

Törtkitevőjű hatványok

DEFINÍCIÓ:

Egy x valós szám $\frac{1}{n}$ – edik hatványán a szám n – edik gyökét értjük.

Jelöléssel: $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$. ($n > 1; n \in \mathbb{N}$)

DEFINÍCIÓ:

Egy x pozitív valós szám $\frac{m}{n}$ – edik hatványán az x^m szám n - edik gyökét értjük.

Jelöléssel: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$. ($n > 1; n \in \mathbb{N}; m \in \mathbb{Z}$)

Megjegyzés:

Az $x^{\frac{m}{n}}$ törtkitevőjű hatvány jelenti azt a pozitív számot, amelynek n – edik hatványa x^m .

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Számítsd ki a következő kifejezések értékét számológép segítségével!

$10^{3,4}$

$10^{2,56}$

$10^{0,317}$

$10^{1,1257}$

$10^{-0,538}$

$10^{-3,9657}$

$10^{-1,5078}$

$0,5^{0,5}$

$\sqrt[4]{4096}$

$\sqrt[6]{531441}$

$\sqrt[8]{160}$

$(2,5 \cdot 10^8)^{0,25}$

2. (K) Írd fel a törtkitevőjű hatványokat gyökös alakban, majd határozd meg zsebszámológéppel a gyökök értékét század pontossággal!

$125^{\frac{1}{3}}$

$0,785^{\frac{2}{3}}$

$-1,102^{\frac{1}{3}}$

$52,73^{\frac{5}{8}}$

$125^{-\frac{1}{3}}$

$121^{-\frac{1}{2}}$

$0,576^{-\frac{3}{4}}$

$-1,102^{-\frac{5}{3}}$

3. (K) Írd át a gyökös alakot törtkitevős hatvány alakba!

$\sqrt[3]{17}$

$\sqrt[9]{18,9}$

$\sqrt{7^3}$

$\sqrt[8]{(-2)^3}$

$\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

$\sqrt[4]{12}$

$\sqrt[13]{0,6}$

$\sqrt[5]{-2^3}$

$\sqrt[10]{2^5}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{3^5}}$

$\sqrt{5}$

$\sqrt[6]{7,5}$

$\sqrt[4]{2^3}$

$\sqrt[7]{9^3}$

$\frac{1}{\sqrt[7]{10^9}}$

$\sqrt[4]{-3^5}$

$\sqrt[6]{6}$

$\sqrt[3]{7^5}$

$\sqrt[8]{\frac{1}{11^6}}$

$\frac{1}{\sqrt[5]{13^4}}$

$\sqrt[3]{(-3)^3}$

$\sqrt[10]{11^{20}}$

$\sqrt[7]{12^2}$

$\sqrt[4]{\frac{1}{3^5}}$

$\frac{1}{\sqrt[6]{21^{27}}}$

$\sqrt[8]{42,7}$

$\sqrt{3^3}$

$\sqrt[3]{2^4}$

$\frac{1}{\sqrt[4]{4^3}}$

$\frac{1}{\sqrt[9]{3^6}}$

$\sqrt[3]{5^4}$

$\sqrt[5]{2^{10}}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{4^7}}$

$\frac{1}{\sqrt[5]{7^3}}$

$\frac{1}{\sqrt[8]{10^5}}$

4. (K) Írd fel a következő gyököket törtkitevőjű hatványalakban. Melyik gyök nincs értelmezve, miért? Határozd meg a gyökök pontos értékét!

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{(-5)^2} & \sqrt{-5^2} & \sqrt[3]{-2^6} & \sqrt[4]{(-3)^8} & \sqrt[4]{-3^8} \\ \sqrt[6]{(-4)^3} & \sqrt[4]{(-4)^4} & \sqrt{-8^5} & \sqrt[3]{-8^2} & \sqrt[6]{(-2)^3} \end{array}$$

5. (K) Írd fel a következő kifejezéseket 2 hatványaként!

$$\begin{array}{cccc} \sqrt[3]{2} & \sqrt[5]{2^3} & \sqrt[7]{\frac{1}{2^3}} & \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^7}} \\ \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2^3} & \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{16}} & \sqrt{2 \cdot \sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{4}} & \sqrt[36]{8} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{2^3}} \\ \sqrt{1024} \cdot 64^{-\frac{1}{3}} & \frac{32^3}{\sqrt[3]{512^5}} & \frac{\sqrt[4]{256^{-3} \cdot 4^{-1}}}{\sqrt[3]{8^{-7} \cdot 2^{-5}}} & (\sqrt[3]{2})^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{7}{6}} \end{array}$$

6. (K) Írd fel a következő kifejezéseket 3 hatványaként!

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} & \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{\sqrt{27}} & \sqrt[4]{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt{3^5} & \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \\ \frac{1}{\sqrt[2]{3}} \cdot \sqrt[3]{3} & (\sqrt[3]{3^4})^{\frac{1}{2}} & \sqrt[4]{\sqrt{27}} \cdot \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} & \frac{\sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt[15]{3} \cdot \sqrt[3]{81}} \\ \frac{\sqrt[3]{3}}{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}} & (\sqrt[3]{9})^{-\frac{1}{2}} & \frac{20\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[10]{9} \cdot \sqrt[3]{3}}{\left(\frac{1}{3^2}\right)^3 \cdot 3^{-1} \cdot 3^{\frac{2}{3}}} & \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27-1}}{\sqrt[3]{81}} \\ \sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[5]{3-1}}} & \sqrt[6]{\frac{1}{243}} \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{3}}} \cdot \sqrt[3]{81} \cdot 9 & & \frac{3^{\sqrt{3}} \cdot 9^{-\sqrt{3}}}{3^{\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 9\sqrt{3}}} \end{array}$$

7. (K) Írd fel a következő kifejezéseket 5 hatványaként!

