Egyenes egyenlete

DEFINÍCIÓ: (Alakzat egyenlete)
A síkon adott egy derékszögű koordináta – rendszer. A síkban levő alakzat egyenlete olyan $f\,(x, y) = 0$ egyenlet, amelyet azoknak és csak azoknak a pontoknak a koordinátái elégítenek ki, amelyek az alakzathoz tartoznak.

Megjegyzés:

- *Egy vonal egyenletének felírása során kapcsolatot teremtünk a vonalat egyértelműen meghatározó adatok és a vonal tetszőleges pontjának koordinátái között.*
- *A ponthalmaz egyenlete a síkon, egy legfeljebb kétismeretlenes egyenlet, amelyet az adott ponthalmaz pontjainak a koordinátái kielégítenek, de más pontok koordinátái nem.*
- *Térbeli alakzat egyenlete:* $f\,(x; y; z) = 0$.

Egyenest egyértelműen meghatározó adatok:

- egy pontja és iránya
- két pontja.

Egyenes irányát megadhatjuk:

- egy vele párhuzamos vektorral
- egy rá merőleges vektorral
- irányszögével (meredekségével)

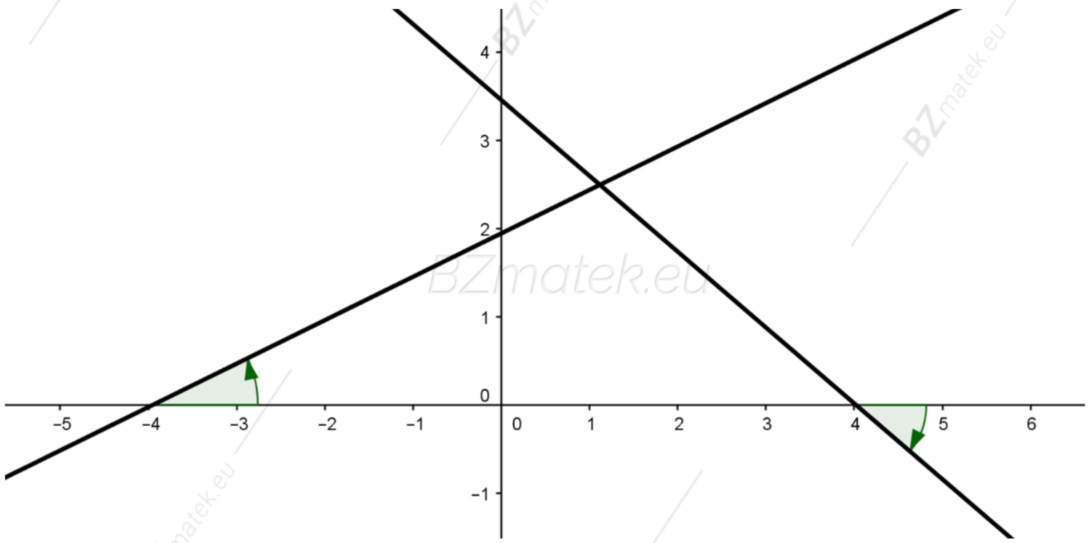
DEFINÍCIÓ: (Egyenes irányvektora)
Egy egyenes irányvektora bármely, az egyenessel párhuzamos, nullvektortól különböző vektor. Jele: $\vec{v}\,(v_1; v_2)$.

DEFINÍCIÓ: (Egyenes normálvektora)
Egy egyenes normálvektora bármely, az egyenesre merőleges, nullvektortól különböző vektor. Jele: $\vec{n}\,(n_1; n_2)$.

Megjegyzés:

- *Ha a* $\overrightarrow{v_e}$ *irányvektora az e egyenesnek, akkor a* $\lambda \cdot \overrightarrow{v_e}$ *is irányvektora* $(\lambda \neq 0, \lambda \in \mathbb{R})$.
- *Ha az* $\overrightarrow{n_e}$ *normálvektora az e egyenesnek, akkor a* $\lambda \cdot \overrightarrow{n_e}$ *is normálvektora* $(\lambda \neq 0, \lambda \in \mathbb{R})$.
- *Ha az e egyenes* $P_1\,(x_1; y_1)$ *és* $P_2\,(x_2; y_2)$ *két pontja, akkor az e egy irányvektora:* $\overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{P_1P_2}\,(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.
- *Egy egyenes irányvektorából úgy képezhetünk normálvektort (és fordítva), hogy a koordinátákat felcseréljük, s az egyiket ellenkező előjellel vesszük. Ezek alapján, ha az e egyenes irányvektora* $\overrightarrow{v_e}\,(v_1; v_2)$*, akkor normálvektora:* $\overrightarrow{n_e}\,(v_2; -v_1)$ *vagy* $\overrightarrow{n_e}\,(-v_2; v_1)$.

DEFINÍCIÓ: (Egyenes irányszöge)
A koordináta – rendszerben egy egyenes α irányszögén, az egyenes és az x - tengely pozitív félegyenese által bezárt előjeles szöget értjük. $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$



Megjegyzés:
Az irányszög pozitív, vagy negatív aszerint, hogy az x – tengelyt pozitív, vagy negatív irányba kell elforgatni origó körül, hogy párhuzamos egyenest kapjunk az eredetivel.

DEFINÍCIÓ: (Egyenes iránytangense)
Egy egyenes irányszögének tangensét (ha létezik) az egyenes iránytangensének (meredekségének, iránytényezőjének) nevezzük. Jelölés: $m = tg\ \alpha$.

Megjegyzés:

- *Mivel a* $tg\ \alpha$ *esetén* $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, *így az* y *– tengellyel párhuzamos egyeneseknek nem értelmezzük a meredekségét.*

- *Ha az egyenes egy normálvektora* $\vec{n}\,(n_1; n_2)$ *és irányvektora* $\vec{v}\,(v_1; v_2)$, *akkor az iránytangense:* $m = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{n_1}{n_2}$.

- *Ha az egyenes iránytangense* m, *akkor* $\vec{v}\,(1; m)$ *az egyenes egy irányvektora, míg az* $\vec{n}\,(m; -1)$ *és* $\vec{n}\,(-m; 1)$ *az egyenes normálvektorai.*

- *Ha* $m > 0$, *akkor az egyenes irányszöge pozitív:* $0° < \alpha < 90°$.

- *Ha* $m < 0$, *akkor az egyenes irányszöge negatív:* $-90° < \alpha < 0°$.

- *Ha* $m = 0$, *akkor az egyenes irányszöge:* $\alpha = 0°$, *vagyis párhuzamos az* x *– tengellyel.*

Az (y – tengellyel nem párhuzamos) egyenesek párhuzamossága, merőlegessége:

- Ha két egyenes párhuzamos egymással, akkor iránytangenseik (meredekségük) megegyezik, s ez fordítva is igaz. Jelöléssel: $m_e = m_f$.

