23x5}$

40. (K) Add meg az x értékét úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek!

A: $24 \mid \overline{7431x2}$ B: $12 \mid \overline{200202x4}$ C: $6 \mid \overline{135x}$ D: $18 \mid \overline{32551x}$

E: $15 \mid \overline{234x}$ F: $36 \mid \overline{15x4}$ G: $45 \mid \overline{32x0}$ H: $72 \mid \overline{1x28}$

41. (K) Add meg az x és y értékét úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek!

A: $12 \mid \overline{1x24y6}$ B: $36 \mid \overline{52x2y}$ C: $72 \mid \overline{x378y}$ D: $45 \mid \overline{24x68y}$

E: $15 \mid \overline{3x4y}$ F: $24 \mid \overline{8x95y2}$ G: $6 \mid \overline{10xy}$ H: $18 \mid \overline{37x19y}$

42. (K) Add meg az x és y értékét úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek! $(x > y)$

A: $6 \mid \overline{1x57y3}$ **B:** $45 \mid \overline{15x64y}$ **C:** $18 \mid \overline{2x34y}$ **D:** $24 \mid \overline{14x52y}$

E: $12 \mid \overline{6x423y}$ **F:** $15 \mid \overline{2x4y}$ **G:** $36 \mid \overline{19x19y}$ **H:** $72 \mid \overline{36yx72}$

43. (K) Add meg az x és y értékét úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek!

A: $48 \mid \overline{2x468y}$ **B:** $75 \mid \overline{830x1y5}$ **C:** $30 \mid \overline{52x3y}$

44. (K) Add meg az x számjegy értékét a prímszámok halmazán úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek!

A: $4 \mid \overline{1212x2}$ **B:** $6 \mid \overline{135x2}$ **C:** $12 \mid \overline{32745x4}$

45. (K) Írj az x helyére 20 – nál kisebb természetes számokat úgy, hogy az adott oszthatóság teljesüljön!

A: $5 \mid x + 43$ **B:** $6 \mid 2x + 3714$ **C:** $9 \mid 12x + 18$ **D:** $3 \mid x + 531$

E: $24 \mid 135x$ **F:** $12 \mid 420 - x$ **G:** $72 \mid 80x + 4176$ **H:** $60 \mid 3x + 3540$

46. (K) Határozd meg a legkisebb pozitív egész x – et, amelyre teljesül, hogy $8 \mid 92 + x$ és $15 \mid 24x$!

47. (K) Az $N := \overline{abca}$ alakú számban a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Tudjuk, hogy $15 \mid N$ és $a + c = 11$. Határozd meg az összes ilyen számot!

48. (K) Add meg az x és y számjegyek értékét a pozitív négyzetszámok halmazán úgy, hogy $6 \mid \overline{2xy}$ teljesüljön!

49. (K) Van – e olyan x számjegy, amire a $\overline{13x54}$ és a $\overline{3x04}$ szám is osztható 9 – cel!

50. (K) Írj az x helyére olyan számjegyet, hogy a $\overline{1234x}$ szám osztható legyen 18 - cal, a $\overline{62745x4}$ szám pedig osztható legyen 24 – gyel!

51. (K) Írj az x és y helyére olyan számjegyet, hogy a $\overline{10yx8}$ szám osztható legyen 36 – tal, a $\overline{452x7y}$ szám osztható legyen 15 – tel, a $\overline{71y46x}$ szám pedig osztható legyen 72 - vel!

52. (K) Az $A = \overline{3a72b}$ szám osztható 45 – tel, a $B = \overline{3c72d}$ szám osztható 36 – tal. Lehetséges – e, hogy $A = B$?

53. (K) Igaz – e, hogy csak akkor teljesül a $100 \mid \overline{1352xy}$ oszthatóság, ha $x = y$?

54. (K) Milyen számjegyeket írhatunk x helyébe, hogy a 137 és $\overline{34x}$ számok összege osztható legyen 9 – cel?

55. (K) Melyik a legnagyobb 6 - tal osztható hatjegyű szám?

56. (K) Hány darab olyan háromjegyű pozitív szám van, amelyben a számjegyek összege 9, és a szám osztható 45 – tel?

57. (K) Hány 8 – cal osztható tízes számrendszerbeli $\overline{3xyz136}$ alakú szám van?

58. (K) Hány olyan csupa különböző számjegyekből álló négyjegyű szám van, amely osztható 5 – tel?

59. (K) Melyik az a 3 – mal osztható háromjegyű páros szám, amelynek középső számjegye 0, az első számjegye pedig az utolsónál 1 – gyel kisebb?

60. (K) Egy különböző számjegyekből álló hatjegyű szám számjegyei (valamilyen sorrendben) $1, 2, 3, 4, 5, 6$. Az első két számjegyből álló kétjegyű szám osztható 2 – vel, az első három számjegyből álló háromjegyű szám osztható 3 – mal és így tovább, maga a szám osztható 6 – tal. Melyik ez a szám?

61. (K) Egy ötjegyű számnak leírtuk egymás után a 2 – vel, 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel és 6 – tal való osztási maradékait és így az eredeti ötjegyű számot kaptuk. Mi volt az eredeti ötjegyű szám?

62. (K) A $2, 3, 4, 5$ és még egy szabadon választható számjegykártya felhasználásával előállítható ötjegyű számok közül melyik a legnagyobb, amely osztható 36 – tal?

63. (E) Az $1, 3, 4, 5$ és még egy számjeggyel írd fel azt a legnagyobb, illetve legkisebb ötjegyű számot, amelyik osztható 12 – vel!

64. (E) A $20! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 19 \cdot 20 = 2\,4x2\,902\,008\,176\,y4z\,000$ számban milyen számjegy áll az x, y és z helyén?

65. (E) Az első 20 pozitív egész szám szorzata mennyi maradékot ad 21 – gyel; 1001 – gyel; $10\,000$ – rel osztva?

66. (E) Melyik osztható 7 – tel, 11 – gyel illetve 13 – mal a következő számok közül?

A: $2\,783$	**B: $62\,598$**	**C: $78\,568$**	**D: $111\,111$**
E: $210\,749$	**F: $228\,102$**	**G: $445\,544$**	**H: $616\,161$**
I: $978\,978$	**J: $1\,530\,529$**	**K: $25\,769\,263$**	**L: $123\,456\,789$**

67. (E) Add meg az x értékét úgy, hogy a következő szám osztható legyen 7 – tel, 11 – gyel illetve 13 – mal!

A: $\overline{x1234xx}$ B: $\overline{9999xx9}$ C: $\overline{7777x77}$ D: $\overline{57x9x}$ E: $\overline{x1x1x1x1}$

68. (E) Add meg az x és y értékét úgy, hogy a következő oszthatóságok teljesüljenek!

A: $7 \mid \overline{x0y0}$ **B:** $35 \mid \overline{x0y0}$ **C:** $28 \mid \overline{x0y0}$ **D:** $63 \mid \overline{x0y0}$

E: $11 \mid \overline{x92y}$ **F:** $33 \mid \overline{x92y}$ **G:** $44 \mid \overline{x92y}$ **H:** $55 \mid \overline{x92y}$

I: $13 \mid \overline{19xy}$ **J:** $65 \mid \overline{19xy}$ **K:** $26 \mid \overline{19xy}$ **L:** $39 \mid \overline{19xy}$

69. (E) Írj az x helyére 30 – nál kisebb természetes számokat úgy, hogy az adott oszthatóság teljesüljön!

A: $11 \mid x + 65\,714$ **B:** $66 \mid 3x + 7392$ **C:** $55 \mid 33x$

D: $14 \mid x + 3150$ **E:** $35 \mid 10x + 1155$ **F:** $28 \mid 98x$

70. (K) Állapítsd meg, hogy a következő számok közül melyek prímszámok, melyek összetett számok!

