Brósch Zoltán (Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma)

# Szerencsejátékok

Manapság egyre többen játszák a Szerencsejáték Zrt. által kínált játékokat, de csak kevesen tudják a nyerési esélyeiket. A következő oldalakon megpróbálom egyszerűen levezetni a különböző lehetőségek valószínűségét, illetve megmutatom, mennyi szelvényt kell ahhoz kitöltenünk, hogy biztosan miénk legyen a főnyeremény. Végül különböző szempontok szerint összehasonlítom a játékokat. Mindezek előtt tekintsük át, hogy milyen matematikai képleteket alkalmazunk a kérdések megválaszolásához.

Az első amit meg kell említeni, hogy a **valószínűséget** a következő képlettel adjuk meg: $\frac{\boldsymbol{kedvező\ eset}}{\boldsymbol{összes\ eset}}$. Tehát minden esetben két értéket kell majd számolnunk, s ezeket a következő kombinatorikai eszközökkel határozhatjuk meg:

- **Ismétlés nélküli permutáció:** $n$ darab különböző elem sorbarendezése
  **(**az összes lehetséges sorrend száma: $\boldsymbol{n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n}$**)**

- **Ismétlés nélküli kombináció:** $n$ darab, különböző elem közül választunk ki $k$ darabot úgy, hogy a kiválasztás során nincs ismétlődő elem és nem fontos az elemek sorrendje
  (az összes lehetséges kiválasztás száma: $\boldsymbol{\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$)

- **Ismétlés nélküli variáció:** $n$ darab, különböző elem közül választunk ki $k$ darabot úgy, hogy a kiválasztás során nincs ismétlődő elem és számít az elemek sorrendje
  (az összes lehetséges kiválasztás száma: $\boldsymbol{\frac{n!}{(n-k)!}}$)

- **Ismétléses variáció:** $n$ darab, különböző elem közül választunk ki $k$ darabot úgy, hogy a kiválasztás során lehet ismétlődő elem és számít az elemek sorrendje is
  (az összes lehetséges kiválasztás száma: $\boldsymbol{n^k}$)

Ezek után nézzük sorra az egyes játékokat, s tekintsük a lehetséges kimenetelek esélyeit*.

*Fontos megjegyezni, hogy az esély persze semmilyen garanciát nem jelent. Az $1:4$ nem azt jelenti, hogy minden negyedik húzás nyerő lesz, hanem azt, hogy elég sok húzást figyelembe véve átlagosan minden negyedik alkalommal nyerünk. Így kedvező esetben előfordulhat, hogy egymás után kétszer is nyerünk, de kedvezőtlen esetben pedig $10$ - szer is veszthetünk.

# Ötös lottó

Az ötös lottó sorsoláson 1 - től 90 - ig húznak ki 5 darab számot, s nekünk ezekre kell leadnunk előzetesen egy tippet. Akkor nyerünk, ha legalább két találatunk lesz. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Az **összes eset** számát a következőképpen számíthatjuk ki: 90 darab számból választunk 5 - öt úgy, hogy egyet csak egyszer választhatunk ki, és a sorrend nem számít. Tehát az összes lehetséges kiválasztás száma (ismétlés nélküli kombinációval számolva): $\binom{90}{5} = 43\,949\,268$.

A **kedvező esetek** száma pedig a következőképpen adódik:

- Telitalálat: 1, ha pont azt az öt számot választjuk ki, amelyet aztán kisorsolnak.

- 4 találat: a kihúzott 5 számból választunk ki 4 - et és a maradék 85 - ből 1 - et.
  Ezek száma: $\binom{5}{4} \cdot \binom{85}{1} = 425$.

- 3 találat: a kihúzott 5 számból választunk ki 3 - at, s a maradék 85 - ből 2 - t.
  Ezek száma: $\binom{5}{3} \cdot \binom{85}{2} = 35\,700$

- 2 találat: a kihúzott 5 számból választunk ki 2 - t, s a maradék 85 - ből 3 - at.
  Ezek száma: $\binom{5}{2} \cdot \binom{85}{3} = 987\,700$

- 1 találat: a kihúzott 5 számból választunk ki 1 - et, s a maradék 85 - ből 4 - et.
  Ezek száma: $\binom{5}{1} \cdot \binom{85}{4} = 10\,123\,925$

- 0 találat: a 85 ki nem húzott számból választunk ki 5 - öt.
  Ezek száma: $\binom{85}{5} = 32\,801\,517$

Ebből következik az **egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:**

- 5 találatra az esély: $\frac{1}{43\,949\,268} = 0{,}00000002275\ (0{,}000002275\ \%)$
- 4 találatra az esély: $\frac{425}{43\,949\,268} = 0{,}00000967\ (0{,}000967\ \%)$
- 3 találatra az esély: $\frac{35\,700}{43\,949\,268} = 0{,}0008123\ (0{,}08123\ \%)$
- 2 találatra az esély: $\frac{987\,700}{43\,949\,268} = 0{,}02247\ (2{,}247\ \%)$
- 1 találatra az esély: $\frac{10\,123\,925}{43\,949\,268} = 0{,}23035\ (23{,}035\ \%)$
- 0 találatra az esély: $\frac{32\,801\,517}{43\,949\,268} = 0{,}7463\ (74{,}63\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| **5 találat** | **4 találat** | **3 találat** | **2 találat** |
|---|---|---|---|
| 1 : 43 949 268 | 1 : 103 410 | 1 : 1 231 | 1 : 44 |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor 43 949 268 darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{1\,023\,826}{43\,949\,268} \approx 1{:}\,43$, tehát átlagosan minden 43. szelvény nyer.

# Hatos lottó

A hatos lottó sorsoláson 1 - től 45 - ig húznak ki 6 darab számot, s nekünk ezekre kell leadnunk előzetesen egy tippet. Akkor nyerünk, ha legalább három találatunk lesz. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Az **összes eset** számát a következőképpen számíthatjuk ki: 45 darab számból választunk 6 - öt úgy, hogy egyet csak egyszer választhatunk ki, és a sorrend nem számít. Tehát az összes lehetséges kiválasztás száma (ismétlés nélküli kombinációval számolva): $\binom{45}{6} = 8\ 145\ 060$.

A **kedvező esetek** száma pedig a következőképpen adódik:

- Telitalálat: 1, ha pont azt a hat számot választjuk ki, amelyet aztán kisorsolnak.