$^{10}\sqrt{5}$	$\sqrt[3]{\sqrt{5}}$	$\sqrt[5]{5^3} \cdot \sqrt[4]{5^3}$	$\frac{\sqrt{125} \cdot \sqrt[3]{625}}{\sqrt[4]{3\sqrt{5}}}$
$\sqrt[7]{5^4}$	$\sqrt[3]{5^7} \cdot \sqrt[3]{5^4}$	$\frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5}}$	$\frac{\sqrt{\frac{1}{125}} \cdot \sqrt[5]{25}}{\sqrt[3]{5 \cdot \frac{1}{\sqrt{625}} \cdot \frac{1}{5}}}$
$^{11}\sqrt{25^3}$	$\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$	$\sqrt{5 \cdot \sqrt[7]{3125}}$	$\frac{\sqrt[5]{25} \cdot \sqrt{125}}{\sqrt[4]{5^5}}$
$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} \cdot 5^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^2$	$8\sqrt{\frac{1}{125}}$	$\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[6]{5}$	$\frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5}}{5}$
$5\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\frac{\sqrt[4]{125}}{\sqrt[3]{25}}$	$\frac{\sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{125^5}}{\sqrt[3]{5^7} \cdot \sqrt[3]{625}}$	$\frac{\sqrt[4]{5 \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5}}}{\sqrt[6]{5 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}}$

8. (K) Írd fel a következő kifejezéseket 10 hatványaként!

$\sqrt{1000} \cdot \sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[3]{10}}$	$\sqrt{0,001} \cdot \sqrt[5]{10\,000} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[5]{0,00001}} \cdot 0,001$
$\frac{0,01 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[4]{1000}}$	$\frac{\sqrt[4]{100\,000} \cdot \sqrt[6]{0,1} \cdot \sqrt[3]{100} \cdot 1000}{\sqrt{1000} \cdot \sqrt[4]{0,1}}$

9. (K) Válaszd ki a mondat helyes befejezésének betűjelét: A $2^{\frac{3}{4}}$ jelentése ...

A: Az a szám, amelynek negyedik hatványa 2^3 .

B: Az a szám, amelynek harmadik hatványa 2^4 .

C: Kb. 1,68

D: Az a nem negatív szám, amelynek harmadik hatványa 2^4 .

E: Az a nem negatív szám, amelynek negyedik hatványa 2^3 .

10. (K) Döntsd el, hogy melyik állítás igaz a következők közül!

A: Ha $2^{\frac{1}{a}} = 7$, akkor $2^{\frac{2}{a}} = 49$.

B: $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$

C: $\sqrt[3]{(-7)^3} = -7$

D: $\sqrt[5]{-2^5} = -2$

E: $^{2020}\sqrt{-1^{2020}} = -1$

11. (K) Írd fel egy gyökjellel az alábbi törtkitevős hatványokat!

$2^{\frac{1}{3}}$

$12^{\frac{3}{4}}$

$3^{\frac{1}{7}}$

$3,1^{\frac{0}{5}}$

$11^{\frac{7}{3}}$

$200^{\frac{1}{7}}$

$0,6^{\frac{3}{8}}$

$2^{\frac{2}{3}}$

$10^{\frac{1}{10}}$

$7^{\frac{3}{5}}$

$3^{\frac{1}{2}}$

$2^{\frac{3}{4}}$

$1,52^{\frac{1}{10}}$

$13^{\frac{2}{7}}$

$3^{\frac{1}{5}}$

$17^{\frac{1}{4}}$

$11^{\frac{5}{7}}$

$10^{\frac{3}{11}}$

$6^{\frac{1}{6}}$

$5^{\frac{1}{5}}$

$8^{\frac{1}{2}}$

$15^{\frac{3}{7}}$

$5^{\frac{3}{4}}$

$4^{\frac{2}{5}}$

$5^{\frac{1}{8}}$

12. (K) Írd fel egy gyökjellel az alábbi törtkitevős hatványokat!

$\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}$

$4^{-\frac{5}{3}}$

$(-2)^{\frac{4}{3}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{7}}$

$9^{-0,7}$

$\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{4}}$

$2,5^{-\frac{2}{3}}$

$(-5)^{\frac{3}{4}}$

$7^{-\frac{20}{7}}$

$\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}$

$3^{-\frac{4}{5}}$

$0,5^{0,5}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{2}{3}}$

$41^{-\frac{2}{21}}$

$54^{\frac{3}{2}}$

$2^{-\frac{3}{2}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{4}{5}}$

$10^{-0,5}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{4}}$

$15^{-\frac{2}{3}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$

$7^{-\frac{4}{10}}$

$23^{-\frac{4}{9}}$

$10^{-0,23}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$

$6^{-\frac{1}{3}}$

$23^{-\frac{6}{5}}$

$13^{-\frac{2}{3}}$

$\left(-\frac{3}{7}\right)^{\frac{7}{2}}$

$8^{-\frac{1}{2}}$

13. (K) Számítsd ki a hatványok értékét!

$10000^{\frac{1}{4}}$	$4^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{4}{3}}$	$9^{\frac{3}{2}}$
$125^{\frac{1}{3}}$	$(-3)^{\frac{4}{5}}$	$16^{\frac{1}{4}}$	$8^{\frac{4}{3}}$	$32^{\frac{2}{5}}$
$81^{\frac{1}{4}}$	$128^{\frac{2}{7}}$	$27^{\frac{2}{3}}$	$16^{\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$
$100^{\frac{1}{2}}$	$125^{\frac{2}{3}}$	$81^{\frac{3}{4}}$	$512^{\frac{4}{9}}$	$27^{\frac{4}{3}}$
$8^{\frac{1}{3}}$	$4^{\frac{3}{2}}$	$2401^{\frac{3}{4}}$	$100^{\frac{3}{2}}$	$(-8)^{\frac{2}{3}}$
$32^{\frac{1}{5}}$	$16^{\frac{5}{4}}$	$(-4)^{\frac{3}{2}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{3}{2}}$

14. (K) Számítsd ki a hatványok értékét!

$1000^{-\frac{1}{3}}$	$27^{-\frac{4}{3}}$	$\left(\frac{9}{36}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{343}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{5}{4}}$
$\left(\frac{121}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$	$100^{-\frac{5}{2}}$	$49^{-\frac{3}{2}}$
$64^{-\frac{1}{6}}$	$\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$	$27^{-\frac{1}{3}}$	$32^{-\frac{4}{5}}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$
$\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}$	$100^{-\frac{3}{2}}$	$\left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$	$64^{-\frac{1}{2}}$	$27^{-\frac{2}{3}}$
$25^{-\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{5}{3}}$	$1000^{-\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{4}{49}\right)^{-\frac{5}{2}}$	$8^{-\frac{2}{3}}$
$\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$	$64^{-\frac{4}{3}}$	$\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$

15. (K) Számítsd ki a hatványok értékét!