A: $1; 12; 17; 121; 203; 217; 251; 329; 348; 713; 757; 943; 991$

B: $2; 5; 7; 21; 41; 51; 77; 127; 361; 441; 891; 897; 1027$

C: $697; 1237; 1879; 1997; 1999; 2003; 2007; 2011; 5687; 7741; 12563; 14023; 26653$

71. (K) Az $1, 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$ számjegyekből állíts össze öt különböző prímszámot úgy, hogy minden számjegy szerepeljen, de mindegyik csak egyszer! Van – e olyan kilencjegyű prímszám, amiben minden számjegy pontosan egyszer fordul elő?

72. (K) Jelölje $p(n)$, az n – nél kisebb prímek számát. Mennyi a következők értéke?

$p(10)$ $p(20)$ $p(45)$ $p(50)$ $p(73)$

73. (K) Jelölje $p(n)$, az n – nél kisebb prímek számát. Igaz – e, hogy $\frac{p(100)}{100} < \frac{1}{4}$?

74. (K) Hány összetett szám következik egymás után 182 – től 190 – ig?

75. (K) Keress 11 egymás után következő összetett számot!

76. (K) Keress 50 és 100 között olyan szomszédos prímeket, amelyekre teljesülnek a következő feltételek!

A: közöttük 3 összetett szám van

B: közöttük 5 összetett szám van

C: közöttük páros számú összetett szám van

77. (K) Mutasd meg, hogy a következő kifejezések eredménye összetett szám!

A: $10^{200} - 13$ **B:** $5^{2004} + 7$ **C:** $10^{2004} + 11$

D: $10^{15} - 5^{8}$ **E:** $10^{70} - 7$ **F:** $10^{50} - 50$

G: $10^{15} + 10^{25} + 25$ **H:** $2015^{2015} - 2016^{2016} + 2011^{2011}$

78. (K) Igazold, hogy a kifejezések eredménye, illetve az adott számok nem prímszámok!

A: $10^{2009} + 11$ **B:** $10^{20} - 7$ **C:** $10^{128} - 128$

D: $5^{20} + 7$ **E:** $11^{11} + 15^{15} - 10^{10}$ **F:** $10^{10} + 8$

G: 100 000 000 047 **H: 7 000 000 000 011** **I: 10 002 000 300 040 005**

79. (E) Lehet – e prímszám a következő kifejezések eredménye?

A: $14^{100} - 7^{81}$ **B:** $1999^{2000} + 24$ **C:** $2^{2008} + 3^{2010}$

80. (K) Adott 4 darab 100 – nál nagyobb szomszédos természetes szám. Bizonyítsd be, hogy közülük legalább kettő összetett szám! Mondhatunk - e kettő helyett hármat? Igaz - e, hogy legfeljebb három lehet közülük összetett szám?

81. (K) Írd fel prímszámok szorzataként a következő számokat!

A: 240	**B: 340**	**C: 1234**	**D: 2222**	**E: 8505**
F: 348	**G: 462**	**H: 3400**	**I: 4550**	**J: 6912**
K: 441	**L: 888**	**M: 1232**	**N: 2184**	**O: 5544**
P: 476	**Q: 756**	**R: 1840**	**S: 2005**	**T: 7623**

82. (K) Írd fel a számokat olyan szorzatalakban, ahol a tényezők nem összetett számok!

A: 300	**B: 1080**	**C: 2004**	**D: 3150**	**E: 32 316**
F: 100	**G: 1001**	**H: 1800**	**I: 9999**	**J: 16 865**
K: 120	**L: 2025**	**M: 2200**	**N: 12 465**	**O: 78 752**
P: 1956	**Q: 2000**	**R: 5400**	**S: 14 625**	**T: 1 000 000**

83. (K) Bontsd fel a 60 – at prímtényezőire, majd az összes prímtényező felhasználásával írd fel az osztóit!

84. (K) Add meg az $A \cdot B$ prímtényezős felbontását, ahol $A = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11^4$ és $B = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 13$!

85. (K) Írd fel prímszámok hatványának szorzataként a következő kifejezés értékét: $35^7 \cdot 80^4 \cdot 28^3$!

86. (K) Írd fel a $10!$ prímtényezős felbontását! $(n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n)$

87. (K) Hogyan lehet a prímtényezős felbontásból megállapítani, hogy egy egész szám:

A: páros vagy páratlan?

B: osztható - e 4 – gyel, 8 – cal, illetve 9 - cel?

C: négyzetszám?

88. (K) A 3 – nak melyik az a legnagyobb hatványa, amellyel osztható az első 50 pozitív egész szám szorzata?

89. (K) A 3 – nak melyik az a legnagyobb hatványa, amellyel a $15^4 \cdot 27^5 \cdot 45^3$ osztható?

90. (K) A 28 – nak melyik a legnagyobb hatványa, amellyel az $A = 16^{15} \cdot 35^{28}$ osztható?

91. (K) Melyik négy egymást követő pozitív egész szám szorzata lesz 3024?

92. (K) Létezik – e olyan p prímszám, amely után pontosan 6 összetett szám következik a természetes számsorban?

93. (K) Van – e olyan p prímszám, amelynek ötszöröse osztható 7 – tel?

94. (K) A 2 ötszöröséhez 1 - et adva újra prímszámot kapunk. Van - e másik prímszám, amelynek az ötszörösét 1 - gyel megnövelve az eredmény újra prímszám?

95. (K) Páros vagy páratlan az első 100 pozitív prímszám szorzata, illetve összege? Mi a megfelelő válasz, ha az első 7^7 darab prímszámot tekintjük?

96. (K) Mennyi 0 – ra végződik az első 100, illetve az első 1000 prímszám szorzata?

97. (K) Felírható – e a 2003 két prímszám összegeként?

98. (K) Felírható – e a 2017 két különböző prímszám összegeként?

99. (K) Felírható – e a 19 két különböző prímszám összegeként?

100. (K) Van – e olyan 8 egymást követő pozitív prímszám, amelyek összege is prímszám?

101. (K) Határozd meg azokat a $p; q$ különböző prímszámokat, amelyekre teljesül a következő egyenlet!

A: $2p + q = 28$ **B:** $3p + 4q = 41$ **C:** $p + p^2 = 131$

102. (K) Határozd meg a $p; q; r$ prímszámokat úgy, hogy teljesüljön az egyenlőség!

A: $p + q + r = 22$ **B:** $p + q + r = 30$ **C:** $p^2 + q^2 + r^2 = 134$

103. (K) Határozd meg azokat a $p; q; r$ különböző prímszámokat, amelyek megoldásai a következő egyenletnek!

A: $p + q + r = 26$ **B:** $p + q + r = 40$ **C:** $p + q + 3r = 22$

104. (K) Fel lehet – e írni az első öt pozitív számjegyet valamilyen sorrendben úgy, hogy a kapott ötjegyű szám prímszám legyen?

105. (K) A $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$ számjegyek felhasználásával állíts elő olyan tízjegyű prímszámot, amelyben minden számjegy pontosan egyszer szerepel!

106. (K) Lehetséges – e három szabályos dobókockával három olyan prímszám dobása, hogy az összegük is prímszám legyen?

107. (K) Melyik az a pozitív prímszám, amelyik harmadának és negyedének különbsége kisebb, mint 1?

108. (K) Három különböző prímszámról a következőket tudjuk: összegük osztható 20 – szal, a legnagyobb és a középső összege is, különbsége is 8 – ra végződik, szorzatuk pedig kisebb 1000 – nél. Melyek ezek a prímek?

109. (K) Egy háromjegyű prímszám minden számjegye 1 – nél nagyobb négyzetszám. A prímet megszoroztuk első számjegyével, majd az eredményhez hozzáadtuk a prím utolsó számjegyét. Mit kaptunk eredményül?

110. (K) Melyek azok a 2000 és 3000 közé eső prímszámok, amelyek utolsó két számjegye egyenlő, továbbá egyetlen számjegye sem összetett és számjegyeinek összege egyjegyű prímszám?

111. (K) Hány olyan egész szám van 1000 – től 2000 - ig, amely kettőn és ötön kívül más prímszámmal nem osztható?