- 5 találat: a kihúzott 6 számból választunk ki 5 - öt és a maradék 39 - ből 1 - et.
  Ezek száma: $\binom{6}{5} \cdot \binom{39}{1} = 234$

- 4 találat: a kihúzott 6 számból választunk ki 4 - et és a maradék 39 - ből 2 - t.
  Ezek száma: $\binom{6}{4} \cdot \binom{39}{2} = 11\ 115$

- 3 találat: a kihúzott 6 számból választunk ki 3 - at és a maradék 39 - ből 3 - at.
  Ezek száma: $\binom{6}{3} \cdot \binom{39}{3} = 182\ 780$

- 2 találat: a kihúzott 6 számból választunk ki 2 - t és a maradék 39 - ből 4 - et.
  Ezek száma: $\binom{6}{2} \cdot \binom{39}{4} = 1\ 233\ 765$

- 1 találat: a kihúzott 6 számból választunk ki 1 - et és a maradék 39 - ből 5 - öt.
  Ezek száma: $\binom{6}{1} \cdot \binom{39}{5} = 3\ 454\ 542$

- 0 találat: a 39 ki nem húzott számból választunk ki 6 - ot.
  Ezek száma: $\binom{39}{6} = 3\ 262\ 623$

Ebből következik az **egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:**

- 6 találat valószínűsége: $\frac{1}{8\ 145\ 060} = 0{,}0000001277\ (0{,}00001277\ \%)$
- 5 találat valószínűsége: $\frac{234}{8\ 145\ 060} = 0{,}000028729\ (0{,}0028729\ \%)$
- 4 találat valószínűsége: $\frac{11\ 115}{8\ 145\ 060} = 0{,}0013646\ (0{,}13646\ \%)$
- 3 találat valószínűsége: $\frac{182\ 780}{8\ 145\ 060} = 0{,}02244\ (2{,}244\ \%)$
- 2 találat valószínűsége: $\frac{1\ 233\ 765}{8\ 145\ 060} = 0{,}15147\ (15{,}147\ \%)$
- 1 találat valószínűsége: $\frac{3\ 454\ 542}{8\ 145\ 060} = 0{,}4241\ (42{,}41\ \%)$
- 0 találat valószínűsége: $\frac{3\ 262\ 623}{8\ 145\ 060} = 0{,}40056\ (40{,}056\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| **6 találat** | **5 találat** | **4 találat** | **3 találat** |
|---|---|---|---|
| 1 : 8 145 060 | 1 : 34 808 | 1 : 733 | 1 : 45 |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor 43 949 268 darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{194\ 130}{8\ 145\ 060} \approx 1{:}\,42$, tehát átlagosan minden 42. szelvény nyer.

# Joker

A Joker során 0 -tól 9 - ig hat számot sorsolnak ki úgy, hogy egy számot többször is kihúzhatnak. A megjátszott számunkkal akkor nyerünk, ha visszafele az utolsó $2, 3, 4, 5$ vagy 6 számjegye megegyezik a kisorsolt szám megfelelő számjegyeivel. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Tekintsük először azt az esetet, amikor csak az utolsó számjegy egyezik. Ekkor az összes eset 10 (0 - tól 9 - ig választunk ki egy számot), míg a kedvező eset 1 (amennyiben a mi számjegyünket húzzák ki). Ennek az esélye tehát: $\frac{1}{10} = 0{,}1$ (10 %).

Ezt követően nézzük meg mennyi az esélye annak, hogy egyezik az utolsó két számjegy. Az utolsó számjegy egyezésének esélye $\frac{1}{10}$, de az utolsó előtti számjegy egyezésének esélye is $\frac{1}{10}$ lesz. Annak esélye, hogy egyszerre teljesül mindkettő: $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ (1 %).

Ebből következik a többi találat valószínűsége is:

- 3 találat esélye: $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$ $(0{,}1\ \%)$
- 4 találat esélye: $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$ $(0{,}01\ \%)$
- 5 találat esélye: $\frac{1}{100\,000} = 0{,}00001$ $(0{,}001\ \%)$
- 6 találat esélye: $\frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}000001$ $(0{,}0001\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| 6 találat | 5 találat | 4 találat | 3 találat | 2 találat |
|---|---|---|---|---|
| $1 : 1\,000\,000$ | $1 : 100\,000$ | $1 : 10\,000$ | $1 : 1\,000$ | $1 : 100$ |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor $43\,949\,268$ darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{11\,111}{1\,000\,000} \approx 1 : 90$, tehát átlagosan minden 90. szelvény nyer.

# Puttó

A puttó során két különböző mezőt kell megjátszanunk. Az $A$ mezőben le kell húznunk 1 - től 20 - ig 8 darab számot, míg a $B$ mezőnél 1 - től 4 - ig kell választanunk egy számot. Akkor nyerünk a szelvényünkkel, ha az $A$ mezőben és a $B$ mezőben elért találatok száma legalább 5. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Az **összes eset** számát úgy kapjuk meg, hogy az $A$ mezőben a 20 számból kiválasztunk 8 - at (a sorrend nem számít), majd a $B$ mezőben 4 számból választunk 1 - et. Ezek száma: $\binom{20}{8} \cdot \binom{4}{1} = 503\,880$.

A **kedvező esetek** száma pedig a következőképpen adódik:

- se az $A$, se a $B$ mezőben nem találunk el számot: $\binom{12}{8} \cdot \binom{3}{1} = 1\,485$
- az $A$ - ban nem találunk el számot, de a $B$ mezőt eltaláljuk: $\binom{12}{8} = 495$
- az $A$ - ban 1 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{1} \cdot \binom{12}{7} \cdot \binom{3}{1} = 19\,008$
- az $A$ - ban 1 számot eltalálunk, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{1} \cdot \binom{12}{7} = 6\,336$
- az $A$ - ban 2 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{2} \cdot \binom{12}{6} \cdot \binom{3}{1} = 77\,616$
- az $A$ - ban 2 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{2} \cdot \binom{12}{6} = 25\,872$
- az $A$ - ban 3 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{3} \cdot \binom{12}{5} \cdot \binom{3}{1} = 133\,056$
- az $A$ - ban 3 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{3} \cdot \binom{12}{5} = 44\,352$
- az $A$ - ban 4 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{4} \cdot \binom{12}{4} \cdot \binom{3}{1} = 103\,950$
- az $A$ - ban 4 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{4} \cdot \binom{12}{4} = 34\,650$
- az $A$ - ban 5 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{5} \cdot \binom{12}{3} \cdot \binom{3}{1} = 36\,960$
- az $A$ - ban 5 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{5} \cdot \binom{12}{3} = 12\,320$
- az $A$ - ban 6 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{6} \cdot \binom{12}{2} \cdot \binom{3}{1} = 5\,544$
- az $A$ - ban 6 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{6} \cdot \binom{12}{2} = 1\,848$
- az $A$ - ban 7 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: $\binom{8}{7} \cdot \binom{12}{1} \cdot \binom{3}{1} = 288$
- az $A$ - ban 7 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: $\binom{8}{7} \cdot \binom{12}{1} = 96$
- az $A$ - ban 8 számot találunk el, s a $B$ mezőt nem találjuk el: 3
- az $A$ - ban 8 számot találunk el, s a $B$ mezőt is eltaláljuk: 1