$16^{0,5}$	$0,25^{-1,5}$	$0,001^{-\frac{5}{3}}$	$0,0625^{\frac{1}{4}}$
$243^{0,6}$	$0,01^{-\frac{3}{2}}$	$0,125^{\frac{2}{3}}$	$0,04^{-2,5}$
$32^{1,2}$	$0,0001^{-\frac{3}{4}}$	$0,125^{-\frac{5}{3}}$	$0,64^{-\frac{1}{2}}$
$16^{1,5}$	$0,0625^{-\frac{3}{4}}$	$0,000001^{-\frac{2}{5}}$	$0,01^{-2,5}$

16. (K) Írd fel egyetlen hatvány, illetve gyök segítségével a következő kifejezéseket!

$\frac{(2^3 \cdot 2^4)^{-\frac{1}{3}}}{2^5}$	$\frac{\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{5}{7}}}{3^{-2} \cdot 9^4}$	$\frac{\sqrt[3]{25 \cdot 125^{-5}}}{(\sqrt{5^3})^{-4}}$	$\frac{\sqrt{343} \cdot (7^3 \cdot 7)^2}{\sqrt[5]{49}}$
--	--	---	---

17. (K) Számítsd ki az alábbi kifejezés értékét, ha $a = 2025^{\frac{1}{2}}$ és $b = 9^{-1}$!

$$5a^{-2}b^{-3} \cdot a^5b^7 \cdot 4a^{-4}b^{-\frac{9}{2}}$$

18. (K) Számítsd ki a következő kifejezés helyettesítési értékét, ha $x = 1,2$ és $y = 4$!

$$\left(2x^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(2x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{4}}\right)$$

19. (E) Legyen $a = 4^{\frac{2}{5}}$ irracionális szám. Írd fel a hatványaként a következő számokat:

$2^{\frac{4}{5}}$	$16^{\frac{2}{5}}$	$4^{\frac{1}{3}}$	$8^{\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$	$32^{-\frac{2}{3}}$
-------------------	--------------------	-------------------	-------------------	--	---------------------

20. (E) Fejezd ki a $p \cdot r^{\frac{2}{3}} = M \cdot k$ képletből az r - et! ($p; r; M; k > 0$)

Számítsd ki az r értékét, ha $p = 8 \cdot 10^4$; $M = 1,2 \cdot 10^{24}$ és $k = 1,2 \cdot 10^{-25}$!

21. (K) **Döntsd el, hogy az alábbi párok közül melyik a nagyobb?**

A: $12^{\frac{5}{4}}$ vagy $12^{\frac{15}{12}}$

B: $7^{\frac{5}{6}} \cdot 7^{\frac{4}{15}}$ vagy $7^{\frac{11}{10}}$

C: $3^{\frac{3}{2}}$ vagy $5^{\frac{2}{3}}$

D: $3^{\frac{1}{3}}$ vagy $4^{\frac{1}{4}}$

E: $6^{\frac{1}{4}}$ vagy $7^{\frac{1}{5}}$

F: $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$ vagy $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$

G: $25^{\frac{1}{2}}$ vagy $243^{-0,2}$

H: $\left(\frac{4}{49}\right)^{-\frac{1}{2}}$ vagy $\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

22. (K) **Rakd nagyság szerint növekvő sorrendbe a következő számokat!**

$1^{-\frac{3}{4}}$ $0^{\frac{4}{9}}$ $\left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{-3}$ $-1^{\frac{2}{3}}$ $\left[\left(6^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}}\right]^{0,5}$ $0,0001^{-\frac{3}{5}}$

23. (K) **Rakd nagyság szerint csökkenő sorrendbe a következő számokat!**

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ $\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}$ $27^{\frac{1}{3}}$ $9^{\frac{3}{2}}$ $\left(\frac{81}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$

24. (K) **Rakd nagyság szerint növekvő sorrendbe a következő számokat (soronként)!**

$2^{\frac{4}{5}}$ $2^{\frac{2}{3}}$ $2^{\frac{5}{6}}$ $2^{\frac{2}{15}}$ $2^{\frac{31}{30}}$ $2^{\frac{5}{2}}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{4}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{12}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$4^{-\frac{1}{2}}$ $\sqrt[7]{4}$ $4^{-\frac{3}{2}}$ $\sqrt[5]{16}$ 2^{-1} $2^{\frac{2}{7}}$

$2^{-\frac{3}{5}}$ $4^{\frac{4}{3}}$ $\sqrt[5]{8^{-2}}$ $\sqrt[3]{32^{-1}}$ $\sqrt[8]{8^{-3}}$ $2^{\frac{7}{120}}$

$7^{-\frac{1}{2}}$ $\sqrt[4]{7}$ $\sqrt[3]{49}$ $\sqrt[3]{343}$ $7^{-\frac{3}{5}}$ $7^{\frac{11}{30}}$

25. (K) Rakd nagyság szerint csökkenő sorrendbe a következő számokat (soronként)!

$\sqrt[5]{3}$	$3^{-\frac{2}{3}}$	$\sqrt[4]{3^3}$	$3^{\frac{1}{5}}$	$3^{\frac{2}{3}}$	$3^{-\frac{3}{2}}$
$\sqrt[3]{9^{-1}}$	$3^{-\frac{5}{7}}$	$\sqrt{27^{-3}}$	$\sqrt[7]{3^{-6}}$	$\sqrt[5]{81^{-3}}$	$3^{\frac{234}{123}}$
$\sqrt[3]{25^{-1}}$	$5^{-\frac{2}{5}}$	$\sqrt[4]{5^{-5}}$	$\sqrt{125^{-1}}$	$25^{-\frac{7}{5}}$	$5^{-\frac{29}{60}}$
$125^{\frac{1}{3}}$	$0,2^{-2}$	$625^{-\frac{1}{4}}$	$25^{\frac{5}{2}}$	5^{-1}	$\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{3}{4}}$
5^{-1}	$0,2^{\frac{4}{3}}$	$\sqrt[3]{5}$	$\sqrt{5}$	$5^{\frac{2}{3}}$	$\sqrt[4]{5}$

26. (K) Végezd el a műveleteket, majd írd fel egy gyökjellel a törtkitevős hatványokat!