112. (K) Adott $77!$ prímhatvány - tényezős felbontása. Hány tényezős a szorzat? Mekkora hatványon szerepel ebben a 7 - es? $(n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n)$

113. (K) Valaki kipróbálta, hogy $n^2 + n + 41, n = 1, 2, 3, \ldots, 30$ – ra prímszámot ad eredményül. Most azt állítja, hogy az $n^2 + n + 41$ kifejezés értéke minden természetes számra prímszám lesz. Igaza van – e?

114. (K) Van – e olyan $x \in \mathbb{Z}^+$ szám, amelyre az $x^2 + x + 17$ polinom helyettesítési értéke nem prím?

115. (K) Egy apa és két különböző korú kisgyermekének életkora ugyanazon prímszám hatványa. Egy évvel ezelőtt mindhármuk életkora prímszám volt. Hány évesek most?

116. (K) Ha ebben az évben megkérdezik Zolitól, hogy hány éves, akkor így válaszol: „Az életkorom fele prímszám, jövőre pedig a harmada lesz prím.” Hány éves lehet Zoli, ha tudjuk, hogy az életkora 20 és 70 közé esik?

117. (E) Melyek az a p prímek, amelyre a következő kifejezések értékei is prímek?

A: $p + 7$	**B:** $p + 15$	**C:** $p^2 + 149$	**D:** $4p^2 - 1$
E: $5p^2 - 2$	**F:** $8p^2 + 1$	**G:** $p^4 + 4$	**H:** $4p^4 + 1$

118. (E) Igaz – e, hogy nincs olyan p prímszám, amelyre az alábbi kifejezés értéke is prímszám lenne?

A: $p+3$ **B: $p+6$** **C: $p+13$** **D: $p+11$**

119. (E) Mennyi olyan p prím van, amelyre a következő kifejezések értékei is prímek?

A: p^2+2 **B: p^2+8** **C: $20p^2+1$**

120. (E) Melyek azok a p prímszámok, amikre $p+26$ és $p+64$ is prímszám?

121. (E) Add meg azokat a p prímszámokat, amelyekre $p+10$ és $p+14$ is prímszám!

122. (E) Van – e olyan p prímszám, amelyre $p+15$ és $p+19$ is prímszám?

123. (E) Melyik p prímszám esetén lesz $p+10$ és $p+20$ is prímszám?

124. (E) Hány olyan p prímszám van, amely esetén $p+50$ és $p+100$ is prím lesz?

125. (E) Add meg úgy a p egész szám értékét úgy, hogy a $p; p+4; p+14$ számok prímszámok legyenek!

126. (E) Határozd meg az összes olyan p prímszámot, amelyre teljesül, hogy a 8^p+p^2 kifejezés értéke szintén prímszám!

127. (E) Melyek azok a $p; q$ prímek, amelyekre a p^q+q^p kifejezés értéke szintén prím?

128. (E) Határozd meg az összes olyan p prímszámot, amelyre teljesül, hogy a $\frac{p^2-1}{p-1}$ tört értéke is prímszám!

129. (E) Van – e olyan p prímszám, amelyre a $\frac{p^2+17}{p-1}$ tört értéke is prímszám?

130. (E) Melyek azok a p prímek, amelyekre a $4p+1$ kifejezés értéke egy természetes szám köbével egyenlő?

131. (E) Melyik n természetes számokra lehetnek prímszámok az alábbi kifejezések?

A: n^2-1 **B: n^2+3n+2** **C: n^4-n^2**

D: n^2-2n-3 **E: n^2+n-6** **F: n^5+n^4+1**

132. (E) Melyek azok az n egész számok, amelyekre a $2n^2+11n-21$ kifejezés értéke egy prímszám négyzetével egyenlő?

133. (E) Melyek azok az n egész számok, amelyekre a $2n^2-n-36$ egy prímszám négyzetével egyenlő?

134. (E) Melyek azok az n természetes számok, amelyekre a $20^n-6\cdot4^{n+1}+5^n-24$ kifejezés értéke egy prímszámmal egyenlő?

135. (E) Melyik az a legnagyobb prímszám, amellyel az $5^{2n+1}+2^{n+4}+2^{n+1}$ összeg minden pozitív egész n esetén osztható?

136. (E) Milyen x egész esetén lesz az $\left|(x^3-63)\cdot(x^2-65)\right|$ szorzat értéke prímszám?

137. (E) Oldd meg az $1+p+p^2+\dots+p^n=2801$ egyenletet, ha p prímszámot, n pedig pozitív egész számot jelöl!

138. (E) Add meg azokat a $p;q$ prímeket, amelyekre teljesül a következő egyenlet: $p+p^2+p^3+q+q^2+q^3=2393$!

139. (E) Oldd meg a prímszámok halmazán az $x^y + 1 = z$ egyenletet!

140. (E) Oldd meg a prímszámok halmazán a $6x + 7y + 14z = 210$ egyenletet!

141. (E) Lehet – e öt egymást követő pozitív egész szám összege prímszám?

142. (E) Lehet – e hat egymást követő pozitív egész szám összege prímszám?

143. (E) Melyek azok a p prímszámok, amelyek egy négyzetszámnál 1 - gyel kisebbek?

144. (E) Melyik p prímszámokra teljesül, hogy négyszeresükhöz 1 – et hozzáadva egy köbszámot kapunk?

145. (E) Három prímszám szorzata az összegük 5 - szöröse. Melyik ez a három szám?

146. (E) Három prímszám szorzata az összegük 7 – szerese. Melyik ez a három prím?

147. (E) Három prímszám szorzata az összegük 11 – szerese. Melyik ez a három szám?

148. (E) Hogyan lehetne az $1; 2; \ldots; 40$ számokat olyan sorrendben leírni, hogy bármely két szomszédos tag összege prímszám legyen?

149. (E) Legyenek $p > s > z$ prímek. Egy dobozban elhelyeztünk p^4 darab piros, s^4 darab sárga és z^4 darab zöld golyót. Legyen k az a legkisebb pozitív egész szám, ahány golyót ki kell vennünk a dobozból, hogy biztosan legyen a kivett golyók között három különböző, és legyen n az a legkisebb szám, ahány golyót ki kell vennünk a dobozból, hogy legyen a kivett golyók között három egyforma. Összesen hány golyó van a dobozban, ha $k + n + 5$ ugyancsak prímszám?

150. (E) Egy dobozban elhelyeztünk p – féle különböző színű golyót, mind a p színből q darabot, ahol p és q prímek. Ha legkevesebb annyi golyót akarunk kivenni a dobozból, hogy biztosan legyen minden színből a kivett golyók között, akkor 17 – tel kevesebbet kell kivennünk, mint ha legkevesebb annyi golyót akarnánk kivenni a dobozból, hogy biztosan legyen valamely színből mind a q darab a kivett golyók között. Hány golyó van a dobozban?

151. (E) Egy háromszög mindhárom oldalának cm – ben vett mértéke prímszám. A háromszög kerülete $4000\ cm$. Mekkorák a háromszög oldalai?

152. (E) Egy háromszög mindhárom oldalának cm – ben vett mértéke prímszám. A háromszög kerülete $84\ cm$. Igaz – e, hogy van $40\ cm$ – nél hosszabb oldala?

153. (E) Egy háromszög $a; b; c$ oldalai egészszámok, $c = p$ prímszám. Az a és b oldalakhoz tartozó magasságok összege egyenlő a c oldalhoz tartozó magassággal. Mekkorák a háromszög oldalai?

154. (E) Három négyzet oldalai prímszámok. A két kisebb négyzet kerületének összege egyenlő a legnagyobb négyzet kerületével. A két nagyobb területének különbsége egyenlő a legkisebb területének 12 – szeresével. Mekkorák a négyzet oldalai?

155. (E) Bizonyítsd be, hogy nincs olyan 3 szomszédos pozitív természetes szám, amelyek összege prímszám!

156. (E) Bizonyítsd be, hogy ha egy prímszámot 30 – cal osztunk, akkor maradékul 1 – et, vagy ismét prímszámot kapunk!

157. (E) Bizonyítsd be, hogy bármely 3 – tól különböző prímszám négyzete 3 – mal osztva csak 1 maradékot adhat!