Ebből következik az **egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:**

- $0+0$ találat esetén: $\frac{1\,485}{503\,880} = 0{,}002947\ (0{,}2947\ \%)$
- $0+1$ találat esetén: $\frac{495}{503\,880} = 0{,}0009825\ (0{,}09825\ \%)$
- $1+0$ találat esetén: $\frac{19\,008}{503\,880} = 0{,}03772\ (3{,}772\ \%)$
- $1+1$ találat esetén: $\frac{6\,336}{503\,880} = 0{,}01257\ (1{,}257\ \%)$
- $2+0$ találat esetén: $\frac{77\,616}{503\,880} = 0{,}154\ (15{,}4\ \%)$
- $2+1$ találat esetén: $\frac{25\,872}{503\,880} = 0{,}0513\ (5{,}13\ \%)$
- $3+0$ találat esetén: $\frac{133\,056}{503\,880} = 0{,}264\ (26{,}4\ \%)$
- $3+1$ találat esetén: $\frac{44\,352}{503\,880} = 0{,}08802\ (8{,}802\ \%)$
- $4+0$ találat esetén: $\frac{103\,950}{503\,880} = 0{,}206\ (20{,}6\ \%)$
- $4+1$ találat esetén: $\frac{34\,650}{503\,880} = 0{,}068766\ (6{,}8766\ \%)$
- $5+0$ találat esetén: $\frac{36\,960}{503\,880} = 0{,}07335\ (7{,}335\ \%)$
- $5+1$ találat esetén: $\frac{12\,320}{503\,880} = 0{,}02445\ (2{,}445\ \%)$
- $6+0$ találat esetén: $\frac{5\,544}{503\,880} = 0{,}011\ (1{,}1\ \%)$
- $6+1$ találat esetén: $\frac{1\,848}{503\,880} = 0{,}0036675\ (0{,}36675\ \%)$
- $7+0$ találat esetén: $\frac{288}{503\,880} = 0{,}00057156\ (0{,}057156\ \%)$
- $7+1$ találat esetén: $\frac{96}{503\,880} = 0{,}00019052\ (0{,}019052\ \%)$
- $8+0$ találat esetén: $\frac{3}{503\,880} = 0{,}00000595\ (0{,}000595\ \%)$
- $8+1$ találat esetén: $\frac{1}{503\,880} = 0{,}00000198\ (0{,}000198\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| | |
|---|---|
| **4 + 1 találat** | 1 : 15 |
| **5 + 0 találat** | 1 : 14 |
| **5 + 1 találat** | 1 : 41 |
| **6 + 0 találat** | 1 : 91 |
| **6 + 1 találat** | 1 : 273 |
| **7 + 0 találat** | 1 : 1 750 |
| **7 + 1 találat** | 1 : 5 249 |
| **8 + 0 találat** | 1 : 167 960 |
| **8 + 1 találat** | 1 : 503 880 |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor $503\,880$ darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{91\,710}{503\,880} \approx 1:6$, tehát átlagosan minden 6. szelvény nyer.

# Kenó

A Kenó sorsoláson 80 számból húznak ki 20 - at. A szelvényünkön 1 - től 10 - ig játszhatunk meg számokat. Amennyiben több számot játszunk meg, akkor nem feltétlen kell minden számunknak találnia, hanem néhány hiba esetén is nyerhetünk. A **nyerések** az alábbi táblázat szerint alakulnak (a megjátszott tétet a táblázatban szereplő számmal szorozzuk):

| Találatok száma | Játéktípus (megjátszott számok száma) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **10** | **9** | **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| **10** | 1 000 000 | | | | | | | | | |
| **9** | 8 000 $x$ | 100 000 $x$ | | | | | | | | |
| **8** | 350 $x$ | 1 200 $x$ | 20 000 $x$ | | | | | | | |
| **7** | 30 $x$ | 100 $x$ | 350 $x$ | 5 000 $x$ | | | | | | |
| **6** | 3 $x$ | 12 $x$ | 25 $x$ | 60 $x$ | 500 $x$ | | | | | |
| **5** | 1 $x$ | 3 $x$ | 5 $x$ | 6 $x$ | 20 $x$ | 200 $x$ | | | | |
| **4** | | | | 1 $x$ | 3 $x$ | 10 $x$ | 100 $x$ | | | |
| **3** | | | | | | 2 $x$ | 2 $x$ | 15 $x$ | | |
| **2** | | | | | | | | 1 $x$ | 6 $x$ | |
| **1** | | | | | | | | | | 2 $x$ |
| **0** | 1 $x$ | 1 $x$ | 1 $x$ | 1 $x$ | 1 $x$ | | | | | |

Attól függően, hogy mennyi számot játszunk, nézzük meg az egyes találatok esélyeit.

**<u>Egy szám megjátszása esetén:</u>**

Az összes eset $\binom{80}{1} = 80$, mert a 80 számból választunk ki 1 darabot.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 1 találat: $\binom{20}{1} = 20$
- 0 találat: $\binom{60}{1} = 60$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 1 találat: $\frac{20}{80} = 0{,}25\ (25\ \%)$
- 0 találat: $\frac{60}{80} = 0{,}75\ (75\ \%)$

**Két szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{2} = 3\,160$, mert a 80 számból választunk ki 2 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít. A kedvező eset a találat számától függően:

- 2 találat: $\binom{20}{2} = 190$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{1} = 1200 \rightarrow$ a kisorsolt 20 - ból és a maradék 60 - ból is 1 - et nézünk
- 0 találat: $\binom{60}{2} = 1\,770$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 2 találat: $\frac{190}{3\,160} = 0{,}0601\ (6{,}01\ \%)$
- 1 találat: $\frac{1\,200}{3\,160} = 0{,}3797\ (37{,}97\ \%)$
- 0 találat: $\frac{1\,770}{3\,160} = 0{,}5601\ (56{,}01\ \%)$