- Ha két egyenes párhuzamos egymással, akkor $\overrightarrow{n_e} = \lambda \cdot \overrightarrow{n_f}$ és $\overrightarrow{v_e} = \mu \cdot \overrightarrow{v_f}$ $(\lambda; \mu \in \mathbb{R})$.

- Ha két egyenes merőleges egymásra, akkor iránytangenseik (meredekségük) egymásnak negatív reciprokai, s ez fordítva is igaz. Jelöléssel: $m_e = -\frac{1}{m_f}$, vagy $m_e \cdot m_f = -1$.

- Ha két egyenes merőleges egymásra, akkor $\overrightarrow{n_e} \cdot \overrightarrow{n_f} = 0$ és $\overrightarrow{v_e} \cdot \overrightarrow{v_f} = 0$.

Megjegyzés:
Két egyenes egyenlete $g: ax + by = c$ *és* $h: dx + ey = f$.

- *Ha* $\frac{d}{a} = \frac{e}{b} = \frac{f}{c}$, *akkor a két egyenes egybeesik.*

- *Ha* $\frac{d}{a} = \frac{e}{b} \neq \frac{f}{c}$, *akkor a két egyenes párhuzamos, de nem esik egybe.*

- *Ha* $a \cdot d + b \cdot e = 0$, *akkor a két egyenes merőleges.*

TÉTEL:
Adott $\vec{n}\ (n_1; n_2)$ normálvektorú $(\vec{n} \neq 0)$ adott $P_0\ (x_0; y_0)$ ponton átmenő egyenes egyenlete: $n_1 x + n_2 y = n_1 x_0 + n_2 y_0$.

TÉTEL:
Adott $\vec{v}\ (v_1; v_2)$ irányvektorú $(\vec{v} \neq 0)$ adott $P_0\ (x_0; y_0)$ ponton átmenő egyenes egyenlete: $v_2 x - v_1 y = v_2 x_0 - v_1 y_0$.

TÉTEL:
Az m meredekségű, az y – tengelyt b – ben metsző egyenes iránytényezős egyenlete: $y = m \cdot x + b$.

TÉTEL:
A $P_0\ (x_0; y_0)$ ponton átmenő m meredekségű egyenes iránytangenses egyenlete: $y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$.

TÉTEL:
A $P_1\ (x_1; y_1)$ és $P_2\ (x_2; y_2)$ pontokon átmenő egyenes egyenlete:

- P_1 segítségével: $(x_2 - x_1) \cdot (y - y_1) = (y_2 - y_1) \cdot (x - x_1)$
- P_2 segítségével: $(x_2 - x_1) \cdot (y - y_2) = (y_2 - y_1) \cdot (x - x_2)$

TÉTEL:
Ha egy egyenes az x – tengelyt az a – ban $(a \neq 0)$, az y – tengelyt pedig b – ben $(b \neq 0)$ metszi, akkor az egyenes tengelymetszetes alakja: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Megjegyzés:

- *Az x – tengely egyenlete:* $y = 0$.
- *Az y – tengely egyenlete:* $x = 0$.
- *A* $P_0\ (x_0; y_0)$ *ponton átmenő, az x – tengellyel párhuzamos egyenes egyenlete:* $y = y_0$.
- *A* $P_0\ (x_0; y_0)$ *ponton átmenő, az y – tengellyel párhuzamos egyenes egyenlete:* $x = x_0$.
- *Az y - tengellyel párhuzamos egyenes kivételével, az egyenes alakjai egymással ekvivalensek, vagyis mindegyik átírható a másik alakba.*

Egyenesek metszéspontjának meghatározása:

Az egyenesek egyenletét egyenletrendszerként tekintjük, s azt megoldva megkapjuk a metszéspont koordinátáit.

Megjegyzés:

Amennyiben azonosságot kapunk, akkor a két egyenes egybeesik, amennyiben ellentmondást, akkor pedig a két egyenes párhuzamos (de nem esik egybe).

Pont és egyenes távolságának meghatározása:

- Első lépés: Meghatározzuk annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges az adott egyenesre és áthalad az adott ponton.
- Második lépés: Az egyenesek egyenletéből adódó egyenletrendszert megoldjuk, s így megkapjuk a metszéspont koordinátáit.
- Harmadik lépés: Meghatározzuk az adott pont és a metszéspont távolságát.

Megjegyzés:

- *Az* $e: Ax + By = C$ *egyenes normálegyenlete:* $e^0: \frac{A \cdot x + B \cdot y - C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0$.
- *Az* $e: Ax + By = C$ *egyenletű egyenes* $P_0\ (x_0; y_0)$ *ponttól való távolsága:* $\frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

Két párhuzamos egyenes távolsága:

- Első módszer: Felvesszünk egy tetszőleges pontot az egyik egyenesen, majd meghatározzuk a pont és a másik egyenes távolságát.
- Második módszer: Felveszünk egy tetszőleges pontot a koordináta – rendszerben (célszerű az origót választanunk), majd felírjuk a pontra illeszkedő és az adott egyenesekre merőleges egyenes egyenletét. Ezt követően meghatározzuk a merőleges egyenesnek az adott egyenesekkel vett metszéspontjait, s végül kiszámoljuk a kapott metszéspontok távolságát.

<u>Két egyenes hajlásszögének meghatározása:</u>
Két egyenes hajlásszögéhez határozzuk meg skaláris szorzat segítségével a normálvektoraik (irányvektoraik) által bezárt szöget.

<u>Megjegyzés:</u>

- *Mivel két egyenes hajlásszöge a keletkező két szög esetén a kisebb, ezért ha* $cos\,\varphi < 0$ *(vagyis* φ *tompaszög), akkor a megoldás a* φ *kiegészítő szöge:* $180° - \varphi$.
- *Az* m_1 *meredekségű e egyenes és az* m_2 *meredekségű* f *egyenes* φ $(\varphi \neq 90°)$ *hajlásszögére igaz a következő összefüggés:* $tg\ \varphi = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}\right|$.
- *Az* $e: Ax + By = C$ *és* $f: Dx + Ey = F$ *egyenletű egyenesek szögfelezőjének egyenlete megkapható a következőből:* $\frac{|A \cdot x + B \cdot y - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|D \cdot x + E \cdot y - F|}{\sqrt{D^2 + E^2}}$.
- *Az* e^0 *és* f^0 *normálegyenletű egyenesek szögfelezőinek egyenlete:* $e^0 + f^0$ *és* $e^0 - f^0$.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. (K) Adott az *e* egyenes normálvektora: $\overrightarrow{n_e}\left(-3; \frac{7}{19}\right)$. Add meg az egyenes három irányvektorát!