$3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$	$2^{\frac{3}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{3}}$	$5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} \cdot 5$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{2}}$
$5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$	$9^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$	$2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$	$\frac{5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{5}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}}$
$7^{\frac{1}{6}} \cdot 7^{\frac{2}{5}}$	$5^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{3}}$	$3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{4}}$	$\frac{3^{\frac{2}{5}} \cdot 9^{\frac{3}{5}} \cdot 27^{-\frac{1}{5}}}{81^{\frac{1}{5}}}$

27. (K) Számítsd ki a műveletek pontos eredményét!

$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4$	$(3^2)^{\frac{1}{2}}$	$(4^{\frac{1}{2}})^6$	$\left[(5^5)^{\frac{1}{2}}\right]^0$
$\left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^2$	$\left(4^{-\frac{1}{2}}\right)^4$	$\left[\left(\frac{1}{1024}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{3}{2}}$	$\left[\left(\frac{1,25}{7,32}\right)^0\right]^{-\frac{7}{11}}$
$2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}}$	$3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{5}{3}}$	$5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}$	$7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{4}{3}}$
$4^{\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{3}}$	$3^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}$	$4^{\frac{1}{2}} \cdot 2^3 \cdot 16^{\frac{1}{2}}$	$(3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^3)^{\frac{1}{2}}$
$\left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^2$	$(4^5 \cdot 2^{-4})^{\frac{1}{2}}$	$(2^4)^{\frac{1}{2}} \cdot (4^{-1})^{\frac{1}{2}}$	$(7,5 \cdot 450)^{\frac{1}{3}}$
$(3^4 \cdot 5^0 \cdot 2^6)^{\frac{1}{2}}$	$(3^2 \cdot 9^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1})^{\frac{1}{2}}$	$(2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{6}})^6$	$(3^{-1} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}})^{-2}$

28. (K) Számítsd ki a műveletek pontos eredményét!

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2^3}{2^5}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \frac{\left(\frac{1}{3^2}\right)^{-4}}{\left(\frac{1}{2^2}\right)^{-2}} \quad \frac{(4^3)^{\frac{1}{2}}}{(2^6)^{\frac{1}{2}}} \quad \frac{\left(\frac{1}{3^2 \cdot 4^2}\right)^{-2}}{\frac{1}{4^2}} \quad \frac{\frac{2}{7^3} \cdot \frac{1}{7^6} \cdot \frac{3}{7^4}}{\frac{1}{7^{12}} \cdot \frac{1}{49^4}} \\ & \frac{16^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{\frac{3}{4^2} \cdot 32^{-\frac{1}{5}}} \quad \left(\frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4}{3 \cdot 5^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \left(\frac{1}{6}\right)^{-\frac{2}{3}} : \left(\frac{36}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} : \left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-\frac{3}{4}} \\ & \frac{125^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{1000} \cdot 0,1^{-1} \cdot (-\sqrt[3]{3})^3}{(-2)^2} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \frac{4^{-\frac{1}{2}} + 8^{\frac{2}{3}}}{64^{-\frac{5}{6}}} \quad \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{625}{81}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad \left[\left(\frac{1}{729}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-\frac{5}{2}} \\ & \left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + 0,2^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{9}}\right)^{-3} \quad \frac{2^{-2} + 2^0 + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 8^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2}\right)^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{9}\right)^{-1}} \end{aligned}$$

29. (E) Számítsd ki a műveletek pontos eredményét! ($k \in \mathbb{Z}$)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{\frac{1}{65} \cdot \frac{1}{32}}{\frac{1}{410} \cdot \frac{1}{95}} \quad \frac{\frac{3}{74} \cdot \frac{2}{123} \cdot \frac{1}{203}}{\frac{3}{144} \cdot \frac{1}{453} \cdot \frac{1}{24}} \quad \frac{10^8 \cdot 25^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{4}}}{1008} \quad \frac{2\pi \cdot 3\sqrt{2}}{3\pi \cdot 2\sqrt{2}} \\ & \left[\left(\cos \frac{2011\pi}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} + 19 \cdot 32^{\frac{1}{10}} + 16 \cdot \left(-\log_{\frac{1}{7}} 49\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{1}{2}} \quad \left[\frac{\left(\cos \frac{2012k+1}{4}\right)^2}{125^{-\frac{1}{3}}}\right]^{-\frac{2}{3}} \\ & \frac{7}{33} \cdot 15^{\frac{7}{5}} \cdot 175^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{5}} \cdot 21^{-\frac{2}{5}} \cdot 35^{-\frac{6}{5}} \cdot 5^{-\frac{3}{5}} \quad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^2 \\ & \left[\left(128^{\frac{3}{7}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} \cdot 48^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}\right)^{-1}\right]^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \quad 3^{\frac{1}{2}} - \frac{3-3^{-2}}{\frac{1}{3^2} - 3^{-\frac{1}{2}}} + \frac{1-3^{-2}}{\frac{1}{3^2} + 3^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{3^2} \end{aligned}$$

30. (E) Számítsd ki a műveletek pontos eredményét!

$$\begin{aligned} & \left(5^{\frac{3}{2}} - 11^{\frac{3}{2}}\right) \cdot \left(5^{\frac{3}{2}} + 11^{\frac{3}{2}}\right) \quad \left(7^{\frac{1}{4}} + 19^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(7^{\frac{1}{4}} - 19^{\frac{1}{4}}\right) \\ & \left(3^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(3^{\frac{2}{3}} + 15^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}\right) \quad \left(2^{\frac{2}{3}} + 6^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(2^{\frac{1}{3}} - 3^{\frac{1}{3}}\right) \\ & \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}\right] \cdot \left[3^{\frac{2}{3}} - 15^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{2}{3}}\right] \quad \left[\left(\sqrt{17}\right)^{\frac{4}{3}} - 3^{\frac{2}{3}}\right] \cdot \left(17^{\frac{4}{3}} + 51^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{4}{3}}\right) \\ & \left(8^{\frac{1}{8}} - 3^{\frac{3}{2}}\right) \cdot \left(2^{\frac{3}{8}} + 9^{\frac{3}{4}}\right) \cdot \left(2^{\frac{3}{4}} + 81^{\frac{3}{4}}\right) \cdot \left(2^{\frac{3}{2}} + 9^3\right) \quad \left(3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(54^{\frac{2}{3}} + 4^{\frac{2}{3}} - 6\right) \end{aligned}$$