**Három szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{3} = 82\,160$, mert a 80 számból választunk ki 3 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít. A kedvező eset a találat számától függően:

- 3 találat: $\binom{20}{3} = 1\,140$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{1} = 11\,400$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{2} = 35\,400$
- 0 találat: $\binom{60}{3} = 34\,220$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 3 találat: $\frac{1\,140}{82\,160} = 0{,}013875\ (1{,}3875\ \%)$
- 2 találat: $\frac{11\,400}{82\,160} = 0{,}13875\ (13{,}875\ \%)$
- 1 találat: $\frac{35\,400}{82\,160} = 0{,}4308666\ (43{,}08666\ \%)$
- 0 találat: $\frac{34\,220}{82\,160} = 0{,}4165\ (41{,}65\ \%)$

**Négy szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{4} = 1\,581\,580$, mert a 80 számból választunk ki 4 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 4 találat: $\binom{20}{4} = 4\,845$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{1} = 68\,400$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{2} = 336\,300$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{3} = 684\,400$
- 0 találat: $\binom{60}{4} = 487\,635$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 4 találat: $\frac{4\,845}{1\,581\,580} = 0{,}003063\ (0{,}3063\ \%)$
- 3 találat: $\frac{68\,400}{1\,581\,580} = 0{,}0432\ (4{,}32\ \%)$
- 2 találat: $\frac{336\,300}{1\,581\,580} = 0{,}212635\ (21{,}2635\ \%)$
- 1 találat: $\frac{684\,400}{1\,581\,580} = 0{,}43273\ (43{,}273\ \%)$
- 0 találat: $\frac{487\,635}{1\,581\,580} = 0{,}30832\ (30{,}832\ \%)$

**Öt szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{5} = 24\,040\,016$, mert a 80 számból választunk ki 5 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 5 találat: $\binom{20}{5} = 15\,504$
- 4 találat: $\binom{20}{4} \cdot \binom{60}{1} = 290\,700$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{2} = 2\,017\,800$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{3} = 6\,501\,800$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{4} = 9\,752\,700$
- 0 találat: $\binom{60}{5} = 5\,461\,512$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 5 találat: $\frac{15\,504}{24\,040\,016} = 0{,}0006449\ (0{,}06449\ \%)$
- 4 találat: $\frac{290\,700}{24\,040\,016} = 0{,}01209\ (1{,}209\ \%)$
- 3 találat: $\frac{2\,017\,800}{24\,040\,016} = 0{,}083935\ (8{,}3935\ \%)$
- 2 találat: $\frac{6\,501\,800}{24\,040\,016} = 0{,}270457\ (27{,}0457\ \%)$
- 1 találat: $\frac{9\,752\,700}{24\,040\,016} = 0{,}405686\ (40{,}5686\ \%)$
- 0 találat: $\frac{5\,461\,512}{24\,040\,016} = 0{,}227184\ (22{,}7184\ \%)$

**Hat szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{6} = 300\,500\,200$, mert a 80 számból választunk ki 6 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 6 találat: $\binom{20}{6} = 38\,760$
- 5 találat: $\binom{20}{5} \cdot \binom{60}{1} = 930\,240$
- 4 találat: $\binom{20}{4} \cdot \binom{60}{2} = 8\,575\,650$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{3} = 39\,010\,800$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{4} = 92\,650\,650$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{5} = 109\,230\,240$
- 0 találat: $\binom{60}{6} = 50\,063\,860$

Így az egyes lehetőségek bekövetkezésének valószínűsége:

- 6 találat: $\frac{38\,760}{300\,500\,200} = 0{,}00012898\ (0{,}012898\ \%)$
- 5 találat: $\frac{930\,240}{300\,500\,200} = 0{,}0030956\ (0{,}30956\ \%)$
- 4 találat: $\frac{8\,575\,650}{300\,500\,200} = 0{,}0285379\ (2{,}85379\ \%)$
- 3 találat: $\frac{39\,010\,800}{300\,500\,200} = 0{,}1298195\ (12{,}98195\ \%)$
- 2 találat: $\frac{92\,650\,650}{300\,500\,200} = 0{,}30832\ (30{,}832\ \%)$
- 1 találat: $\frac{109\,230\,240}{300\,500\,200} = 0{,}3634947\ (36{,}34947\ \%)$
- 0 találat: $\frac{50\,063\,860}{300\,500\,200} = 0{,}1666\ (16{,}66\ \%)$

**Hét szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{7} = 3\,176\,716\,400$, mert a 80 számból választunk ki 7 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 7 találat: $\binom{20}{7} = 77\,520$
- 6 találat: $\binom{20}{6} \cdot \binom{60}{1} = 2\,325\,600$
- 5 találat: $\binom{20}{5} \cdot \binom{60}{2} = 27\,442\,080$
- 4 találat: $\binom{20}{4} \cdot \binom{60}{3} = 165\,795\,900$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{4} = 555\,903\,900$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{5} = 1\,037\,687\,280$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{6} = 1\,001\,277\,200$
- 0 találat: $\binom{60}{7} = 386\,206\,920$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 7 találat: $\frac{77\,520}{3\,176\,716\,400} = 0{,}0000244$ $(0{,}00244\ \%)$
- 6 találat: $\frac{2\,325\,600}{3\,176\,716\,400} = 0{,}000732$ $(0{,}0732\ \%)$
- 5 találat: $\frac{27\,442\,080}{3\,176\,716\,400} = 0{,}0086385$ $(0{,}86385\ \%)$
- 4 találat: $\frac{165\,795\,900}{3\,176\,716\,400} = 0{,}05219$ $(5{,}219\ \%)$
- 3 találat: $\frac{555\,903\,900}{3\,176\,716\,400} = 0{,}174993$ $(17{,}4993\ \%)$
- 2 találat: $\frac{1\,037\,687\,280}{3\,176\,716\,400} = 0{,}326654$ $(32{,}6654\ \%)$
- 1 találat: $\frac{1\,001\,277\,200}{3\,176\,716\,400} = 0{,}31519$ $(31{,}519\ \%)$
- 0 találat: $\frac{386\,206\,920}{3\,176\,716\,400} = 0{,}121574$ $(12{,}1574\ \%)$