2. (K) Írd fel annak az *e* egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a *P* ponton és normálvektora $\overrightarrow{n_e}$!

a) $P\,(3; -8)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\,(2; -5)$

b) $P\,(-7; -4)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\,(-16; -9)$

c) $P\,(-6; 0)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\left(\frac{2}{9}; -11\right)$

d) $P\,(2; 3)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)$

3. (E) Írd fel annak az *e* egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a *P* ponton és normálvektora $\overrightarrow{n_e}$!

a) $P\,(0; 7)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\,(1; \sqrt{3})$

b) $P\,(-\sqrt{2}; 2)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\,(-1; 4)$

c) $P\,(-11; 7)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\,(-15 \cdot \sqrt{2}; -10 \cdot \sqrt{2})$

d) $P\,(-1; -3)$ **és** $\overrightarrow{n_e}\,(\sqrt{2}; -\sqrt{8})$

4. (K) Írd fel annak az *e* egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az *A* ponton és irányvektora $\overrightarrow{v_e}$!

a) $A\,(-1; 2)$ **és** $\overrightarrow{v_e}\,(4; 5)$

b) $A\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{2}\right)$ **és** $\overrightarrow{v_e}\left(3; -\frac{6}{11}\right)$

c) $A\,(13; -4)$ **és** $\overrightarrow{v_e}\left(-\frac{1}{8}; 0\right)$

d) $A\,(2; 5)$ **és** $\overrightarrow{v_e}\left(\log_2 4; \log_2 \frac{1}{8}\right)$

5. (E) Írd fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az A ponton és irányvektora $\vec{v_e}$!

a) $A\left(\sqrt{2}; 5\right)$ és $\vec{v_e}\,(0; 7)$

b) $A\,(0; 0)$ és $\vec{v_e}\left(1; \sqrt{5}\right)$

c) $A\,(2; 5)$ és $\vec{v_e}\left(0; \sqrt{17}\right)$

d) $A\,(1; 7)$ és $\vec{v_e}\left(1+\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)$

6. (K) Írd fel az origón átmenő és $\vec{n}\,(2; 7)$ normálvektorú egyenes egyenletét!

7. (K) Írd fel az origóra illeszkedő, $\vec{v}\,(-1; 4)$ irányvekotrú egyenes egyenletét!

8. (K) Írd fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik az A és B pontokra!

a) $A\,(1; 3)$ és $B\,(-5; 9)$

b) $A\left(\frac{3}{2}; -2\right)$ és $B\,(1; -7)$

c) $A\left(9; \frac{5}{6}\right)$ és $B\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$

d) $A\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$ és $B\left(\frac{2}{3}; -\frac{3}{5}\right)$

9. (E) Írd fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik az A és B pontokra!

a) $A\left(-4; \sqrt{8}\right)$ és $B\left(5; 2\cdot\sqrt{2}\right)$

b) $A\left(\sqrt{27}; \sqrt{3}\right)$ és $B\left(\sqrt{12}; -\sqrt{3}\right)$

c) $A\left(-\sqrt{2}; 0\right)$ és $B\left(0; -\sqrt{3}\right)$

d) $A\left(3\cdot\sqrt{5}; -\sqrt{7}\right)$ és $B\left(\sqrt{45}; -\sqrt{28}\right)$

10. (K) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely az abszcisszatengelyt P – ben, az ordinátatengelyt pedig Q – ban metszi!

a) $\boldsymbol{P\ (-2; 0)}$ **és** $\boldsymbol{Q\ (0; 5)}$

b) $\boldsymbol{P\ (3; 0)}$ **és** $\boldsymbol{Q\ (0; -1)}$

c) $\boldsymbol{P\ \left(\frac{1}{3}; 0\right)}$ **és** $\boldsymbol{Q\ \left(0; \frac{2}{7}\right)}$

d) $\boldsymbol{P\ (-2022; 0)}$ **és** $\boldsymbol{Q\ (0; -2021)}$

11. (K) Írd fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amelyre illeszkedik a P pont és meredeksége m_e!

a) $\boldsymbol{P\ (-5; 1)}$ **és** $\boldsymbol{m_e = 4}$

b) $\boldsymbol{P\ (-1; -2)}$ **és** $\boldsymbol{m_e = 0}$

c) $\boldsymbol{P\ (2; 3)}$ **és** $\boldsymbol{m_e = \frac{1}{2}}$

d) $\boldsymbol{P\ \left(\frac{1}{5}; -\frac{4}{3}\right)}$ **és** $\boldsymbol{m_e = -\frac{1}{10}}$

12. (E) Írd fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amelyre illeszkedik a P pont és meredeksége m_e!

a) $\boldsymbol{P\ (-5; 1)}$ **és** $\boldsymbol{m_e = -\sqrt{3}}$

b) $\boldsymbol{P\ \left(-\sqrt{2}; \sqrt{5}\right)}$ **és** $\boldsymbol{m_e = 4}$

13. (K) Írd fel a P_0 pontra illeszkedő egyenes egyenletét, ha irányszöge α!

a) $\boldsymbol{P_0\ (0; 7)}$ **és** $\boldsymbol{\alpha = 60°}$

b) $\boldsymbol{P_0\ (-2; 3)}$ **és** $\boldsymbol{\alpha = -\frac{\pi}{4}}$

c) $\boldsymbol{P_0\ \left(5; -\frac{2}{3}\right)}$ **és** $\boldsymbol{\alpha = 0°}$

d) $\boldsymbol{P_0\ \left(\sqrt[3]{2}; 0\right)}$ **és** $\boldsymbol{\alpha = 90°}$

14. (K) Írd fel az origóra illeszkedő egyenes egyenletét, amelynek irányszöge: $\alpha = 30°$!

15. (K) Az e egyenes áthalad a $P\ (-3; 8)$ ponton és meredeksége $m_e = -2$. Add meg az egyenes egy normálvektorát!

16. (K) Írd fel az $e: x = 3$, az $f: y = 3$ és a $g: 2x + 5y = 7$ egyenesek iránytényezős egyenletét!

17. (K) Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik az x – tengely nem negatív felével $-30°$ - os szöget zár be, az y – tengelyt pedig a $(1; -2)$ pontban metszi!

18. (K) Add meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely az y – tengely nem negatív felével $30°$ - os szöget zár be, s áthalad a $P\ (4; 2)$ ponton!

19. (K) Határozd meg a következő egyenesek egy normálvektorát, egy irányvektorát, iránytangensét és irányszögét!

a) $e: 3x - 2y = 5$

b) $f: 7x + \frac{8}{11}y = 9$

c) $g: \sqrt{2} \cdot x = -1$

d) $h: y = 6$

20. (K) Adott egy egyenes két pontja: $A\ \left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{3}\right)$ és $B\ \left(-2; \frac{5}{3}\right)$. Határozd meg az egyenes egy olyan irányvektorát, amelynek mindkét koordinátája egész szám!

21. (E) Adott egy egyenes két pontja: $A\ \left(-\sqrt{2}; \sqrt{8}\right)$ és $B\ \left(\sqrt{32}; -\sqrt{2}\right)$. Határozd meg az egyenes egy olyan irányvektorát, amelynek mindkét koordinátája egész szám!

22. (K) Adott egy egyenes két pontja: $A\left(-\frac{5}{7};\frac{2}{3}\right)$ és $B\left(\frac{5}{3};-\frac{1}{7}\right)$. Határozd meg az egyenes egy olyan normálvektorát, amelynek mindkét koordinátája egész szám!