31. (K) Írd fel törtkitevővel a következő kifejezéseket! ($a; x; y > 0$)

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{a} & \sqrt[5]{a} & \sqrt[3]{a^2} & \sqrt[4]{a^5} & \sqrt[5]{a^2} \\ \sqrt[8]{x} & \sqrt[23]{x} & \sqrt[5]{x^7} & \sqrt[14]{x^7} & \sqrt[3]{x^4} \\ \sqrt[11]{y} & \sqrt[3]{y} & \sqrt{y^3} & \sqrt[4]{y^3} & \sqrt[7]{y^{14}} \end{array}$$

32. (K) Írd fel törtkitevővel a következő kifejezéseket! ($a; b; x; y; n > 0$)

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt[8]{\frac{1}{x^7}} & \frac{1}{\sqrt[6]{x^{11}}} & \sqrt[n]{x^y} & \sqrt[2n]{x^6} & \sqrt[5]{4x} \\ \sqrt[7]{xy} & \sqrt{2xy^3} & \sqrt[4]{xy^3} & \sqrt[6]{x^5y^8} & \sqrt[3]{x^2y} \\ \sqrt[3]{ab} & \sqrt[10]{a^4b^7} & \sqrt[5]{a^3b^4} & \sqrt[4]{0,1a^4b^2} & \sqrt[5]{32a^{10}b^5} \end{array}$$

33. (K) Írd fel törtkitevővel a következő kifejezéseket! ($a; x; y > 0$)

$$\begin{array}{cccc} \frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x}} & \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}}{x} & \frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} & \frac{(x^3)^4}{\sqrt[5]{x^6}} \\ \sqrt{x \cdot \sqrt{x}} & \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}} & \sqrt[5]{x^6 \cdot \sqrt[3]{x^2}} & \sqrt[3]{x^4 \cdot \sqrt[3]{y^2}} \\ \sqrt{y \cdot \sqrt[3]{y}} & \sqrt[3]{y \cdot \sqrt{y}} & \sqrt[5]{y^2 \cdot \sqrt[4]{y^5}} & \sqrt[4]{x^3 \cdot \sqrt[5]{y^4}} \\ \sqrt{a^2 \cdot \sqrt{a}} & \sqrt[6]{a \cdot \sqrt[7]{a^5}} & \sqrt[4]{a^3 \cdot \sqrt{a^3}} & \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{x^2y}} \\ \sqrt[6]{x^2y^3 \cdot \sqrt[4]{xy^3}} & \sqrt[3]{a^2x \cdot \sqrt[4]{x^2a}} & \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}}} & \sqrt[5]{a^2 \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt[5]{a^2}}} \end{array}$$

34. (K) Írd fel egy gyökjellel az alábbi törtkitevős hatványokat! ($a; b; x; y > 0$)

$a^{\frac{1}{4}}$	$a^{\frac{4}{3}}$	$a^{-\frac{2}{3}}$	$a^{\frac{4}{7}}$	$a^{0,2}$
$b^{\frac{2}{3}}$	$b^{-\frac{3}{2}}$	$b^{-\frac{4}{5}}$	$b^{\frac{7}{4}}$	$b^{1,2}$
$x^{\frac{1}{3}}$	$x^{\frac{2}{5}}$	$x^{\frac{3}{2}}$	$x^{-\frac{1}{4}}$	$x^{-0,1}$
$y^{-\frac{0}{3}}$	$y^{\frac{5}{2}}$	$y^{-\frac{3}{5}}$	$y^{-\frac{4}{3}}$	$y^{-1,5}$

35. (K) Írd fel egy gyökjellel az alábbi törtkitevős hatványokat! ($a; x > 0$)

$(9a)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{3}a^{\frac{1}{3}}$	$(\frac{1}{3}a)^{\frac{1}{3}}$	$8a^{-\frac{2}{3}}$	$(8a)^{-\frac{2}{3}}$
$3x^{\frac{1}{2}}$	$(3x)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}}$	$2x^{\frac{2}{3}}$	$-4x^{\frac{2}{5}}$

36. (K) Írd fel gyökökkel az alábbi törtkitevős hatványokat! ($a; b; x; y > 0$)

$(ab)^{\frac{2}{3}}$	$ab^{\frac{2}{3}}$	$a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$	$(a + b)^{\frac{2}{3}}$
$(x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}$	$(x^{-\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}}$	$(x^{\frac{3}{4}}y^{-\frac{1}{4}})^{-\frac{1}{2}}$	$(x^{\frac{5}{6}}y^{\frac{1}{2}})^{-\frac{3}{2}}$
$(x^{\frac{3}{2}}x)^{-\frac{3}{5}}$	$(x^{12}y^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{6}}$	$\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{5}}}{xy}$	$\frac{2x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$
$3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \cdot 2a^{-\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}}$	$5a^2b^{\frac{2}{5}} \cdot 2a^{-\frac{1}{2}}b^{1,5}$	$\frac{(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{4}} \cdot (a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}})^2}{(a^{\frac{1}{12}})^{-\frac{1}{2}}}$	$\frac{(a^{-\frac{2}{3}})^2 \cdot (b^{\frac{2}{5}})^{-3} \cdot (a^{\frac{10}{3}})^5}{(a^{\frac{1}{6}})^{-2} \cdot (b^{\frac{1}{7}})^7}$

37. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra az alábbi törtkitevős hatványokat! ($a; b > 0$)

$$\begin{array}{cccc} (a^3)^4 & (a^2 b^{\frac{1}{3}})^3 & \left(\frac{64b^{-3}}{125a^6}\right)^{\frac{1}{3}} & \frac{(a^{\frac{7}{15}})^5 \cdot (a^4)^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}}}{(a^{-\frac{21}{4}})^{\frac{4}{7}} \cdot (b^{\frac{5}{2}})^{\frac{13}{3}}} \\ (3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}})^6 & (2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}})^3 & (4a^4)^{-\frac{1}{2}} & \frac{(b^{\frac{11}{24}})^3 \cdot (b^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{7}{8}}}{(b^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{4}} \cdot (b^4)^{\frac{1}{2}}} \end{array}$$

38. (K) Végezd el a hatványozásokat! ($a; x > 0$)

$$\begin{array}{cccc} (x^{\frac{5}{3}})^2 & (x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} & (x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} & (x^4)^{\frac{2}{5}} \\ a \cdot a^{\frac{1}{2}} & a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} & a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} & a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}} \\ x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{3}} & x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{1}{4}} & 2x^{\frac{2}{3}}x^{-1} & 5x^{-\frac{1}{4}}x^{-2} \\ a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} & a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{7}{4}} & a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{5}{2}} & a^{-\frac{3}{10}} \cdot a^{-\frac{4}{5}} \cdot a^{\frac{9}{2}} \\ \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} & \frac{x^4}{x^{-\frac{6}{5}}} & \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}} & \frac{2x^{-\frac{5}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} \\ \frac{a^{\frac{3}{2}}a^{-\frac{2}{5}}}{a^{-\frac{3}{4}}} & \frac{a^{\frac{2}{3}}a^{-\frac{3}{4}}}{a^{\frac{4}{5}}} & \frac{a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{3}{5}}a^{-\frac{1}{3}}}{a^{-\frac{1}{7}}a^{-\frac{2}{3}}} & \frac{a^{\frac{7}{12}}a^{-\frac{3}{4}}a^{\frac{10}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{2}{3}}} \end{array}$$

39. (K) Döntsd el az alábbi állításoktól, hogy igaz vagy hamis! ($x > 0$)

$$\begin{array}{lll} \text{A: } (x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}})^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{B: } (x^{-\frac{1}{2}}x^{\frac{5}{2}})^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{3}{4}} & \text{C: } (x^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{4}})^{-\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{12}} \\ \text{D: } (x^{-\frac{3}{4}}x^{\frac{4}{3}})^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{x} & \text{E: } (x^{\frac{2}{3}}x^{-\frac{1}{6}})^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{x^2} & \text{F: } (x^4y^{\frac{2}{3}})^{\frac{4}{3}} = \sqrt[9]{x^3y^8} \\ \text{G: } (x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}})^{\frac{5}{6}} = \frac{18\sqrt{y^5}}{12\sqrt{x^7}} & \text{H: } (x^{\frac{3}{5}}y^{-\frac{1}{10}})^{\frac{10}{3}} = \frac{x^2}{\sqrt[3]{y}} & \text{I: } (x^{\frac{8}{3}}y^{-\frac{5}{3}})^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{x^5} \\ \text{J: } (x^{-\frac{1}{2}}x^{\frac{2}{3}}x^{-\frac{3}{2}})^{-\frac{4}{3}} = x^{\frac{16}{9}} & \text{K: } (x^{\frac{1}{8}}x^{-\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{4}})^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x}} & \text{L: } (x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{6}})^{-\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{x}} \end{array}$$

40. (K) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket! ($a; b > 0$)

$$\frac{\sqrt{a} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a}}$$

$$\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-\frac{5}{6}}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[8]{a^5}}$$

$$\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a^{-3}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{\sqrt[4]{a^5}}$$

$$\frac{\sqrt[5]{a^{-3}} \cdot a^{-\frac{3}{10}}}{\sqrt{a^{-1}} \cdot \sqrt[10]{a^{-7}}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{a^{-1}} \cdot \sqrt[6]{a^{-2}}}$$

$$\frac{a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[5]{a^2}}{\sqrt{a^{-3}} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{5}{6}}}$$

$$\frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[5]{a^4} \cdot \sqrt{a^3}}{\left(a^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot a^{-\frac{7}{10}} \cdot a^{\frac{2}{5}}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{5}{8}}}{\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a^{-3}}}$$

$$\frac{a^{-3} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{a^{-7}}}}{\left(a^{\frac{5}{8}}\right)^{-3} \cdot \sqrt{a^{-9}}}$$

$$\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a^5}}{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{\sqrt{a^3} \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot \left(a^2\right)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^5}}$$

$$\frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot \left(a^{-2}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2}}}{a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-1}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a} \cdot \left(a^5\right)^{\frac{1}{8}} \cdot a^{-1}}{a \cdot \sqrt[4]{a^7}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{a^4}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^3}}}{\sqrt[6]{a^{-1}} \cdot \sqrt[4]{a^{-\frac{5}{3}}}}$$

$$\frac{\left(a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[4]{a^3}}$$

$$\frac{\left(a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{\left(a^{-\frac{3}{7}} \cdot a^{\frac{5}{14}}\right)^{-\frac{7}{2}}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{a^{-1}} \cdot \sqrt[3]{a^2}\right)^{-\frac{7}{5}}}{\left(a^{-\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}\right)^{-\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{\left(a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{\frac{3}{8}}}$$

$$\frac{\left(a^{-0,5} b^{1,5}\right)^{-3}}{\left(a^{0,2} b^{-0,1}\right)^6 \cdot \left(a^{-0,3} b^2\right)^{-5}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{ab}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a} \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{a^3 b}}{\sqrt{a} \cdot \left(ab^3\right)^{\frac{3}{4}}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{b^{-\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[3]{a^{-\frac{1}{4}}} \cdot \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}}}{\left(b^{-3}\right)^{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}} \cdot \sqrt{(ab)^{-1}}}$$

$$\sqrt[3]{a^{-\frac{1}{2}} b^{-1}} \cdot a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{b^{-1} b^{\frac{2}{3}}}$$

$$a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{a^{-\frac{1}{2}} b^{-1}} \cdot \sqrt[3]{a^{-1} b^{\frac{2}{3}}}$$

$$\left\{ a^2 \cdot \left[a \cdot \left(a^3 a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{1}{5}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