**Nyolc szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{8} = 28\,987\,537\,150$, mert a 80 számból választunk ki 8 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 8 találat: $\binom{20}{8} = 125\,970$
- 7 találat: $\binom{20}{7} \cdot \binom{60}{1} = 4\,651\,200$
- 6 találat: $\binom{20}{6} \cdot \binom{60}{2} = 68\,605\,200$
- 5 találat: $\binom{20}{5} \cdot \binom{60}{3} = 530\,546\,880$
- 4 találat: $\binom{20}{4} \cdot \binom{60}{4} = 2\,362\,591\,575$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{5} = 6\,226\,123\,680$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{6} = 9\,512\,133\,400$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{7} = 7\,724\,138\,400$
- 0 találat: $\binom{60}{8} = 2\,558\,620\,845$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 8 találat: $\frac{125\,970}{28\,987\,537\,150} = 0{,}00000434566\ (0{,}000434566\ \%)$
- 7 találat: $\frac{4\,651\,200}{28\,987\,537\,150} = 0{,}000160455\ (0{,}0160455\ \%)$
- 6 találat: $\frac{68\,605\,200}{28\,987\,537\,150} = 0{,}0023667\ (0{,}23667\ \%)$
- 5 találat: $\frac{530\,546\,880}{28\,987\,537\,150} = 0{,}0183\ (1{,}83\ \%)$
- 4 találat: $\frac{2\,362\,591\,575}{28\,987\,537\,150} = 0{,}0815037\ (8{,}15037\ \%)$
- 3 találat: $\frac{6\,226\,123\,680}{28\,987\,537\,150} = 0{,}214786\ (21{,}4786\ \%)$
- 2 találat: $\frac{9\,512\,133\,400}{28\,987\,537\,150} = 0{,}3281456\ (32{,}81456\ \%)$
- 1 találat: $\frac{7\,724\,138\,400}{28\,987\,537\,150} = 0{,}266464\ (26{,}6464\ \%)$
- 0 találat: $\frac{2\,558\,620\,845}{28\,987\,537\,150} = 0{,}088266\ (8{,}8266\ \%)$

**Kilenc szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{9} = 231\,900\,297\,200$, mert a 80 számból választunk ki 9 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találat számától függően:

- 9 találat: $\binom{20}{9} = 167\,960$
- 8 találat: $\binom{20}{8} \cdot \binom{60}{1} = 7\,558\,200$
- 7 találat: $\binom{20}{7} \cdot \binom{60}{2} = 137\,210\,400$
- 6 találat: $\binom{20}{6} \cdot \binom{60}{3} = 1\,326\,367\,200$
- 5 találat: $\binom{20}{5} \cdot \binom{60}{4} = 7\,560\,293\,040$
- 4 találat: $\binom{20}{4} \cdot \binom{60}{5} = 26\,461\,025\,640$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{6} = 57\,072\,800\,400$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{7} = 73\,379\,314\,800$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{8} = 51\,172\,416\,900$
- 0 találat: $\binom{60}{9} = 14\,783\,142\,660$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 9 találat: $\frac{167\,960}{231\,900\,297\,200} = 0{,}000000724\ (0{,}0000724\ \%)$
- 8 találat: $\frac{7\,558\,200}{231\,900\,297\,200} = 0{,}00003259\ (0{,}003259\ \%)$
- 7 találat: $\frac{137\,210\,400}{231\,900\,297\,200} = 0{,}0005916784\ (0{,}05916784\ \%)$
- 6 találat: $\frac{1\,326\,367\,200}{231\,900\,297\,200} = 0{,}005719558\ (0{,}5719558\ \%)$
- 5 találat: $\frac{7\,560\,293\,040}{231\,900\,297\,200} = 0{,}0326\ (3{,}26\ \%)$
- 4 találat: $\frac{26\,461\,025\,640}{231\,900\,297\,200} = 0{,}1141\ (11{,}41\ \%)$
- 3 találat: $\frac{57\,072\,800\,400}{231\,900\,297\,200} = 0{,}246109\ (24{,}6109\ \%)$
- 2 találat: $\frac{73\,379\,314\,800}{231\,900\,297\,200} = 0{,}316426\ (31{,}6426\ \%)$
- 1 találat: $\frac{51\,172\,416\,900}{231\,900\,297\,200} = 0{,}220665\ (22{,}0665\ \%)$
- 0 találat: $\frac{14\,783\,142\,660}{231\,900\,297\,200} = 0{,}0637478\ (6{,}37478\ \%)$

**Tíz szám megjátszása esetén:**

Az összes eset $\binom{80}{10} = 1\,646\,492\,110\,000$, mert a 80 számból választunk ki 10 darabot úgy, hogy ismétlés nem lehetséges és a sorrend nem számít.

A kedvező eset a találatoktól függően:

- 10 találat: $\binom{20}{10} = 184\,756$
- 9 találat: $\binom{20}{9} \cdot \binom{60}{1} = 10\,077\,600$
- 8 találat: $\binom{20}{8} \cdot \binom{60}{2} = 222\,966\,900$
- 7 találat: $\binom{20}{7} \cdot \binom{60}{3} = 2\,652\,734\,400$
- 6 találat: $\binom{20}{6} \cdot \binom{60}{4} = 18\,900\,732\,600$
- 5 találat: $\binom{20}{5} \cdot \binom{60}{5} = 84\,675\,282\,050$
- 4 találat: $\binom{20}{4} \cdot \binom{60}{6} = 242\,559\,401\,700$
- 3 találat: $\binom{20}{3} \cdot \binom{60}{7} = 57\,072\,800\,400$
- 2 találat: $\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{8} = 486\,137\,960\,600$
- 1 találat: $\binom{20}{1} \cdot \binom{60}{9} = 295\,662\,853\,200$
- 0 találat: $\binom{60}{10} = 75\,394\,027\,570$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 10 találat: $\frac{184\,756}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}00000011221\ (0{,}000011221\ \%)$
- 9 találat: $\frac{10\,077\,600}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}0000061206\ (0{,}00061206\ \%)$
- 8 találat: $\frac{222\,966\,900}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}000135419\ (0{,}0135419\ \%)$
- 7 találat: $\frac{2\,652\,734\,400}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}001611143\ (0{,}1611143\ \%)$
- 6 találat: $\frac{18\,900\,732\,600}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}011479\ (1{,}1479\ \%)$
- 5 találat: $\frac{84\,675\,282\,050}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}0514\ (5{,}14\ \%)$
- 4 találat: $\frac{242\,559\,401\,700}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}1473\ (14{,}73\ \%)$
- 3 találat: $\frac{57\,072\,800\,400}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}34663\ (34{,}663\ \%)$
- 2 találat: $\frac{486\,137\,960\,600}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}29525678\ (29{,}525678\ \%)$
- 1 találat: $\frac{295\,662\,853\,200}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}179571\ (17{,}9571\ \%)$
- 0 találat: $\frac{75\,394\,027\,570}{1\,646\,492\,110\,000} = 0{,}04579\ (4{,}579\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **10** | 1 : 8 911 711 | | | | | | | | | |
| **9** | 1 : 163 381 | 1 : 1 380 688 | | | | | | | | |
| **8** | 1 : 7 384 | 1 : 30 682 | 1 : 230 115 | | | | | | | |
| **7** | 1 : 621 | 1 : 1 690 | 1 : 6 232 | 1 : 40 979 | | | | | | |
| **6** | 1 : 87 | 1 : 175 | 1 : 423 | 1 : 1 366 | 1 : 7 753 | | | | | |
| **5** | 1 : 19 | 1 : 31 | 1 : 55 | 1 : 116 | 1 : 323 | 1 : 1 551 | | | | |
| **4** | | | | 1 : 19 | 1 : 35 | 1 : 83 | 1 : 326 | | | |
| **3** | | | | | | 1 : 12 | 1 : 23 | 1 : 72 | | |
| **2** | | | | | | | | 1 : 7 | 1 : 17 | |
| **1** | | | | | | | | | | 1 : 4 |
| **0** | 1 : 22 | 1 : 16 | 1 : 11 | 1 : 8 | 1 : 6 | | | | | |