23. (E) Adott egy egyenes két pontja: $A\left(\sqrt{3};-\sqrt{12}\right)$ és $B\left(-2\sqrt{27};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. Határozd meg az egyenes egy olyan normálvektorát, amelynek mindkét koordinátája egész szám!

24. (K) Add meg az egyenes irányszögét, egy normálvektorát, illetve egy irányvektorát, ha meredeksége $m_e=-\frac{2}{3}$, illetve $m_f=2010$!

25. (K) Add meg az e, illetve f egyenes meredekségét, egy normálvektorát, illetve egy irányvektorát, ha irányszöge $\alpha=-60°$, illetve $\beta=75°$!

26. (K) Számítsd ki az egyenes irányszögét, valamint ha létezik, akkor iránytangensét, amennyiben két pontja: $A\,(1;2)$ és $B\,(5;7)$, illetve $P\,(0;4)$ és $Q\,(0;-2)$!

27. (K) Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A\,(-1;-2), B\,(7;2), C\,(2;4)$.

***a)* Számítsd ki az A csúcsból induló magasságvonal és az a oldalhoz tartozó középvonal irányszögét!**

***b)* Mekkora szögben metszi egymást a C csúcsból induló súlyvonal és a c oldal?**

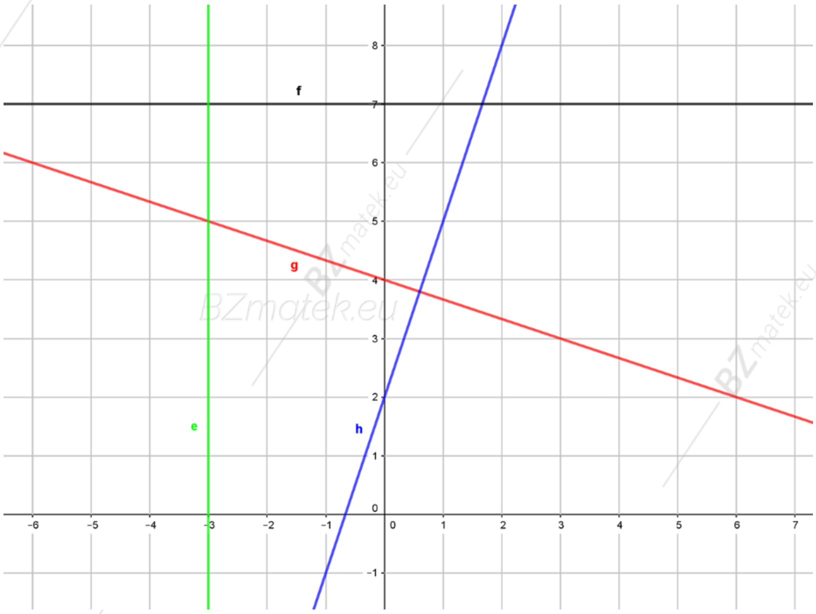
28. (K) Mekkora szöget zár be az a két egyenes, amelyek meredeksége 2, illetve -3!

29. (E) Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A\,(-3;2), B\,(5;3), C\,(3;-4)$. Írd fel mindhárom oldalegyenes egy – egy irányvektorának koordinátáit! Számítsd ki az A csúcsnál lévő szögfelező egy irányvektorának koordinátáit! Mekkora az A csúcsnál lévő szögfelező irányszöge?

30. (K) Ábrázold derékszögű koordináta – rendszerben a következő egyeneseket!

$e: x=5$ $\quad f: y=-2$ $\quad g: 2x-3y=-6$ $\quad h: 5x+4y=-4$

31. (K) Add meg az ábrán látható egyenesek egy – egy normálvektorát!



32. (K) Add meg a $P\,(3;-1)$ és $Q\,(-6;5)$ ponton átmenő e egyenes, illetve a 2 meredekségű az y – tengelyt -1 pontban metsző f egyenes iránytényezős alakját! Ábrázold közös koordináta – rendszerben a grafikonjaikat!

33. (K) Írd fel a $P\,(2;11)$ ponton átmenő, az x – tengellyel, illetve az y – tengellyel párhuzamos egyenes egyenletét!

34. (K) Határozd meg az e: $5x-7y=11$ egyenes tengelyekkel vett metszéspontjait!

35. (K) Számítsd ki annak a háromszögnek a területét, amelyet az e: $4x+3y=24$ egyenletű egyenes zár be a koordináta – rendszer tengelyeivel!

36. (K) Egyenes vonalú mozgást végző test áthalad a $P\,(2,3;6,5)$ és a $Q\,(7,3;0,5)$ ponton. Melyik pontokban metszi a test pályája a koordinátatengelyeket?

37. (K) Adj meg három olyan pont koordinátáit, amelyek a $2x-7y=-3$ egyenletű egyenesre illeszkednek!

38. (K) Illeszkedik – e a P_0 $(2; 3)$ ponton átmenő, $\vec{n}$ $(1; 5)$ normálvektorú egyenesre a P $(-3; 4)$ pont?

39. (K) Határozd meg az A pont abszcisszáját, ha ordinátája 2 és a pont illeszkedik az e: $8x + y = 22$ egyenesre!

40. (K) Add meg az e: $3x + 5y = 15$ egyenletű egyenesnek azt a P pontját, amelynek abszcisszája kétszer akkora, mint az ordinátája!

41. (K) Határozd meg a p paraméter értékét úgy, hogy a P $\left(\log_2 \frac{1}{4}; \sqrt[3]{27}\right)$ pont illeszkedjen a $px - 4y = 8$ egyenletű egyenesre!

42. (K) Add meg az e: $3x + 4y = 8$ egyenletű egyenesnek azt a P pontját, amelynek ordinátája 5 – tel nagyobb, mint az abszcisszája!

43. (K) Határozd meg az a és a b paraméterek értékét, ha tudjuk, hogy a P $(4; 6)$ és a Q $(-6; 21)$ pontok illeszkednek az $ax + by = 4$ egyenesre!

44. (K) Egy egyenesre illeszkednek - e az A $(7; 6)$, B $(3; -4)$ és $C(1; -9)$ pontok?

45. (K) Határozd meg a P $(-3; 2)$ ponton átmenő, $\vec{v}$ $(1; -5)$ irányvektorú egyenes 7 ordinátájú pontját!

46. (K) Határozd meg a P $(11; -5)$ ponton átmenő, $\vec{n}$ $(-2; -1)$ normálvektorú egyenes 3 abszcisszájú pontját!

47. (K) Számítsd ki az $x + 2y = 7$ egyenletű egyenes azon pontjának koordinátáit, amely 5 egység távolságra van a P $(3; 7)$ ponttól!

48. (E) Hány olyan egyenes illeszkedik a sík $P\ (4;3)$ pontjára, amely az x – tengelyt egész abszcisszájú pontjában, az y – tengely pozitív felét prímszám ordinátájú pontjában metszi? Írd fel ezeknek az egyeneseknek az egyenletét!