158. (E) Bizonyítsd be, hogy bármely 3 – nál nagyobb prím négyzete 24 – gyel osztva 1 maradékot ad!

159. (E) Bizonyítsd be, hogy bármely 5 – nél nagyobb prímszámnak van olyan pozitív egész kitevőjű hatványa, amelynek utolsó 3 számjegye: $\dots 001$!

160. (E) Legyen p olyan prímszám, melyre p^2+p+1 és p^2-p+1 prímszám. Bizonyítsd be, hogy ekkor $1+p+p^2+p^3+p^4$ vagy prímszám, vagy négyzetszám!

161. (E) Bizonyítsd be, hogy nem léteznek olyan p, q prímszámok, amelyekre a $p^{2q}+q^{2p}$ kifejezés értéke is prímszám!

162. (E) Bizonyítsd be, hogy nem létezik olyan p prímszám, amelyre $6p+1$ egy természetes szám köbével egyenlő!

163. (E) Öt darab egymást követő pozitív egész szám közül a negyedik prímszám. Bizonyítsd be, hogy ekkor a számok szorzata osztható 240 – el!

164. (E) Bizonyítsd be, hogy 12 darab 5 - nél nem kisebb prímszám négyzetének összege osztható 12 – vel!

165. (E) Hat darab pozitív egész szám közül valamelyik három n – edik hatványának összege egyenlő a másik három n – edik hatványának összegével. Bizonyítsd be, hogy a hat szám összege nem lehet prímszám!

166. (E) Mely prímszámokkal osztható biztosan a hatjegyű $\overline{ababab}$ alakú szám? Bizonyítsd be, hogy az $\overline{ababab}$ alakú hatjegyű számoknak nincs 97 – nél nagyobb prímosztójuk!

167. (E) András és Béla már elmúltak 5 évesek, mindkettőjük életkora prímszám. Ha András annyi idős lesz, mint Béla most, akkor Béla életkora ismét prímszám lesz. Bizonyítsd be, hogy amikor András született, Béla éveinek a száma osztható volt 6 – tal!

168. (K) Határozd meg a következő számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!

A: 60 és 198	**B: 140 és 294**	**C:1386 és 1932**	**D: 972 és 8775**
E: 72 és 80	**F: 120 és 180**	**G: 1848 és 2010**	**H: 4617 és 6800**
I: 56 és 140	**J: 765 és 2002**	**K: 1200 és 3780**	**L: 7425 és 73 125**
M: 165 és 210	**N: 924 és 980**	**O: 17 820 és 75 600**	**P: 58 212 és 441 000**

169. (K) Határozd meg a következő számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!

A: 8^5 **és** 4^7 **B:** 27^7 **és** 9^{10} **C:** 10^5 **és** 21^3 **D:** $10^2; 10^5; 10^9$

170. (K) Határozd meg a következő számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét prímtényezős alakban!

A: $a = 2^5 \cdot 5^6 \cdot 11^7 \cdot 17^{11}$ **és** $b = 2^8 \cdot 3^{13} \cdot 5^4 \cdot 11^9$

B: $a = 2 \cdot 5^2 \cdot 11$ **és** $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$

C: $a = 3^{10} \cdot 6^{18} \cdot 10^8$ **és** $b = 2^{16} \cdot 7^9 \cdot 15^8$

D: $a = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 7^2$ **és** $b = 6^3 \cdot 15^2 \cdot 770^2$

E: $a = 2 \cdot 3^2 \cdot 6 \cdot 12^2$ **és** $b = 3^2 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 15$

171. (K) Határozd meg a következő kifejezések értékét, ha a különböző betűk különböző prímszámokat jelölnek!

A: $(p^3q^2; pq^4)$ **B:** $(pqr^3; p^3q^2r)$ **C:** $(kl^3m^2; l^4mt^2)$

D: $(x^3yp^2q; xy^4s^2q^3)$ **E:** $(x^7yp^2; x^9y^3q)$ **F:** $(k^2m^3s^3t; km^4s^3q^2)$

172. (K) Határozd meg a következő kifejezések értékét, ha a különböző betűk különböző prímszámokat jelölnek!

A: $[p^2q; pqr]$ **B:** $[a^2b^2c; a^3bd^2]$ **C:** $[km^2n^5; k^2l^2m^3]$

D: $[x^3yp^2q; xy^4s^2q^3]$ **E:** $[x^7yp^2; x^9y^3q]$ **F:** $[k^2m^3s^2t; km^4s^3q^2]$

173. (K) Határozd meg a következő számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!

A: $\mathbf{100; 120; 150}$ **B:** $\mathbf{450; 825; 1125}$ **C:** $\mathbf{6336; 8100; 16632}$

174. (K) Határozd meg a következő kifejezések értékét, ha a különböző betűk különböző prímszámokat jelölnek!

A: $(\boldsymbol{p^3q; pq^2; pqr^2})$ **B:** $(\boldsymbol{k^4r^2m; k^2r^4s; kr^3m^2t^2})$ **C:** $(\boldsymbol{xy^4; x^2y^2; x^2ypq})$

D: $[\boldsymbol{p^3q; pq^2; pqr^2}]$ **E:** $[\boldsymbol{k^4r^2m; k^2r^4s; kr^3m^2t^2}]$ **F:** $[\boldsymbol{xy^4; x^2y^2; x^2ypq}]$

175. (E) Határozd meg a következő számok legnagyobb közös osztóját Euklideszi algoritmus segítségével!

A: $\mathbf{16}$ **és** $\mathbf{25}$ **B:** $\mathbf{960}$ **és** $\mathbf{1056}$ **C:** $\mathbf{1852}$ **és** $\mathbf{1972}$ **D:** $\mathbf{1987}$ **és** $\mathbf{5627}$

176. (K) Melyik szám a nagyobb?

A: $\mathbf{9}$ **és** $\mathbf{21}$ **legkisebb közös többszöröse B:** $\mathbf{4032}$ **és** $\mathbf{8000}$ **legnagyobb közös osztója**

177. (K) Mennyivel nagyobb az $\boldsymbol{A} = [\mathbf{3528; 4950}]$ **a** $\boldsymbol{B} = (\mathbf{3528; 4950})$ **- nél?**

178. (K) Határozd meg a következő számpárok legnagyobb közös osztóját, legkisebb közös többszörösét, illetve ezek szorzatát! Határozd meg az adott számok szorzatát! Milyen összefüggést figyelhetünk meg?

A: $\mathbf{9}$ **és** $\mathbf{12}$ **B:** $\mathbf{15}$ **és** $\mathbf{20}$ **C:** $\mathbf{11}$ **és** $\mathbf{19}$

D: $\mathbf{128}$ **és** $\mathbf{1024}$ **E:** $\mathbf{187}$ **és** $\mathbf{323}$ **F:** $\mathbf{1988}$ **és** $\mathbf{2000}$

179. (K) Igaz – e a következő: $(\mathbf{1986; 1655}) = (\mathbf{5627; 1986}) = (\mathbf{1655; 331})$**?**

180. Számítsd ki a következő műveletek eredményét!

$$[\mathbf{123; 126}] - (\mathbf{899; 1147}) - (\mathbf{945; 1386; 1701}) + [\mathbf{1188; 1368}]$$

181. (K) Számítsd ki a következő műveletek eredményét!

$A = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$ $\quad B = 2 \cdot 5^4 \cdot 11$ $\quad C = 3^2 \cdot 11^2 \cdot 13$ $\quad D = 2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 17$

$(A \cdot B; C)$ $\quad (A; B \cdot C)$ $\quad (A \cdot B \cdot C; D)$

$(A \cdot D; B \cdot C)$ $\quad (B \cdot C \cdot D; A \cdot D)$ $\quad (A \cdot C; B \cdot D)$

$((A; B); C)$ $\quad ((B; C); (A; D))$ $\quad ((A; C); B \cdot D)$

182. (K) Írd fel a következő műveletek eredményét prímtényezős felbontásban!