Továbbá az egyes játéktípusok során a **nyerési lehetőségek valószínűsége**:

| **Játéktípus** | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **10** | **9** | **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 11,02 % | 10,25 % | 10,89 % | 18,29 % | 19,82 % | 9,65 % | 4,63 % | 15,25 % | 6,01 % | 25 % |

Látható, hogy a legnagyobb nyereményhez 8 911 711 darab szelvényt kellene kitöltenünk. Illetve akkor a legnagyobb az esélyünk a nyerésre, ha 1 számot játszunk meg (25 %), mert akkor átlagosan minden 4. szelvény nyer.

# Skandináv lottó

A skandináv lottó sorsoláson 1 - től 35 - ig húznak ki 7 darab számot. Ezt kétszer végzik el, először kézzel, majd pedig géppel sorsolnak, így egy szelvényünk két sorsoláson is részt vesz. Akkor nyerünk, ha valamelyik húzásnál legalább 4 találatunk lesz. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Az egyes valószínűségeket itt megbonyolítja a két sorsolás. Az **összes eset** számát a következőképpen számíthatjuk ki: 35 darab számból ki kell választanunk 7 darabot, úgy hogy egy számot csak egyszer választhatunk és a sorrend nem számít a kiválasztás során. Tehát az összes lehetséges kiválasztás száma: $\binom{35}{7} = 6\,724\,520$.

A **kedvező esetek** száma pedig a következőképpen adódik (az első húzás során):

- 7 találat: 1, ha pont azokat húztuk le mi is, amit végül kisorsoltak
- 6 találat: $\binom{7}{6} \cdot \binom{28}{1} = 196$
- 5 találat: $\binom{7}{5} \cdot \binom{28}{2} = 7\,938$
- 4 találat: $\binom{7}{4} \cdot \binom{28}{3} = 114\,660$
- 3 találat: $\binom{7}{3} \cdot \binom{28}{4} = 716\,625$
- 2 találat: $\binom{7}{2} \cdot \binom{28}{5} = 2\,063\,880$
- 1 találat: $\binom{7}{1} \cdot \binom{28}{6} = 2\,637\,180$
- 0 találat: $\binom{28}{7} = 1\,184\,040$

Mivel a második sorsolás ugyanúgy zajlik, mint az első, így ott is ezek a számok adódnak a kedvező és összes esetek során. Ebből adódik, hogy az első sorsolás esetén adódó valószínűséget kétszer kell számolnunk, így megkapjuk a **két sorsolás utáni esélyeket**:

- 7 találat: $\frac{1}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}0000002974$ (0,00002974 %)
- 6 találat: $\frac{196}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}000058294$ (0,0058294 %)
- 5 találat: $\frac{7\,938}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}002360912$ (0,2360912 %)
- 4 találat: $\frac{114\,660}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}034102$ (3,4102 %)

- 3 találat: $\frac{716\,625}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}2131\ (21{,}31\ \%)$
- 2 találat: $\frac{2\,063\,880}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}613837\ (61{,}3837\ \%)$
- 1 találat: $\frac{2\,637\,180}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}784347\ (78{,}4347\ \%)$
- 0 találat: $\frac{1\,184\,040}{6\,724\,520} \cdot 2 = 0{,}35215\ (35{,}215\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| **7 találat** | **6 találat** | **5 találat** | **4 találat** |
|---|---|---|---|
| $1 : 3\,362\,260$ | $1 : 17\,154$ | $1 : 424$ | $1 : 29$ |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor $6\,724\,520$ darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{245\,590}{6\,724\,520} \approx 1 : 27$, tehát átlagosan minden $27$. szelvény nyer.

# Totó

A totó során előre megadott $14\ (13 + 1)$ meccs végeredményét kell eltalálnunk aszerint, hogy ki lesz a győztes. Így mindig 3 lehetőségből választhatunk: hazai, döntetlen, vendég. A 14. meccset csak akkor tekintjük, ha az előtte levő $13$ - ra sikeresen tippeltünk. Ebből következik, hogy egy meccs esetén a jó tipp esélye $\frac{1}{3} \approx 0{,}333\ (33{,}3\ \%)$, míg annak a valószínűsége, hogy rossz kimenetelre voksolunk $\frac{2}{3} \approx\ 0{,}667\ (66{,}7\ \%)$. A játék során akkor nyerünk, ha legalább $10$ meccs végeredményét eltaláljuk. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Az **összes eset** $3^{13} = 1\,594\,323$ a plusz meccset nem tekintve, mert 3 lehetséges kimenetel közül kell választanunk $13$ - szor, a kimenetelek ismétlődhetnek és a sorrend számít. A plusz meccs esetén pedig $3^{14} = 4\,782\,969$.