49. (E) Írd fel a $4x+1001y=2002$ egyenletű egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott háromszög belsejének azon egész koordinátájú pontját, amely az origótól a legtávolabb van!

50. (E) Igazold, hogy az origón átmenő, x – tengellyel $60°$ - os szöget bezáró egyenes nem megy át (az origón kívül) egyetlen olyan ponton sem, amelynek koordinátái racionális számok!

51. (K) Adott három pont: $P\ (-3;2)$; $Q\ (5;8)$; $R\ (4;7)$. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a P ponton és felezi a QR távolságot!

52. (K) Írd fel a $P\ (2;5)$ ponton átmenő, az e: $x-2y=7$ egyenesre merőleges f egyenes egyenletét!

53. (K) Írd fel a $P\ (-3;8)$ ponton átmenő, az e: $5x+9y=11$ egyenessel párhuzamos f egyenes egyenletét!

54. (K) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $P\ (1;5)$ ponton és az $A\ (4;-2)$ és a $B\ (5;3)$ pontokon átmenő egyenessel párhuzamos!

55. (K) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $P\ (3;-4)$ ponton és az $A\ (6;4)$ és a $B\ (-2;-3)$ pontokon átmenő egyenesre merőleges!

56. (K) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (4;-1)$ ponton és egy olyan egyenesre merőleges, amelynek normálvektora $(-3;2)$!

57. (K) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (1;2)$ ponton és egy olyan egyenessel párhuzamos, amelynek normálvektora $(-2;-5)$!

58. (K) Az e egyenes áthalad az $A\ (4; -3)$ és $B\ (x; 6)$ pontokon, továbbá merőleges az $f: 4x - y - 3 = 0$ egyenletű egyenesre. Számítsd ki a B pont első koordinátáját!

59. (K) Egy egyenes áthalad az $A\ (-6; 4)$ és a $B\ (4; y)$ pontokon és a $4x + 3y = 5$ egyenletű egyenessel párhuzamos. Számítsd ki a B pont második koordinátáját!

60. (K) Az $x + y - 5 = 0$ egyenletű egyenesre állítsunk merőlegest a 3 ordinátájú pontjában! Ennek a merőlegesnek melyik pontja az, amelynek kétszer akkora az ordinátája, mint az abszcisszája?

61. (K) Számítsd ki az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit, ha az A pont koordinátái $(-4; 3)$, a B pont pedig az A ponton áthaladó és az $5x - 3y = 7$ egyenletű egyenessel párhuzamos egyenesnek az y – tengelyre illeszkedő pontja!

62. (K) Számítsd ki az AB szakasz hosszát, ha az A pont koordinátái $(6; 4)$, a B pont pedig az A ponton áthaladó és a $4x + 3y = 8$ egyenletű egyenesre merőleges egyenesnek az x – tengelyre illeszkedő pontja!

63. (K) Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely a $(-5; -2)$ és a $(-3; 4)$ pontokat összekötő szakaszt merőlegesen felezi!

64. (K) Hol helyezkednek el azok a pontok, amelyek egyenlő távol vannak az $A\ (-2; 7)$ és $B\ (6; 1)$ pontoktól?

65. (K) A koordinátatengelyek mely pontjai vannak egyenlő távolságra az $A\ (-1; 6)$ és a $B\ (9; 12)$ pontoktól?

66. (K) Add meg az $A\ (1; 8)$ ponton átmenő e egyenes egyenletét, amely egyenlő távolságra van a $P\ (-3; 5)$ és $Q\ (9; -1)$ pontoktól. Mennyi megoldás van?

67. (K) Három falu helyzetét adtuk meg: $A\ (-4; 2), B(12; -8)$ és a $C\ (6; 4)$. Létezik – e olyan út, amely mindhárom településtől azonos távolságra halad? Ha a válasz igen, akkor add meg az összes ilyen út egyenesének egyenletét!

68. (K) A $3x - 4y = 16$ egyenletű egyenest eltoljuk a $\vec{v}\ (4; -2)$ vektorral. Írd fel az eltolt egyenes egyenletét!

69. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $P\ (6; -1)$ koordinátájú ponton és a tengelymetszeteinek szorzata: $ab = 6\ (a > 0; b > 0)$!

70. (K) Számítsd ki, hogy milyen helyzetűek egymáshoz viszonyítva a következő egyenesek!

a) $a: \sqrt{2}x + y = 5$ **és a** $b: \sqrt{2}x - 2y = 6$

b) $c: 3x - 5y = -1$ **és** $d: \frac{3}{5}x - y = -4$

c) $e: 7x - 2y = 4$ **és** $f: 14x - 4y = 8$

d) $g: 6x - y = -1$ **és** $h: -x + y = 8$

71. (K) Add meg az $e: 3x - y = 2$ egyenesre merőleges, illetve azzal párhuzamos f egyenes iránytangensét (meredekségét)!

72. (K) Az e egyenes egy irányvektora $\overrightarrow{v_e}\ (1; 3)$ az f egyenes egy irányvektora $\overrightarrow{v_f}\ (-6; y)$. Számítsd ki y – t, ha tudjuk, hogy e és f párhuzamosak, illetve merőlegesek!

73. (K) A p paraméter mely értéke esetén lesznek az $e: px - 16y = 11$ és az $f: x + 8y = -23$ egyenletű egyenesek egymással párhuzamosak?

74. (K) Az a paraméter mely értéke esetén lesznek az $e: x + 7y = -1$ és az $f: 4x - ay = 9$ egyenletű egyenesek egymásra merőlegesek?

75. (K) Az a paraméter mely értéke esetén lesznek az $e: x + ay = 18$ és az $f: ax + 4y = -7$ egyenletű egyenesek egymással párhuzamosak?

76. (K) A p paraméter mely értéke esetén lesznek az $e: px - 2y = 5$ és az $f: px + 8y = -10$ egyenletű egyenesek egymásra merőlegesek?

77. (K) Határozd meg, hogy az $e: ax - 2y = 1$ és $f: 6x - 4y = b$ egyenesek az a és b milyen értéke esetén lesznek:

***a)* egybeesők**

***b)* párhuzamosak, de nem egybeesők**

***c)* metszők**

78. (E) Határozd meg az a értékét úgy, hogy az $e: (3a + 2) \cdot x + (1 - 4a) \cdot y = -8$ és az $f: (5a - 2) \cdot x + (a + 4) \cdot y = 7$ egyenesek merőlegesek, illetve párhuzamosak legyenek!

79. (K) Egy háromszög oldalegyenesei $a: y = 1, b: x + y = 6$ és $c: -5x + 3y = 15$. Számítsd ki a háromszög csúcsainak koordinátáit!

80. (K) Számítsd ki a következő egyenesek metszéspontját!