$A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11^2$ $\quad B = 3^3 \cdot 5 \cdot 7^4 \cdot 13$ $\quad C = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 19$ $\quad D = 2 \cdot 3^4 \cdot 11 \cdot 17$

$[A \cdot C; B]$ $\quad [A \cdot B \cdot D; C]$ $\quad [A \cdot D; B \cdot C]$

$[A \cdot C \cdot B; B \cdot D]$ $\quad [[A; B]; D]$ $\quad [(A; B); B]$

$[(A; B; C); [A; D]]$ $\quad ((A; B); [C; D])$ $\quad [(A; B; C); (A; B; D)]$

183. (K) Legyen $p = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 11^2, q = 14\,850$ és $r = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^4 \cdot 13$. Számítsd ki a $((p; q); 2r)$ értékét!

184. (K) Hozd tovább nem egyszerűsíthető alakra a következő törteket!

A: $\frac{165}{210}$ $\quad$ B: $\frac{126}{294}$ $\quad$ C: $\frac{840}{1800}$ $\quad$ D: $\frac{3857}{6061}$

E: $\frac{720}{1176}$ $\quad$ F: $\frac{1425}{1725}$ $\quad$ G: $\frac{72^4}{24^6}$ $\quad$ H: $\frac{96^3}{144^2}$

185. (K) Végezd el a műveleteket!

A: $\frac{1}{36} + \frac{1}{45}$ $\quad$ B: $\frac{7}{60} - \frac{5}{72}$ $\quad$ C: $\frac{9}{100} - \frac{17}{120} + \frac{11}{150}$ $\quad$ D: $\frac{3}{14} - \frac{2}{5} + \frac{8}{21}$

E: $\frac{11}{140} - \frac{3}{56}$ $\quad$ F: $\frac{7}{1125} + \frac{11}{1350}$ $\quad$ G: $\frac{1}{840} + \frac{1}{1575} - \frac{1}{1400}$ $\quad$ H: $\frac{7}{7260} - \frac{5}{7722}$

186. (K) Végezd el a $\frac{81}{972} + \frac{32}{640}$ összeadást a törtek egyszerűsítése után!

187. (K) Határozd meg a b számot!

A: $a = 2^7 \cdot 3^5 \cdot 7$; $(a, b) = 2^4 \cdot 3^5$ **és** $[a, b] = 2^7 \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot 7$

B: $a = 2^5 \cdot 5^2 \cdot 7^3$; $(a; b) = 2^3 \cdot 5^2$ **és** $[a; b] = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$

188. (K) Határozd meg az a számot!

A: $b = 24$, $(a; b) = 6$ **és** $[a; b] = 120$

B: $b = 36$; $(a; b) = 12$ **és** $[a; b] = 720$

189. (K) Milyen számok írhatók az x, y, z, u, v betűk helyére?

A: $a = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^2$; $b = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^u \cdot 11^v$ **és** $(a; b) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^1$

B: $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^1$; $b = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^u \cdot 11^v$ **és** $[a; b] = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11^4$

190. (K) Határozd meg a betűk lehetséges értékeit!

A: $(a; 72) = 24$ **B:** $(b; 15) = 1$ **C:** $(c; 36) = 9$

D: $(d; 8) = 80$ **E:** $(e; 60) = 15$ **F:** $(f; 48) = 24$

191. (K) Határozd meg a betűk lehetséges értékeit!

A: $[a; 12] = 60$ **B:** $[b; 16] = 48$ **C:** $[c; 388] = 3492$

D: $[d; 18] = 90$ **E:** $[e; 24] = 72$ **F:** $[f; 60] = 540$

192. (K) Határozd meg a betűk lehetséges értékeit!

A: $(10^{20}; 20^5; a) = 10^5$ **B:** $[27^3; 81^2; b] = 3^{11}$

193. (K) Melyik k pozitív egész számra teljesül a következő: $[k; 21] = 3k$?

194. (K) Mennyi pozitív egész megoldása van a következő egyenletnek?

A: $(x; 270) = 45$ **B:** $[18; y] = 72$

195. (K) Határozd meg azokat az x pozitív egész értékeket, amelyre teljesül, hogy $[12; x] = 924$ és $100 < x < 200$!

196. (K) Határozd meg azokat az x pozitív egész értékeket, amelyre teljesül, hogy $(3960; x) = 220$ és $1000 < x < 4000$!

197. (K) Melyek azok a számpárok, amelyeknek legnagyobb közös osztója 12, legkisebb közös többszöröse 5040?

198. (K) Írd fel azokat az a és b számpárokat, amelyekre teljesül, hogy $(a; b) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ és $[a; b] = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7^2$!

199. Mennyi olyan a és b pozitív egész számpár van, amelyekre teljesül, hogy $(a; b) = 13$ és $[a; b] = 1989$?

200. (K) Két háromjegyű természetes szám legnagyobb közös osztója 14, a legkisebb közös többszöröse 2940. Melyik ez a két szám?

201. (K) Melyek azok a k és n pozitív egész számok, amelyekre teljesül, hogy $(n; k) = p$ és $[n; k] = p \cdot q^2$, ahol p és q különböző prímek?

202. (K) Mely a és b természetes számokra teljesül, hogy $(a; b) = 8$ és $a \cdot b = 1280$?

203. (K) Két természetes szám szorzata 600, a legnagyobb közös osztójuk 5. Melyek ezek a számok?

204. (K) Két természetes szám négyzetének különbsége 2023. Legnagyobb közös osztójuk 17. Melyik ez a két szám?

205. (K) Határozd meg azon $(a;b)$ kétjegyű számpárokat $(a;b \in \mathbb{N}^+)$, amelyekre $(a;b) = 6$ és $a + b = 102$, ha $a < b$!

206. (K) Melyik a és b természetes számokra teljesül, hogy $(a;b) = 13$ és $a + b = 156$?

207. (K) Két természetes szám összege 120, a legnagyobb közös osztójuk 24. Melyek ezek a számok?

208. (E) Mivel egyenlő a $(2a; a + b)$, ha a osztója b – nek? $(a, b \in \mathbb{N}^+)$

209. (E) Mivel egyenlő a $(a;b)$ és a $[a;b]$, ha a osztója b – nek? $(a, b \in \mathbb{N}^+)$

210. (E) Mivel egyenlők az alábbi kifejezések, ha b osztója a – nak? $(a, b \in \mathbb{N}^+)$

A: $(a; a + b)$ B: $(b; a + b)$ C: $(a; a - b)$ D: $(b; a - b)$

211. (E) Határozd meg az $(a; a + 1)$ és az $(a; a + 2)$ kifejezések értékét! $(a \in \mathbb{N}^+)$

212. (E) Legyenek n és k olyan természetes számok, amelyekre $(n;4) = 2$ és $(k;4) = 2$. Bizonyítsd be, hogy ekkor $(n + k;4) = 4$!

213. (E) Melyek azok a természetes számok, amelyekre teljesül, hogy $[a;b;c] = 60\,840$, $104b = 9a$ és $13c = 2b$?

214. (E) Melyek azok a k, l, m természetes számok, amelyekre teljesül, hogy $88k = 9l$, $11m = 2k$ és $[k;l;m] = 60984$?

215. (K) Melyek azok a négyjegyű számok, amelyek oszthatók a $2; 3; 5; 7; 13$ számok mindegyikével?

216. (K) Melyek azok az $\overline{xyzv}$ négyjegyű pozitív egész számok, amelyek oszthatók 2 – vel, 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel, 9 – cel és 11 – gyel? (x, y, z, v különböző számjegyek)

217. (K) Add meg azokat a kétjegyű egész számokat, amelyek oszthatók a következő számok mindegyikével: $2; 3; 4; 6$ és 15!

218. (K) Határozd meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amely minden egyjegyű pozitív számmal osztható!

219. (K) Melyik az a legkisebb természetes szám, amely osztható az $1; 2; 3; \dots; 9; 10$ számok mindegyikével? Melyik a legkisebb pozitív egész?

220. (K) Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 11 - gyel osztva 10; 13 - mal osztva 12 maradékot ad?

221. (K) Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 7 - tel osztva 6; 8 - cal osztva 7; 9 - cel osztva 8 maradékot ad?