41. (E) Hozd a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket! ($a; b > 0$)

$$\left[\left(a^{\frac{1}{b-c}} \right)^{b-\frac{c^2}{b}} \right]^{\frac{b}{b+c}}$$

$$\left[\left(a^{\sin \frac{\pi}{3}} \right)^{\frac{8}{\sqrt{6}}} \right]^{\cos \frac{3\pi}{4}}$$

$$\left(8a^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{b^{-\frac{1}{3}} a} \cdot \sqrt[4]{b^{\frac{4}{3}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

42. (K) Végezd el a következő műveleteket! ($a; b > 0$)

$$\begin{array}{lll} \left(a^{\frac{5}{2}} - b^{\frac{5}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{5}{2}} + b^{\frac{5}{2}}\right) & \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) & \left(a^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}\right) \\ \left(a^{\frac{3}{4}} - 2\right) \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} + 2\right) & \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) & \left(a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \\ \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right) & \left(2a^{\frac{1}{3}} + b^{-1}\right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{3}} - b^{-1}\right) & \left(a^{\frac{1}{6}} + 3b^{\frac{4}{5}}\right) \cdot \left(3b^{\frac{4}{5}} - a^{\frac{1}{6}}\right) \end{array}$$

43. (K) Végezd el a következő műveleteket! ($a; b > 0$)

$$\begin{array}{llll} \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^2 & \left(1 + a^{\frac{1}{2}}\right)^2 & \left(3^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{4}}\right)^2 & \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{1}{4}}\right)^2 \\ \left(a^{\frac{5}{2}} - 1\right)^2 & \left(a^{\frac{5}{6}} - b^{\frac{2}{3}}\right)^2 & \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2 & \left(2^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{2}}\right)^2 \\ \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2 & \left(2^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}\right)^2 & \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{3}{4}}\right)^2 & \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right)^2 \end{array}$$

44. (E) Végezd el a következő műveleteket! ($a; b > 0$)

$$\begin{array}{ll} \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}\right) & \left(a^{\frac{4}{3}} + 2\right) \cdot \left(a^{\frac{8}{3}} - 2a^{\frac{4}{3}} + 4\right) \\ \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right) & \left(a^{\frac{1}{2}} + 1\right) \cdot \left(a - a^{\frac{1}{2}} + 1\right) \\ \left(a^{\frac{2}{3}} - 3\right) \cdot \left(a^{\frac{4}{3}} + 3a^{\frac{2}{3}} + 9\right) & \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^3 \end{array}$$

45. (E) Végezd el a következő műveleteket! ($a; b > 0$)

$$\begin{array}{ll} \left(2a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} - 2b^{\frac{3}{2}}\right) & \left(1 + a + a^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} - a\right) \\ \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) & \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \\ \left(2a^{\frac{1}{3}} + 3a^{\frac{1}{4}}\right) \cdot 5a^{-\frac{1}{12}} & \left(2a + 3a^{\frac{1}{2}}\right) \cdot 4a^{\frac{3}{2}}b^{-1} \end{array}$$

46. (E) Végezd el a következő műveleteket! ($x; y > 0$)

$$\left(x^{\frac{3}{2}} - 5\right)^2 + \left(x^{\frac{3}{2}} + 5\right)^2 - \left(x^{\frac{3}{2}} - 3\right) \cdot \left(x^{\frac{3}{2}} + 3\right) \quad \left(3y^{\frac{2}{3}} - y\right) \cdot y^{\frac{1}{2}} + 2y \cdot \left(y + y^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\left(x^{\frac{3}{4}} - 4\right)^2 + \left(2x^{\frac{3}{4}} + 2\right)^2 - \left(x^{\frac{3}{4}} - 1\right) \cdot \left(x^{\frac{3}{4}} + 1\right) \quad 5x^{\frac{2}{3}} \cdot \left(x^{\frac{1}{3}} - y\right) - 2 \cdot \left(y - x^{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\left(x^{\frac{5}{2}} - 3\right)^2 - \left(3x^{\frac{5}{2}} + 1\right)^2 + 8 \cdot \left(x^{\frac{5}{2}} - 5\right) \cdot \left(x^{\frac{5}{2}} + 5\right) \quad \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\left(x^{\frac{5}{2}} - 2\right)^2 + \left(x^{\frac{5}{2}} + 2\right)^2 - 2 \cdot \left(x^{\frac{5}{2}} + 5\right) \cdot \left(x^{\frac{5}{2}} - 5\right) \quad \left(2y^{\frac{1}{2}} - 1\right) \cdot 2 - \left(3y^{\frac{1}{3}} + 6\right) : 3$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - 4\right) \cdot \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) + \left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right) \cdot \left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right) \quad \left(y^{\frac{3}{5}} + 1\right)^2 - \left(y^{\frac{2}{5}} + 1\right) \cdot \left(y^{\frac{4}{5}} - y^{\frac{2}{5}} + 1\right)$$

$$(x + 2)^2 - \left(x^{\frac{1}{2}} - 2\right) \cdot \left(x^{\frac{1}{2}} + 2\right) \cdot (x + 4) \quad 2y^{\frac{1}{2}} \cdot \left(y^{\frac{1}{2}} - 3\right) - 3y^{\frac{3}{2}} \cdot \left(y^{-\frac{1}{2}} - y^{-1}\right)$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right) \cdot \left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right) - \left(x^{\frac{1}{2}} - 4\right) \cdot \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) \quad 10y^{\frac{2}{3}} \cdot \left(y^{\frac{1}{3}} - 1\right) - \left(5y^{\frac{2}{3}} - 2\right) \cdot \left(2y^{\frac{1}{3}} + 3\right)$$

$$\left(x^{\frac{3}{5}} + 1\right)^2 - \left(x^{\frac{2}{5}} + 1\right) \cdot \left(x^{\frac{4}{5}} - x^{\frac{2}{5}} + 1\right) \quad \left(\sqrt{x^3} - 3\right)^2 + \left(x^{\frac{3}{2}} + 3\right)^2 - 2 \cdot \left(x^{\frac{3}{2}} + 7\right) \cdot \left(\sqrt{x^3} - 4\right)$$