A **kedvező esetek** száma pedig a következőképpen adódik:

- $13 + 1$ találat: $1$
- $13$ találat: $1$
- $12$ találat: $\binom{13}{1} \cdot 2 = 26 \rightarrow$ a hibázás esetén két kimenetelből választhatunk
- $11$ találat: $\binom{13}{2} \cdot 2^2 = 312$
- $10$ találat: $\binom{13}{3} \cdot 2^3 = 2\,288$
- $9$ találat: $\binom{13}{4} \cdot 2^4 = 11\,440$
- $8$ találat: $\binom{13}{5} \cdot 2^5 = 41\,184$
- $7$ találat: $\binom{13}{6} \cdot 2^6 = 109\,824$
- $6$ találat: $\binom{13}{7} \cdot 2^7 = 219\,648$
- $5$ találat: $\binom{13}{8} \cdot 2^8 = 329\,472$
- $4$ találat: $\binom{13}{9} \cdot 2^9 = 366\,080$
- $3$ találat: $\binom{13}{10} \cdot 2^{10} = 292\,864$
- $2$ találat: $\binom{13}{11} \cdot 2^{11} = 159\,744$
- $1$ találat: $\binom{13}{12} \cdot 2^{12} = 53\,248$
- $0$ találat: $2^{13} = 8\,192$

Ebből következik az egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:

- 13 + 1 találatnak az esélye: $\frac{1}{4\,782\,969} = 0{,}000000209075$ $(0{,}0000209075\ \%)$
- 13 találatnak az esélye: $\frac{1}{1\,594\,323} = 0{,}0000006272$ $(0{,}00006272\ \%)$
- 12 találatnak az esélye: $\frac{26}{1\,594\,323} = 0{,}00001630786$ $(0{,}001630786\ \%)$
- 11 találatnak az esélye: $\frac{312}{1\,594\,323} = 0{,}000195694$ $(0{,}0195694\ \%)$
- 10 találatnak az esélye: $\frac{2\,288}{1\,594\,323} = 0{,}00143509$ $(0{,}143509\ \%)$
- 9 találatnak az esélye: $\frac{11\,440}{1\,594\,323} = 0{,}0071754$ $(0{,}71754\ \%)$
- 8 találatnak az esélye: $\frac{41\,184}{1\,594\,323} = 0{,}02583$ $(2{,}583\ \%)$
- 7 találatnak az esélye: $\frac{109\,824}{1\,594\,323} = 0{,}068888$ $(6{,}8888\ \%)$
- 6 találatnak az esélye: $\frac{219\,648}{1\,594\,323} = 0{,}1377688$ $(13{,}77688\ \%)$
- 5 találatnak az esélye: $\frac{329\,472}{1\,594\,323} = 0{,}206653$ $(20{,}6653\ \%)$
- 4 találatnak az esélye: $\frac{366\,080}{1\,594\,323} = 0{,}2296147$ $(22{,}96147\ \%)$
- 3 találatnak az esélye: $\frac{292\,864}{1\,594\,323} = 0{,}18369$ $(18{,}369\ \%)$
- 2 találatnak az esélye: $\frac{159\,744}{1\,594\,323} = 0{,}1001955$ $(10{,}01955\ \%)$
- 1 találatnak az esélye: $\frac{53\,248}{1\,594\,323} = 0{,}0333985$ $(3{,}33985\ \%)$
- 0 találatnak az esélye: $\frac{8\,192}{1\,594\,323} = 0{,}005138231$ $(0{,}5138231\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| **13 + 1 találat** | **13 találat** | **12 találat** | **11 találat** | **10 találat** |
|---|---|---|---|---|
| 1 : 4 782 969 | 1 : 1 594 323 | 1 : 61 320 | 1 : 5 110 | 1 : 697 |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor 4 782 969 darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{7\,882}{4\,782\,969} \approx 1:607$, tehát átlagosan minden 607. szelvény nyer.

# Tippmix

A tippmix során egy adott kínálatból választhatunk ki néhány (maximum 14) meccset, s amennyiben az összes megjelölt meccs kimenetelét eltaláltuk, akkor a befizetett tétnek annyi szeresét nyerjük, amennyi az oddsok szorzataként keletkezik. A játék során azonban lehetőség van úgy is tippelni (kombinált szelvénnyel), hogy megengedünk bizonyos hiba mennyiséget, ekkor azonban a tétnél nagyobb összeget kell befizetnünk. Nézzük meg néhány konkrét példán, mitől függ, hogy a tétünknek mennyi szeresét kell befizetnünk egy ilyen játék során.

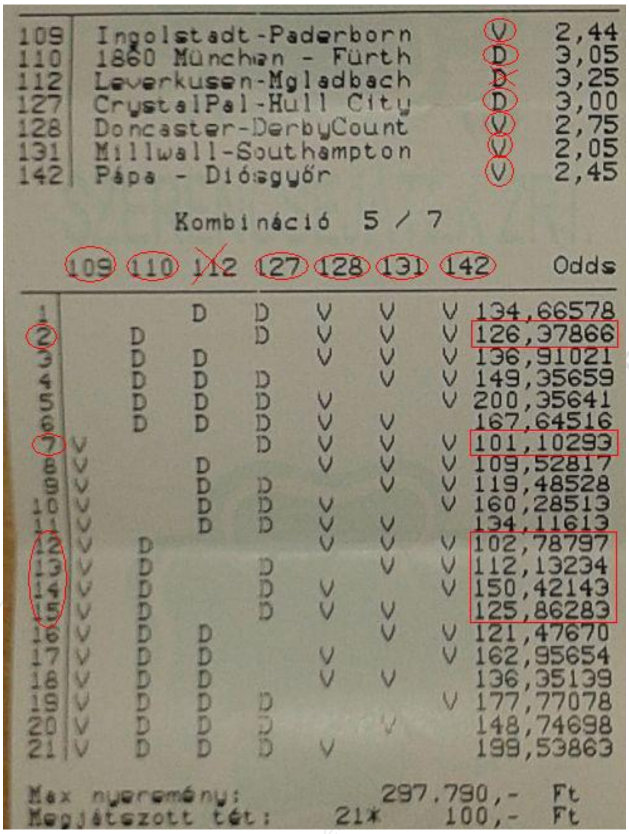
**4 / 3:**

Amennyiben ilyet játszunk, akkor a tétünk 4 - szeresét kell befizetnünk. Ekkor nemcsak a telitalálat fizet, hanem már 3 találat esetén is nyerünk, s a jól megtippelt kimenetel oddsát szorozzuk össze a tétünkkel. A 4 – es szorzó abból adódik, hogy ezzel a játékkal a telitalálat mellett még 4 eseményt is lefedünk, mert 4 meccsből 3 – at 4 – féleképpen lehet kiválasztani. Amennyiben telitalálatunk van, akkor a sorok szorzóit összeadjuk, s a keletkező összeggel szorozzuk a tétünket.