222. (K) Melyik az a legkisebb természetes szám, amelynek 3 – as osztási maradéka 2, 4 – es maradéka 3, 5 – ös maradéka 4, 6 – os maradéka pedig 5?

223. (K) Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 2 – vel osztva 1, 3 – mal osztva 2, 4 – gyel osztva 3 és 5 – tel osztva 4 maradékot ad?

224. (K) Melyik az a legkisebb és legnagyobb háromjegyű szám, amelyet 2 – vel, 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel és 6 – tal osztva maradékul rendre 1 – et, 2 – t, 3 – at, 4 – et, 5 – öt kapunk?

225. (K) Melyek azok a pozitív négyjegyű számok, amelyek 6 – tal osztva 4, 7 – tel osztva 5, 8 – cal osztva 6, 9 – cel osztva 7, 10 – zel osztva 8 maradékot adnak?

226. (K) Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelyik 5 – tel, 6 – tal, 7 – tel osztva egyaránt 1 maradékot ad?

227. (K) Melyik az a legkisebb 1 – nél nagyobb pozitív egész szám, amelyet 2 – vel, 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel, 6 – tal és 7 – tel osztva egyaránt 1 maradékot kapunk?

228. (K) Melyik az a legkisebb 7 – tel osztható természetes szám, amely 2 – vel, 3 – mal, 4 – gyel, 5 – tel és 6 – tal osztva mindig 1 maradékot ad?

229. (K) Melyek azok a négyjegyű pozitív egész számok, amelyek 11 – gyel, 15 – tel és 16 – tal osztva egyaránt 6 maradékot adnak?

230. (K) Írj az 523 ... - hoz három számjegyet úgy, hogy az így keletkezett hatjegyű szám osztható legyen 7 – tel, 8 – cal és 9 – cel is. Hány megoldás van?

231. (K) Melyik az a háromjegyű szám, amelyből 7 – et elvéve 7 – tel osztható, 8 – cat elvéve 8 – cal osztható, 9 – cet elvéve 9 – cel osztható számot kapunk?

232. (K) Melyik az háromjegyű szám, amelyből 6 – ot elvéve 7 – tel osztható, 7 – et elvéve 8 – cal osztható, 8 – at elvéve 9 – cel osztható számot kapunk?

233. (K) Melyik az a legnagyobb szám, amellyel az 1512 – őt és a 1762 – őt elosztva mindkét esetben 12 lesz a maradék?

234. (K) Melyik az a legnagyobb szám, amellyel az 1848 – at és a 6048 – at elosztva mindkét esetben 48 lesz a maradék?

235. (E) Melyek azok a háromjegyű pozitív számok, amelyekkel $9\,858$ – at osztva 130 – at, a $7\,448$ – at osztva pedig 24 – et kapunk maradékul?

236. (K) Legalább hány foka van az olyan lépcsőnek, amelyből ha kettesével lépünk rajta, végül egy fok marad; ha hármasával, akkor kettő; ha négyesével, akkor három; ha ötösével, akkor négy; ha hatosával, akkor öt; ha hetesével, akkor egy sem?

237. (K) Tamás a DVD - eket rendezgetve a következőt veszi észre: akár 20 – at, akár 25 – öt, akár 35 – öt rak egy dobozba mindig 2 DVD kimarad. Mennyi DVD - je van, ha tudjuk, hogy több van 1000 – nél, de kevesebb 2000 - nél?

238. (K) Lilla rendezgeti a könyveit a polcain. Azt veszi észre, hogy akár 15 – öt, akár 20 – at, akár 25 – öt rak egy sorba mindig 3 könyv marad az utolsó sorban. Tudjuk, hogy 400 – nál több, de 750 – nél kevesebb könyve van. Hány könyve van Lillának?

239. (K) Egy versenypályán egy irányba egyszerre indul három futó. Az első 1 perc 2 másodperc, a második 1 perc 3 másodperc, a harmadik 1 perc 6 másodperc alatt tesz meg egy kört. Voltak - e az indulás helyén egyszerre, ha a győztes futó 44 perc 6 másodperc idővel nyerte a versenyt? (A futók sebessége állandó!)

240. (K) Egy csillag körül 3 bolygó kering. A keringési idejük rendre 160 nap, 200 nap, illetve 240 nap. A csillag és a három bolygó most együttáll (egy egyenesbe esik). Mikor fog ez legközelebb előfordulni?

241. (K) Adott 3 bolygó keringési ideje: 18 év; 24 év; 30 év. Mennyi év múlva lesz a következő együttállás, ha az előző óta 5 év telt el?

242. (K) Egy $820\ m$ hosszú sétány egyik oldalán virágtöveket ültettek egymástól $45\ cm$ távolságra, a másik oldalán $30\ cm$ – enként. Az út elején egymással szemben vannak a virágok. A sétaúton hányszor ismétlődik meg ez a kezdeti helyzet?

243. (K) Az út mentén az egyik oldalon 24 méterenként fák állnak, a másik oldalon 51 méterenként villanyoszlopok. Egy helyen egymással szemben van egy fa és egy oszlop. Legközelebb milyen távolságra fordul ez újra elő?

244. (K) Egy gyerekcsapat a nyári vakáció során egy ládára bukkant. A ládában 48 tálka, 72 pohár és 100 evőeszköz volt. A gyerekek épen annyian voltak, hogy mind a háromféle tárgyon igazságosan tudtak osztozni. Hányan lehettek?

245. A kerékpár pedáljánál 180 fogú, míg a kerekénél 24 fogú fogaskerék van. Legkevesebb hányszor kell a pedált körbeforgatni, hogy mindkét fogaskerék a kiindulási állapotba kerüljön?

246. (K) Egy kerékpár nagyobbik fogaskerekén 35 fog, a kisebbiken 15 fog van. Hányszor kell a pedált körbeforgatni, hogy mindkét fogaskerék újra a kiindulási helyzetbe kerüljön vissza? (A pedál a nagyobbik fogaskerék tengelyén van.)

247. (K) Egy autóbuszmegállóban 8 óra 20 perckor egyszerre áll egy 17 – es és egy 71 – es busz. A 17 – es 12 percenként, a 71 – es 20 percenként közlekedik. Hány órakor lesz ismét egyszerre a megállóban egy 17 – es és egy 71 –es autóbusz?

248. (K) A végállomásról két villamos indul két különböző irányba. Az egyik 30 percenként, a másik 25 percenként. Reggel 6.00 – kor egyszerre indul a két járat. Déli 12 óráig hányszor fordul elő az, hogy egyszerre indulnak a járatok?

249. (K) Egy külföldi nagyváros vasútállomásáról több irányba lehet utazni. Az egyik irányba 4 perces sűrűséggel közlekednek a szerelvények, egy másikba 6, míg egy harmadikba 7 percenként. 12 órakor mindhárom irányba indul egy szerelvény. Mikor indul legközelebb két vonat egyszerre? Mikor fordul elő legközelebb, hogy mindhárom irányba ugyanakkor indul vonat?

250. (K) Egy kikötőben 1988. január 2 – án együtt van négy hajó. Tudjuk, hogy az első hajó 4 hetenként, a második 8 hetenként, a harmadik 12 hetenként, a negyedik 16 hetenként tér vissza a kikötőbe. Találkoznak - e még 1988 – ban mind a négyen ebben a kikötőben?

251. (K) Melyik az a legnagyobb négyzet alakú járólap, amellyel hézagmentesen ki lehet rakni egy $306\ cm \times 425\ cm$ – es téglalap alakú helyiséget?

252. (K) Egy $5,25\ m$ hosszú és $2,75\ m$ hosszú téglalap alapú előszobát szeretnének hidegburkolattal lefedni, vagyis kicsempézni úgy, hogy ne kelljen egyik csempét sem elvágni. Legalább hány csempére lesz szükség, ha azok négyzet alakúak?

253. (K) A fürdőszoba padlóját $20 \times 30\ cm$ méretű téglalap alakú járólapokkal burkoljuk. Kiszámítottuk, hogy bármelyik oldalfallal lesz párhuzamos a téglalap hosszabb oldala, a lapok elvágása nélkül le tudjuk azokat rakni. Mekkorák a fürdőszoba méretei, ha a területe $5,4\ m^2$, s az oldalai 1 méternél hosszabbak?