***a)* $e: 2x + 3y = 1$ és $f: x - 4y = -5$**

***b)* $e: x + 5y = 11$ és $f: 3x + 15y = 7$**

***c)* $e: 3x - y = 4$ és $f: 6x - 2y = 8$**

81. (K) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $3x - y + 2 = 0$ és az $x + 2y - 3 = 0$ egyenletű egyenesek metszéspontján és a $P\ (1; 2)$ ponton!

82. (K) Írd fel az $x - 6y = 19$ és $-8x + y = -11$ egyenletű egyenesek metszéspontján átmenő, az $y = -2x + 1$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes egyenletét!

83. (K) Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az $y = \frac{3}{4}x + 3$ és $5x + y = 26$ egyenletű egyenesek metszéspontján, és párhuzamos a $3x + 5y = 15$ egyenletű egyenessel!

84. (K) Határozd meg annak az egyenesnek az irányszögét, amelyik áthalad a $P\,(2; 1)$ ponton, valamint a $2x + 3y = 7$ és $5x + y = -2$ egyenesek metszéspontján!

85. (K) Három egyenes közül az első áthalad az origón és irányvektora $\vec{v}\,(1; 1)$, a második tengelymetszetei 3 és 6 (az egyenes áthalad a $(3; 0)$ és a $(0; 6)$ koordinátájú pontokon), a harmadik egyenesre illeszkednek a $P\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ és a $Q\,(-1; 1)$ koordinátájú pontok. Van – e közös pontja a három egyenesnek?

86. (K) Milyen hosszúságú az $e: y = \frac{8}{3}x - 16$ egyenletű egyenesnek az $f: y = \frac{2}{3}x + 2$ és a $g: y = \frac{2}{3}x - 4$ egyenletű egyenesek közé eső szakasza?

87. (K) Hogyan kell az m paraméter értékét megválasztani, hogy az $e: mx - y + 4 = 0$ egyenletű egyenes áthaladjon az $f: 2x - y + 1 = 0$ és a $g: x - y + 5 = 0$ egyenletű egyenesek metszéspontján?

88. (K) Határozd meg az $e: -x + 3y = 20$ egyenletű egyenesnek azt a pontját, amely egyenlő távolságra van az $A\,(-4; 5)$ és $B\,(3; 2)$ pontoktól!

89. (K) Tükrözzük a $P\,(3; 2)$ pontot az $e: x + y + 8 = 0$ egyenletű egyenesre. Számítsd ki a tükörkép koordinátáit!

90. (K) Tükrözzük a $3x - 4y = 4$ egyenletű egyenest az y – tengelyre, illetve a $C\,(1; 6)$ pontra. Írd fel a tükörképegyenesek egyenletét!

91. (K) Számítsd ki, hogy hol keresztezi egymást az $A\,(6; -1)$ és $B\,(-2; 3)$ települések közötti e egyenes út, illetve a $C\,(-9; -2)$ és $D\,(13; 6)$ települések közötti f egyenes út. Milyen távol van a kereszteződés a B településtől?

92. (K) Két település helyzetét az $A\ (4; 3)$ és $B\ (-2; 5)$ pontok adják meg. Egy egyenes úton, melynek egyenlete $e: x + 3y = 7$, autó halad. Add meg az autónak azt a helyzetét, amikor a két településtől egyenlő távolságra van! Mekkora ez a távolság? (Legyen 1 egység $= 10\ km$!)

93. (E) Az a mely értékére metszi egymást az $e: ax - y = 2$ és az $f: x - ay = -3a - 1$ egyenletű egyenes az $g: y = 2x$ egyenesen?

94. (K) Számítsd ki a $P\ (8; 5)$ pont távolságát az $e: x + 2y = 8$ egyenestől!

95. (K) Milyen távol van a $P\ (2; -6)$ pont a $A\ (2; 3)$ és az $B\ (5; 4)$ koordinátájú pontokon átmenő egyenestől?

96. (K) Milyen távol van a $P\ (12; 7)$ pont az $A\ (0; 8)$ ponton átmenő, $\frac{2}{5}$ iránytangensű egyenestől?

97. (K) Számítsd ki az $e: 3x + 2y = 12$ és $f: 3x + 2y = -6$ egyenesek távolságát!

98. (K) Az $e: y = -x + 6$ egyenletű egyenes melyik pontja van egyenlő távolságra az $f: 3x - 4y = -12$ és a $g: 3x - 4y = 8$ egyenletű egyenesektől?

99. (K) A $P\ (3; b)$ pont egyenlő távol van az $5x - 3y = 6$ és az $5x - 3y = 12$ egyenletű egyenesektől. Számítsd ki a b értékét!

100. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (2; 5)$ ponton és az $A\ (5; 3)$ ponttól kétszer akkora távolságra van, mint a $B\ (-1; 0)$ ponttól!

101. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (2; 5)$ ponton és az $A\ (5; 3)$, illetve a $B\ (-1; 0)$ ponttól mért távolságának aránya $3: 2$!

102. (E) Írd fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek párhuzamosak az $e: 2x - 3y = 0$ egyenletű egyenessel, és attól mért távolságuk 3 egység!

103. (E) Keresd meg azt a pontot, amely az $A\ (1; 2)$ és a $B\ (3; -5)$ pontoktól egyenlő, az $y - 2x + 3 = 0$ egyenestől pedig 2 egység távolságra van!

104. (E) Az $y = -x + 6$ egyenletű egyenes mely pontja van egyenlő távolságra a $3x - 4y = -12$ és a $3x - 4y = 8$ egyenletű egyenesektől?

105. (E) Határozd meg annak az e egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (5; -1)$ ponton és a P pont felezi az egyenesnek az $f: x + 3y = 6$ és a $g: 2x - y = 3$ egyenletű egyenesek közé eső szakaszát!

106. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (-2; 5)$ ponton, és az $e: 5x - y = 10$ és az $f: 5x - y = -50$ egyeneseket olyan pontokban metszi, melyek ordinátáinak különbsége 10!

107. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (6; 4)$ ponton, továbbá az $e: x + y = 4$ és az $f: x + y = 5$ egyeneseket olyan pontokban metszi, amelyek abszcisszáinak különbsége 2!

108. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (3; 7)$ ponton és az $e: 2x - 3y = -12$ és az $f: 2x - 3y = -21$ egyenletű egyenesek közé eső szakaszának az y – tengelyre eső merőleges vetülete 3 egység!

109. (K) Számítsd ki az e: $2x - 3y = 6$ és az f: $4x + y = 8$ egyenesek hajlásszögét!

110. (K) Határozd meg legalább egy tizedes pontossággal a g és h egyenesek által bezárt szöget, ha g: $2x - 3y = 1$, és a h két pontja $A\ (1; 4)$, illetve $B\ (7; -2)$!

111. (K) Adott az e: $x - y + 8 = 0$ és az f: $x + 2y = 6$ egyenletű egyenes. Számítsd ki a két egyenes metszéspontját, hajlásszögét és annak a síkidomnak a területét, amelyet a két egyenes a koordinátatengelyekkel bezár!