47. (E) Rendezd nagyság szerint növekvő sorba a számokat! ($a > 0$)

$$\sqrt{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}}$$

$$\sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}$$

48. (E) Rendezd nagyság szerint csökkenő sorba a számokat! ($a > 0$)

$$\sqrt{a^5 \cdot \sqrt[5]{a^2}}$$

$$\sqrt{a^5} \cdot \sqrt[5]{a^2}$$

$$\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a}}$$

49. (E) Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket, ahol $a; b; c; d; e > 0$! Határozd meg a kifejezések helyettesítési értékét!

$$a) \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^{-2} \cdot (a^{-1} + b^{-1}) + \frac{2}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^3} \cdot \left(a^{-\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}\right) \quad a \neq b \quad a = \frac{1}{2} \text{ és } b = \frac{1}{3}$$

$$b) \left(\frac{cd^{-1} + dc^{-1} - 2}{c^2d^{-2} - 2cd^{-1} + 1}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad c \neq d \quad c = 9 \text{ és } d = 4$$

$$c) \frac{1 - e^{-\frac{1}{2}}}{1 + e^{\frac{1}{2}}} - \frac{e^{\frac{1}{2}} + e^{-\frac{1}{2}}}{e - 1} \quad e \neq 1 \quad e = 5$$

50. (E) Végezd el a kijelölt műveleteket!

$$\frac{\frac{1}{a^5}}{3a^5 - 1} - \frac{\frac{2}{a^5 + 1}}{9a^5 - 1} - \frac{\frac{1}{a^5 + 1}}{9a^5 + 3} \quad a > 0 \text{ és } a \neq \frac{1}{243}$$

$$\frac{\frac{1}{5x^2 - 1}}{3x - 3} + \frac{\frac{1}{x^2 - 1}}{2x^2 + 2} - \frac{\frac{1}{x^2 + 1}}{3x^2 - 3} \quad x > 0 \text{ és } x \neq 1$$

$$\frac{\frac{a - x}{1}}{a^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{1.5} - x^{1.5}}{a - x} \quad x > 0; a > 0; x \neq a$$

$$\left[\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}} - \frac{3 \cdot \sqrt[3]{xy}}{x - y} - \frac{y^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} + (xy)^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}} \right) : \frac{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} + (xy)^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}} \right]^{-\frac{3}{2}} \quad x > 0; y > 0; x \neq y$$

$$\left(\frac{3a^{-\frac{1}{3}}}{\frac{2}{a^{\frac{1}{3}} - 2a^{-\frac{1}{3}}} - \frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}}} \right)^{-1} - \left(\frac{1 - 2a}{3a - 2} \right)^{-1} \quad a > 0; a \neq \frac{2}{3}; a \neq 2; a \neq \frac{1}{2}; a \neq 1$$

$$\left[\frac{\frac{3}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} + (xy)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}}} \right] \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x - y} \right)^2 \quad x > 0; y > 0; x \neq y$$

$$\left[\frac{\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y}} + \frac{\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y}} \right] \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x - y} - \frac{2y}{x - y} \quad x > 0; y > 0; x \neq y$$

$$\left[\frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{ab^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}}b}} + \frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{ab^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}b}} \right] \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a + b} - \frac{2b}{a - b} \quad a > 0; b > 0; a \neq b$$

$$\left[\frac{\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}}{\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}}} - \frac{\frac{1}{x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}}}{\frac{1}{2x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}}} \right] \cdot \frac{xy^{-\frac{1}{6}} - y^{\frac{5}{6}}}{\frac{1}{2x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}}} \quad x > 0; y > 0; x \neq y$$

51. (E) Végezd el a kijelölt műveleteket! ($a; b; x > 0$)

$$\left[\frac{4x - 9x^{-1}}{2x^2 - 3x^{-\frac{1}{2}}} + \frac{x - 4 + 3x^{-1}}{\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}} \right]^2 \quad x \neq 1; \frac{3}{2}$$

$$(ab)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^{-2}} - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\frac{3}{a^2} - \frac{3}{b^2}}\right)^{-1} \right] \quad a \neq b$$

$$\left[(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{a})^{-1} + (\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{a})^{-1} \right]^{-2} \cdot \frac{4 \cdot \sqrt{x} + 4 \cdot \sqrt{a}}{x - a} \quad a \neq x$$

52. (E) Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket!

$$\frac{1}{\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^8}} + \frac{1}{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^8}} - \frac{1}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}} \quad \frac{b-c}{\frac{3}{b^4} + \frac{1}{b^2c^4}} - \frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{b^4} + \frac{1}{c^4}} \quad \frac{\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}}{\frac{2}{a^3} - \frac{1}{b^3} + \frac{1}{a^3} + \frac{2}{b^3}} - \frac{1}{\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}}$$

53. (E) Egyszerűsítsd a törteket!

$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{x - y} \quad \frac{a-1}{\frac{1}{a^2} + 1} \quad \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{3}{y^2}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}} \quad \frac{a-b}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$$

$$\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} \quad \frac{\frac{1}{x^2} - 3}{x-9} \quad \frac{x - \frac{1}{x^2}y^2}{\frac{1}{x^2}} \quad \frac{x-2}{(x^2)^{\frac{1}{3}} + (2x)^{\frac{1}{3}} + (2^2)^{\frac{1}{3}}}$$

54. (E) Igazold a következő egyenlőséget! ($x, y > 0; x^2 > y$)

$$\left(x + y^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{x + (x^2 - y)^{\frac{1}{2}}}{2}\right]^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{x - (x^2 - y)^{\frac{1}{2}}}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

55. (E) Bizonyítsd be a következőt!

$$\left(\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} - \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\frac{1}{a^2} + 1}{\frac{1}{a^2} - 1} + \frac{\frac{1}{a^2} - 1}{\frac{1}{a^2} + 1} - \frac{4}{a-1}\right)^{-1} = \frac{8ab}{(a-b)^2}$$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (4) Ábrahám Gábor; 2011.; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (5) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (6) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (7) Gerócs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (8) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (9) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (13) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (14) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (15) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (20) Saját anyagok