254. (K) Két iskola tantestülete megegyezett abban, hogy a 9. évfolyamos diákjaik között a természettudományi tárgyakból csapatversenyt szerveznek. Az egyik iskolából 80 – an, a másikból 72 – en vesznek részt a vetélkedőn. A csapatok létszáma azonos, és minden csapatban csak iskolatársak lehetnek együtt. Hány fősek legyenek a csapatok, hogy a számuk, ilyen feltételek mellett, a lehető legkisebb legyen? Mennyi ekkor a csapatok száma?

255. (K) Egy szigeten koncertet szerveznek, ahová egy 150 férőhelyes hajó szállítja a nézőket több fordulóval, és a koncert után egy 180 férőhelyes hajón jöhetnek vissza. Hány néző oda – vissza szállítása oldható meg így, ha a hajókon minden helyet ki kell használni, de túlterhelni nem lehet őket? Mennyi a minimális nézőszám, amelyre megoldható a szállítás?

256. (K) Az iskolai versenyre 42 elsős, 72 másodikos és 90 harmadikos diák jelentkezett. A szervezők a vegyes összetételű csapatokat úgy szeretnék összeállítani, hogy minden jelentkező bekerüljön valamelyik csapatba, és egy – egy csapaton belül az évfolyamonkénti összetétel ugyanolyan legyen (pl. minden csapatban 4 elsős, 5 másodikos és 9 harmadikos diák legyen). Hány csapat indulhat a versenyen és milyen összetételben?

257. (K) Egy síközpontban Éva egész nap az első pályán síel, ahol 8 perc alatt ér le, és a felvonóval 10 perc alatt jut fel a csúcsra. Krisztián folyamatosan a második pályán síel, 12 perc alatt ér le és 11 perc alatt fel. Mindketten 2 percet töltenek a felvonóra való várakozással, pihenéssel minden leérkezéskor. Ha 8 óra 30 perckor egyszerre indulnak el a csúcsról lefelé, mikor fognak újra találkozni a csúcson?

258. (E) Az A és B helységek közötti távolság $\frac{1}{4}$ részét egy kerékpáros 1 óra alatt, a hátralevő utat pedig 4 óra alatt tette meg. Sebességének mérőszáma mindkét szakaszon egész szám. Mekkora az AB távolság, ha a sebességek legkisebb közös többszöröse $72\ \frac{km}{h}$?

259. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(a; b \in \mathbb{Z}^+)$

A: Ha $a + b$ páros, akkor a és b páros.

B: Ha $a + b$ páros, akkor a vagy b páros.

C: Ha $a + b$ páros, akkor a és b páratlan.

D: Ha $a + b$ páros, akkor a vagy b páratlan.

E: Ha $a + b$ páratlan, akkor a és b páros.

F: Ha $a + b$ páratlan, akkor a vagy b páros.

G: Ha $a + b$ páratlan, akkor a és b páratlan.

H: Ha $a + b$ páratlan, akkor a vagy b páratlan.

260. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(a; b \in \mathbb{Z}^+; a > b)$

A: Ha $a - b$ páros, akkor a és b páros.

B: Ha $a - b$ páros, akkor a vagy b páros.

C: Ha $a - b$ páros, akkor a és b páratlan.

D: Ha $a - b$ páros, akkor a vagy b páratlan.

E: Ha $a - b$ páratlan, akkor a és b páros.

F: Ha $a - b$ páratlan, akkor a vagy b páros.

G: Ha $a - b$ páratlan, akkor a és b páratlan.

H: Ha $a - b$ páratlan, akkor a vagy b páratlan.

261. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b} \in \mathbb{Z}^+)$

A: Ha $a \cdot b$ páros, akkor a és b páros.

B: Ha $a \cdot b$ páros, akkor a vagy b páros.

C: Ha $a \cdot b$ páros, akkor a és b páratlan.

D: Ha $a \cdot b$ páros, akkor a vagy b páratlan.

E: Ha $a \cdot b$ páratlan, akkor a és b páros.

F: Ha $a \cdot b$ páratlan, akkor a vagy b páros.

G: Ha $a \cdot b$ páratlan, akkor a és b páratlan.

H: Ha $a \cdot b$ páratlan, akkor a vagy b páratlan.

262. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(\boldsymbol{n}; \boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}^+)$

A: Ha n és k páros, akkor $n + k$ is páros.

B: Ha n vagy k páros, akkor $n + k$ is páros.

C: Ha n és k páros, akkor $n + k$ páratlan.

D: Ha n vagy k páros, akkor $n + k$ páratlan.

E: Ha n és k páratlan, akkor $n + k$ páros.

F: Ha n vagy k páratlan, akkor $n + k$ páros.

G: Ha n és k páratlan, akkor $n + k$ is páratlan.

H: Ha n vagy k páratlan, akkor $n + k$ is páratlan.

263. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(n; k \in \mathbb{Z}^+; n > k)$

A: Ha n és k páros, akkor $n - k$ is páros.

B: Ha n vagy k páros, akkor $n - k$ is páros.

C: Ha n és k páros, akkor $n - k$ páratlan.

D: Ha n vagy k páros, akkor $n - k$ páratlan.

E: Ha n és k páratlan, akkor $n - k$ páros.

F: Ha n vagy k páratlan, akkor $n - k$ páros.

G: Ha n és k páratlan, akkor $n - k$ is páratlan.

H: Ha n vagy k páratlan, akkor $n - k$ is páratlan.

264. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(n; k \in \mathbb{Z}^+)$

A: Ha n és k páros, akkor $n \cdot k$ is páros.

B: Ha n vagy k páros, akkor $n \cdot k$ is páros.

C: Ha n és k páros, akkor $n \cdot k$ páratlan.

D: Ha n vagy k páros, akkor $n \cdot k$ páratlan.

E: Ha n és k páratlan, akkor $n \cdot k$ páros.

F: Ha n vagy k páratlan, akkor $n \cdot k$ páros.

G: Ha n és k páratlan, akkor $n \cdot k$ is páratlan.

H: Ha n vagy k páratlan, akkor $n \cdot k$ is páratlan.

265. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás! $(\boldsymbol{a} \in \mathbb{N})$

A: Páros számú pozitív egész összege páros.

B: Ha 2 egész szám szorzata páratlan, akkor összegük is páratlan.

C: Ha 6 egész szám összege páratlan, akkor a számok szorzata páros.

D: Ha $\boldsymbol{12 \mid n^2}$**, akkor** $\boldsymbol{12 \mid n}$**.**

E: Ha $\boldsymbol{a^2 > b^2}$**, akkor** $\boldsymbol{a > b}$**.**

F: Ha $\boldsymbol{b \mid a^2}$**, akkor** $\boldsymbol{b^2 \mid a^2}$**.**

G: Ha egy szám osztója $\boldsymbol{a^2}$ **– nek, akkor osztója** $\boldsymbol{a}$ **– nak is.**

H: Ha egy szám osztója $\boldsymbol{a^n}$ **– nek, akkor osztója** $\boldsymbol{a}$ **– nak is.**

266. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Az első $\boldsymbol{1000}$ **prímszám összege páros.**

B: Az első $\boldsymbol{1000}$ **prímszám szorzata páratlan.**

C: Létezik olyan prímszám, amely után pontosan 4 összetett szám következik a természetes számsorban.

D: Az első 30 darab prímszám szorzata 1 darab 0 – ra végződik.

E: A $\boldsymbol{7777}$ **felírható két prímszám összegeként.**

F: Van olyan pozitív egész szám, amely prím és a kétszerese is prím.

G: Két prímszám összege nem lehet prím.

H: Az első tizenöt prímszám összege és szorzata is páratlan.

267. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Az első 999 darb prímszám összege páros.

B: Az első 99 darab prímszám szorzata páros.

C: Az egyjegyű pozitív egész számok között ugyanannyi prímszám van, mint összetett szám.

D: Bármely két prímszám szorzata páratlan.