112. (K) Számítsd ki az e és az f egyenesek közös pontját és a hajlásszögét, ha az e egyenes párhuzamos az $x - 3y + 5 = 0$ egyenletű egyenessel és áthalad a $P\,(-1; 0)$ ponton, az f egyenes áthalad a $Q\,(3; 7)$ ponton és az $x - y - 1 = 0$ egyenletű egyenesre merőleges!

113. (K) Egy e egyenes áthalad a $P\,(7; 4)$ koordinátájú ponton és a -1 abszcisszájú pontja felezi az egyenesnek a $P\,(7; 4)$ pont és az x – tengely közötti szakaszát. Írd fel az e egyenes egyenletét!

114. (E) Írd fel a $P\,(5; 4)$ ponton áthaladó egyenes egyenletét, amely az $y = -x + 7$ egyenletű egyenessel $60°$ - os szöget alkot!

115. (E) Írd fel az $e: x + 2y = 2$ és az $f: 2x + 3y = 5$ egyenesek szögfelezőinek egyenletét!

116. (E) Hol metszi az $e: 3x - 4y = 15$ és az $f: 4x + 3y = -5$ egyenletű egyenesek szögfelezője az x – tengelyt?

117. (E) Hol metszi az az $e: 4x - 3y = 4$ és az $f: 5x - 12y = 28$ egyenletű egyenesek szögfelezője az y – tengelyt?

118. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\,(3; 4)$ ponton és a koordinátatengelyekből egyenlő szakaszokat vág le!

119. (E) Írd fel a $P\,(3; 1)$ ponton átmenő azon egyenes egyenletét, amely a koordinátatengelyek pozitív felével 8 egység területű háromszöget határol!

120. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\,(-4; 3)$ ponton és a koordinátatengelyekkel 25 egységnyi területű háromszöget zár be!

121. (E) Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad a $P\ (2; 5)$ ponton, továbbá a koordináta – rendszer tengelyeinek pozitív felével a lehető legkisebb területű háromszöget fogja közre! Mekkora ennek a háromszögnek a területe?

122. (E) Írd fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P\ (3; 5)$ ponton és a tengelyek közé eső szakaszát a P pont felezi! Mennyi a P ponton átmenő egyenesek által a koordinátatengelyekkel bezárt területek minimális értéke?

123. (E) Adott az $A\ (4; 6)$ és a $B\ (6; -2)$ pont. Keresd meg az ordinátatengelynek azt a P pontját, melyre az APB töröttvonal hossza a lehető legrövidebb lesz!

124. (E) A $2x - y - 5 = 0$ egyenletű egyenesen keresd meg azt a pontot, amelynek az $A\ (-7; 1)$ és a $B\ (-5; 5)$ pontoktól mért távolságának összege a legkisebb!

125. (E) Egy egyenes egyenlete $e: 2y - x = 1$. Az egyenesre nem illeszkedő két pont koordinátái: $P\ (1; 4)$ és $Q\ (5; 5)$. Keress az egyenesen olyan S pontot, hogy a PS egyenes ugyanakkora szöget zárjon be az adott egyenessel, mint a QS egyenes, de PS nem párhuzamos QS – sel! Melyek az S pont koordinátái?

126. (E) Egy beeső fénysugár átmegy a $P\ (3; 4)$ ponton és visszaverődik az $e: 2x + y = 2$ egyenesen. A visszaverődés után átmegy a $Q\ (5; 2)$ ponton. Írd fel a beeső és a visszaverődő fénysugár egyenletét!

127. (E) A koordináta – rendszer $(0; 8)$ koordinátájú pontjából egy biliárdgolyót indítunk a $\vec{v}\ (4; -3)$ koordinátájú vektorral párhuzamos egyenes mentén. A golyó az $x - 2y = 4$ egyenletű egyenesről visszapattan. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyen a golyó a visszapattanás után halad!

128. (K) Számítsd ki az ABC háromszög területét, ha a csúcspontjainak koordinátái: $A\ (-1; -1), B\ (1; 5)$ és $C\ (7; -2)$!

129. (K) Az ABC háromszög csúcspontjai $A\ (-2; 4), B\ (12; -3), C\ (5; 10)$.

a) Írd fel az a oldalegyenes egyenletét!

b) Írd fel az AC oldalhoz tartozó középvonal egyenletét!

c) Írd fel az m_c magasságvonal egyenletét!

d) Írd fel az s_b súlyvonal egyenletét!

e) Írd fel a c oldal felezőmerőlegesének egyenletét!

f) Számítsd ki a háromszög legnagyobb szögét, kerületét, területét és az m_a magasság hosszát!

130. (K) Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $(-3; 1), (4; 5)$ és $(6; -3)$. Írd fel a leghosszabb oldalhoz tartozó súlyvonal egyenletét!

131. (K) Melyik pontban metszi egymást az ABC háromszög BC oldalához tartozó magasságvonala és az AC oldalhoz tartozó súlyvonala, ha $A\ (-2; 4), B\ (-1; -4)$ és $C\ (7; 2)$?

132. (K) Számítsd ki az $A\ (3; -5), B\ (5; -3), C\ (-1; 3)$ csúcspontú háromszögben az f_a és m_b egyenesek metszéspontjának koordinátáit!

133. (K) Igazold, hogy az $A\ (1; 2), B\ (4; 1), C\ (3; 5)$ pontok által meghatározott háromszög magasságvonalai egy pontban metszik egymást!

134. (K) Igazold, hogy az $A\ (2; 3), B\ (5; 2), C\ (4; 6)$ pontok által meghatározott háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást!

135. (K) Igazold, hogy az $A\ (-5; 6), B\ (4; 3), C\ (3; 10)$ pontok által meghatározott háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban metszik egymást!

136. (K) Számítsd ki az ABC háromszög magasságpontjának koordinátáit, ha $A\ (2; 3), B\ (-1; -3)$ és $C\ (9; 2)$!

137. (K) Határozd meg a háromszög m_a magasság talppontjának koordinátáit, ha csúcsai: $A\ (-2; 0); B\ (4; 0); C\ (0; 4)$!

138. (K) Tekintsük az $A\ (1; 3); B\ (11; 5); C\ (8; 9)$ pontok alkotta háromszöget. Határozd meg az A csúcsból induló magasság hosszát!

139. (K) Egy háromszög csúcspontjának koordinátái $A\ (-2; 0), B\ (3; 3)$ és $C\ (-2; 4)$. Hol metszi a C csúcsból induló magasságvonal a koordinátatengelyeket?

140. (K) Egy háromszög csúcspontjának koordinátái $A\ (-1; 4), B\ (-3; -2)$ és $C\ (2; 1)$. Mekkora darabokat vág le a C csúcsból induló súlyvonal a koordinátatengelyekből?

141. (K) Egy háromszög oldalfelező pontjainak koordinátái: $D\ (0; 2), E\ (4; 1), F\ (1; 0)$. Írd fel a háromszög oldalegyeneseinek egyenletét és számítsd ki a háromszög súlypontjának koordinátáit!

142. (K) Teljesen homogén fémlapból háromszöget tervezünk kivágni, amelynek csúcsai a fémlapra helyezett koordináta – rendszerben: $A\ (-3; -4), B\ (3; -3)$ és $C\ (0; 5)$. A fémlapon szeretnénk kijelölni azokat az egyeneseket, amelyek mentén a kivágott háromszöglapot alátámasztva az egyensúlyi helyzetben marad. Írd fel az ilyen tulajdonságú egyenesek egyenletét!

143. (K) Bizonyítsd be, hogy az $A\ (-3; 0)$, $B\ (5; 0)$ és $C\ (3; 6)$ csúcsokkal megadott háromszög súlypontja, a körülírt kör középpontja és a magasságpontja egy egyenesen, az úgynevezett Euler - féle egyenesen van!

144. (E) Az ABC háromszög csúcspontjai $A\ (-6; -3), B\ (8; -1), C\ (2; 7)$. Bizonyítsd be, hogy az S súlypont, az O (köré írt kör középpontja) és M (magasságpont) pontok által maghatározott szakasz O ponthoz közelebbi harmadolópontja!

145. (E) Írd fel az $A\ (-3; 1); B\ (1; -3); C(3; 1)$ csúcsokkal adott háromszög belső szögfelezőinek egyenletét!

146. (E) Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A\ (-3; 5), B\ (-4; 0), C\ (6; 0)$. Add meg a B csúcshoz tartozó belső és külső szögfelező meredekségének pontos értékét! Írd fel a két szögfelező egyenletét!

147. (K) Egy háromszög két csúcspontjának koordinátái $A\ (-6; 2)$ és $B\ (2; -2)$. A magasságpontja $M\ (1; 2)$. Számítsd ki a harmadik csúcspont koordinátáit!

148. (K) Az ABC háromszög AB oldal egyenesének egyenlete $c: 2x - 3y - 9 = 0$. Az A és a B csúcsok abszcisszái 3, illetve 9. A súlypont koordinátái: $S\ (5; 4)$. Írd fel az AC és a BC oldal egyenesének egyenletét! Számítsd ki a háromszög kerületét és a szögeit!

149. (K) Az ABC háromszögben az AC oldal egyenes egyenlete $b: 7x + 5y = 54$, az A csúcsból kiinduló súlyvonal egyenlete $6x + y = 20$, a C csúcsból kiinduló súlyvonal egyenlete $9x + 13y = 30$. Számítsd ki a háromszög csúcsainak és súlypontjának koordinátáit!

150. (K) Az ABC háromszögben az AB oldal egyenes egyenlete $c: 3x - 2y + 1 = 0$, az AC oldal egyenes egyenlete $b: x - y + 1 = 0$, a C csúcsból induló súlyvonal egyenlete $2x - y - 1 = 0$. Írd fel a BC oldal egyenes egyenletét!

151. (K) Egy háromszög egyik csúcsa $A\ (-3; -1)$. A C csúcsból induló magasságvonal egyenlete $m: 2x + y = 3$, és az ugyanonnan induló súlyvonal egyenlete $s: x - y = 1$. Számítsd ki a két hiányzó csúcspont koordinátáit!

152. (E) Az ABC háromszög AB – vel párhuzamos középvonala $k: x - 2y + 6 = 0$, a háromszög súlypontja $S\ (3; 2)$, egyik csúcsa $C\ (-1; 10)$ és egy további csúcs az x – tengelyen van. Mik az A és B koordinátái?

153. (E) Egy háromszög két csúcsa $A\ (2; 5)$ és $B\ (8; 2)$, egyik szögfelezője az $s: y = x$ egyenletű egyenes. Határozd meg a harmadik csúcs koordinátáját!

154. (E) Egy háromszög két csúcspontja $A\ (3; 2)$ és $B\ (5; -3)$. A harmadik csúcsnál levő szöget az abszcisszatengely felezi. Határozd meg a harmadik csúcspont koordinátáit!

155. (E) Egy háromszög két oldalegyenesének egyenlete $a: 5x + 4y - 11 = 0$ és $b: x - 2y + 9 = 0$. Súlypontjának koordinátái $S\left(-1; \frac{5}{3}\right)$. Írd fel a háromszög csúcsainak koordinátáit!

156. (K) Egy egyenlőszárú háromszög alapjának végpontjai $A\,(-2; 1)$ és $B\,(4; 3)$. Határozd meg a harmadik csúcs koordinátáit, ha illeszkedik az $e: 3x - 2y = -10$ egyenesre!

157. (K) Egy derékszögű háromszög két csúcspontja $A\,(-1; 1)$ és $B\,(7; -1)$. Az egyik befogó egyenlete $b: x - 2y = -3$. Számítsd ki a harmadik csúcspont koordinátáit!

158. (K) Egy egyenlőszárú háromszög szárszögének felezője a $f: 2x + 3y = -7$ egyenes, a szárak közös csúcsának, A – nak az abszcisszája 1, az alapon fekvő egyik csúcs a $B\,(2; 1)$ pont. Mi az AC oldal egyenlete?

159. (E) Adott az $A\,(2; 9)$ és a $B\,(-3; 8)$ pont. Hol vannak azok a $P\,(x; y)$ pontok a síkban, amelyekre teljesül az $|AP|^2 - |BP|^2 = 10$ összefüggés?

160. (E) Egy négyzet egyik csúcspontja $A\,(12; 7)$, egyik átlójának egyenlete $e: 5x + y = 28$. Számítsd ki a hiányzó csúcsok koordinátáit!

161. (K) Az $ABCD$ szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai AB és CD. (A szimmetriatengely merőlegesen felezi az AB oldalt.) Számítsd ki a hiányzó csúcs koordinátáit, ha $A\,(-2; -3), B\,(4; 1), C\,(1; 2)$!

162. (E) Az $ABCD$ téglalap AB oldal egyenesének egyenlete $y = 3x$, átlói az $M\,(12; 6)$ pontban metszik egymást; az AC átló párhuzamos az x - tengellyel. Határozd meg az A, B, C, D csúcsok koordinátáit!

163. (K) Az $ABCD$ paralelogramma csúcsai $A\,(1; 4)$ és $B\,(6; 6)$. A BC oldalegyenes egy pontja $P\,(10; 18)$, a CD oldalegyenes egy pontja $R\,(-1; 11)$. Mekkora a négyszög kerülete?

164. (E) Egy rombusz két oldalegyenesének egyenlete $e: x - 4y = -19$ és $f: y = \frac{1}{4}x$. Az egyik átló a $g: 6x - 5y = 19$ egyenletű egyenesre illeszkedik. Számítsd ki a rombusz csúcspontjainak koordinátáit!

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged

(4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 − 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(6) Ábrahám Gábor; 2011; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged

(8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(9) Czapáry Endre; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(16) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(17) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(20) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(21) Saját anyagok