E: Van olyan négy prímszám, amelyek összege páratlan.

F: Bármely öt prímszám összege páratlan.

G: Van olyan prímszám, amelyben a számjegyek összege 2007.

H: Van olyan prímszám, amely után pontosan 10 összetett szám következik a természetes számsorban.

268. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Van olyan kilenc egész szám, hogy összegük és szorzatuk is -9.

B: Négy természetes szám összege mindig páros.

C: Ha egy szám prímtényezős felbontásában nincs 2 - es, akkor a szám páratlan.

D: Ha egy pozitív egész csak 1 – gyel és önmagával osztható, akkor prímszám.

E: Ha egy pozitív egész számnak pontosan három pozitív osztója van, akkor ez a szám egy prímszám négyzete.

F: Ha egy pozitív egész számnak páratlan számú pozitív osztója van, akkor ez a szám egy négyzetszám.

G: Ha egy szám 9 – nek többszöröse, akkor többszöröse 3 – nak is.

H: Egy számot 7 - tel osztva a lehetséges maradékok száma 6.

269. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Ha egy szám 9 – cel osztható, akkor osztható 3 – mal is.

B: Ha egy szám páros, akkor osztható 4 - gyel.

C: Ha egy szám 4 – gyel osztható, akkor páros.

D: A 6 – tal osztható számok 5 – tel osztva 1 maradékot adnak.

E: A 6 – tal osztható számok 12 – vel osztva 6 maradékot adnak.

F: Ha egy szám osztható 4 - gyel, akkor az utolsó két számjegye osztható 4 - gyel.

G: Ha egy szám 3 – mal osztva 1 mardékot, egy másik szám pedig 2 maradékot ad, akkor az összegük osztható 3 – mal.

H: Ha egy szám 3 – mal osztva 1 mardékot, egy másik szám pedig 2 maradékot ad, akkor a szorzatuk osztható 3 – mal.

270. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Ha egy szám osztható 3 – mal és 5 – tel, akkor osztható 15 – tel is.

B: Ha egy szám osztható 3 – mal és 5 – tel, akkor osztható 8 – cal is.

C: Ha egy szám osztható 3 – mal és 4 – gyel, akkor osztható 12 – vel is.

D: Ha egy szám osztható 2 – vel és 6 – tal, akkor osztható 12 – vel is.

E: Ha egy szám osztható 12 – vel, akkor osztható 2 – vel és 6 – tal is.

F: Ha egy szám osztható 2 - vel és 18 - cal, akkor osztható 36 - tal is.

G: Ha egy szám osztható 4 - gyel és 9 - cel, akkor osztható 36 - tal is.

H: Ha egy szám osztható 36 - tal, akkor osztható 2 - vel, 4 - gyel, 9 - cel és 18 - cal.

271. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Ha egy szám osztható 2 - vel és 4 - gyel, akkor osztható 8 - cal is.

B: Ha egy szám osztható 8 - cal, akkor osztható 2 - vel és 4 - gyel is.

C: Ha egy szám osztható 3 - mal és 6 - tal, akkor osztható 18 - cal is.

D: Ha egy szám osztható 3 - mal és 7 - tel, akkor osztható 21 – gyel is.

E: Ha egy szám osztható 2 – vel és 5 - tel, akkor osztható 7 – tel is.

F: Ha egy szám osztható 20 - szal, akkor osztható 4 - gyel és 5 – tel is.

G: Ha egy szám osztható 6 – tal és 8 - cal, akkor osztható 48 – cal is.

H: Van olyan 50 - nel osztható szám, amelyik nem osztható 25 - tel.

272. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Két szám legnagyobb közös osztója kisebb mindegyik számnál.

B: Két szám legnagyobb közös osztója kisebb a nagyobb számnál.

C: Két szám legnagyobb közös osztója nem lehet nagyobb a kisebbik számnál.

D: Két szám legnagyobb közös osztója egyenlő lehet a kisebbik számmal.

E: Két szám legnagyobb közös osztója a két szám összegének is osztója.

F: Két szám legnagyobb közös osztója a két szám különbségének is osztója.

G: Két szám legnagyobb közös osztója mindkét szám osztóinak többszöröse.

H: Ha egy pozitív egész szám osztója két pozitív egész szám legnagyobb közös osztójának, akkor osztója mindkét számnak.

273. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Két szám legnagyobb közös osztója mindig osztója a két szám szorzatának.

B: Két szám legnagyobb közös osztója lehet nagyobb a két szám legkisebb közös többszörösénél.

C: Két szám legnagyobb közös osztója osztható a két szám minden osztójával.

D: Két szám legnagyobb közös osztója soha nem lehet 1.

E: Két szomszédos szám legnagyobb közös osztója osztható 3 – mal.

F: Két szomszédos szám legnagyobb közös osztója mindig 1.

G: Két 3 – mal osztható szám legnagyobb közös osztója osztható 3 – mal.

H: Két 4 – gyel osztható szám legnagyobb közös osztója osztható 4 – gyel.

274. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Két szám legkisebb közös többszöröse kisebb mindegyik számnál.

B: Két szám legkisebb közös többszöröse nagyobb mindegyik számnál.

C: Két szám legkisebb közös többszöröse a nagyobb számnál nagyobb.

D: Két szám legkisebb közös többszöröse a kisebb számnál nagyobb.

E: Két szám legkisebb közös többszöröse legalább akkora, mint a nagyobbik szám.

F: Két szám legkisebb közös többszöröse a két szám szorzatánál kisebb.

G: Két szám legkisebb közös többszöröse a két szám szorzatánál nagyobb.

H: Két szám legkisebb közös többszöröse legalább akkora, mint a két szám szorzata.

275. (K) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Két szám legkisebb közös többszörösének osztója a két szám legnagyobb közös osztója.

B: Ha egy pozitív egész szám osztója két pozitív egész szám legkisebb közös többszörösének, akkor osztója mindkét számnak.

C: Két szám legkisebb közös többszöröse nem kisebb, mint a legnagyobb közös osztója.

D: Két szomszédos szám legkisebb közös többszöröse a két szám szorzatával egyenlő.

E: Ha két szám legnagyobb közös osztója 1, akkor a két szám legkisebb közös többszöröse a két szám szorzata.

F: Ha két szám legnagyobb közös osztója nem 1, akkor a két szám legkisebb közös többszöröse kisebb, mint a két szám szorzata.

G: Két szám legkisebb közös többszöröse nagyobb, mint a két szám legnagyobb közös osztója.

H: Két szám legkisebb közös többszöröse mindig osztható a két szám legnagyobb közös osztójával.

276. (E) Döntsd el, hogy igaz, vagy hamis a következő állítás!

A: Ha $(a;b)=d>1$; $(b;c)=k>1$ **és** $(a;c)=r>1$, **akkor** $(a;b;c)\neq 1$.

B: Ha $(a;b;c)=d>1$; $(a;b)=r$, **akkor** $d \mid r$.

C: Ha $d \mid a$; $d \mid b$ **és** $d \mid c$, **akkor** $d \mid (a;b;c)$.

D: Ha $(a;b)=d>1$; $(b;c)=k>1$, **akkor** $(a;c)\neq 1$.

E: Ha $(a;b)=2$ **és** $(b;c)=2$, **akkor** $(a;c)=2$.

F: Ha $[a;b]=12$ **és** $[b;c]=12$, **akkor** $[a;c]=12$.

G: Ha $[a;b]=a\cdot b$ **és** $[b;c]=b\cdot c$, **akkor** $[a;c]=a\cdot c$.

H: Ha $a \mid b$, **akkor** $(a;b)=a$ **és** $[a;b]=b$.

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2002.; Matematika 9.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 9; Mozaik Kiadó; Szeged

(4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(5) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 9; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(6) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 12; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(7) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 9; Mozaik Kiadó; Szeged

(8) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(9) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(12) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(13) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(14) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(15) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged

(16) Fröhlich Lajos; 2007.; Plusz 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged

(17) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából (emeltszint); Maxim Kiadó; Szeged

(18) Ruff János; 2016.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(19) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(21) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(22) Saját anyagok