**6 / 4:**

Amennyiben ilyet játszunk, akkor a tétünk 15 - szörösát kell befizetnünk. Ekkor nemcsak a telitalálat fizet, hanem már 4 találat esetén is nyerünk, s a jól megtippelt kimenetel oddsát szorozzuk össze a tétünkkel. A 15 – ös szorzó abból adódik, hogy ezzel a játékkal a telitalálat mellett még 15 eseményt is lefedünk, mert 6 meccsből 4 – et $\binom{6}{4} = 15$ – féleképpen választhatunk ki (sorrend nem számít). Amennyiben 4 – nél több találatunk van, akkor azon sorok szorzói összeadódnak, ahol minden eredményt eltaláltunk, s az így keletkező összeggel szorozzuk a tétünket.

**Példa:**



| | | | |
|---|---|---|---|
| 109 | Ingolstadt-Paderborn | V | 2,44 |
| 110 | 1860 München - Fürth | D | 3,05 |
| 112 | Leverkusen-Mgladbach | D | 3,25 |
| 127 | CrystalPal-Hull City | D | 3,00 |
| 128 | Doncaster-DerbyCount | V | 2,75 |
| 131 | Millwall-Southampton | V | 2,05 |
| 142 | Pápa - Diósgyőr | V | 2,45 |

Kombináció 5 / 7

| | 109 | 110 | 112 | 127 | 128 | 131 | 142 | Odds |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | D | D | V | V | V | 134,66578 |
| 2 | | D | | D | V | V | V | 126,37866 |
| 3 | | D | D | | V | V | V | 136,91021 |
| 4 | | D | D | D | | V | V | 149,35659 |
| 5 | | D | D | D | V | | V | 200,35641 |
| 6 | | D | D | D | V | V | | 167,64516 |
| 7 | V | | | D | V | V | V | 101,10293 |
| 8 | V | | D | | V | V | V | 109,52817 |
| 9 | V | | D | D | | V | V | 119,48528 |
| 10 | V | | D | D | V | | V | 160,28513 |
| 11 | V | | D | D | V | V | | 134,11613 |
| 12 | V | D | | | V | V | V | 102,78797 |
| 13 | V | D | | D | | V | V | 112,13234 |
| 14 | V | D | | D | V | | V | 150,42143 |
| 15 | V | D | | D | V | V | | 125,86283 |
| 16 | V | D | D | | | V | V | 121,47670 |
| 17 | V | D | D | | V | | V | 162,95654 |
| 18 | V | D | D | | V | V | | 136,35139 |
| 19 | V | D | D | D | | | V | 177,77078 |
| 20 | V | D | D | D | | V | | 148,74698 |
| 21 | V | D | D | D | V | | | 199,53863 |

Max nyeremény: 297.790,- Ft
Megjátszott tét: 21* 100,- Ft

Ebben az esetben 2 100 $Ft$ - ot fizettünk be (tét: 100 $Ft$; 7 / 5 – ös kombináció: $\binom{7}{5} = 21$).

Mivel 7 - ből 6 - ot eltaláltunk, így a nyereményünk: $100 \cdot 718{,}68616 = 71\,870\ Ft$ lesz, ahol $718{,}68616$ a nyertes sorok végén levő oddsok összege.

# Euro Jackpot

Az Euro Jackpot során két különböző mezőt kell megjátszanunk. Az $A$ mezőben le kell húznunk $1$ - től $50$ - ig $5$ darab számot, míg a $B$ mezőnél $1$ - től $10$ - ig kell választanunk $2$ darab számot. Akkor nyerünk a szelvényünkkel, ha az $A$ mezőben és a $B$ mezőben elért találatok száma legalább $3$. Ezek után nézzük meg, hogy mennyi az esélye a különböző találati arányoknak.

Az **összes eset** számát úgy kapjuk meg, hogy az $A$ mezőben a $50$ számból kiválasztunk $5$ - öt (a sorrend nem számít), majd a $B$ mezőben $10$ számból választunk $2$ - t. Ezek száma: $\binom{50}{5} \cdot \binom{10}{2} = 95\,344\,200$.

A **kedvező esetek** száma pedig a következőképpen adódik:

- se az $A$, se a $B$ mezőben nem találunk el számot: $\binom{45}{5} \cdot \binom{8}{2} = 34\,209\,252$
- az $A$ - ban nincs találatunk, de a $B$ - ben $1$ - et eltalálunk: $\binom{45}{5} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1} = 19\,548\,144$
- az $A$ - ban nincs találatunk, de a $B$ - ben $2$ - t eltalálunk: $\binom{45}{5} = 1\,221\,759$
- az $A$ - ban eltalálunk $1$ - et, de a $B$ - ben nincs találatunk: $\binom{5}{1} \cdot \binom{45}{4} \cdot \binom{8}{2} = 20\,859\,300$
- az $A$ - ban és a $B$ – ben is $1$ – et találunk el: $\binom{5}{1} \cdot \binom{45}{4} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1} = 11\,919\,600$
- az $A$ - ban eltalálunk $1$ - et, a $B$ – ben pedig $2$ – t találunk el: $\binom{5}{1} \cdot \binom{45}{4} = 744\,975$
- az $A$ - ban eltalálunk $2$ - t, de a $B$ - ben nincs találatunk: $\binom{5}{2} \cdot \binom{45}{3} \cdot \binom{8}{2} = 3\,973\,200$
- az $A$ - ban eltalálunk $2$ - t, a $B$ – ben pedig $1$ – et találunk el: $\binom{5}{2} \cdot \binom{45}{3} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1} = 2\,270\,400$
- az $A$ - ban és a $B$ – ben is $2$ – t találunk el: $\binom{5}{2} \cdot \binom{45}{3} = 141\,900$
- az $A$ - ban eltalálunk $3$ - at, de a $B$ - ben nincs találatunk: $\binom{5}{3} \cdot \binom{45}{2} \cdot \binom{8}{2} = 277\,200$
- az $A$ - ban eltalálunk $3$ - at, a $B$ – ben pedig $1$ – et találunk el: $\binom{5}{3} \cdot \binom{45}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1} = 158\,400$
- az $A$ - ban eltalálunk $3$ - at, a $B$ – ben pedig $2$ – t találunk el: $\binom{5}{3} \cdot \binom{45}{2} = 9\,900$
- az $A$ - ban eltalálunk $4$ - et, de a $B$ - ben nincs találatunk: $\binom{5}{4} \cdot \binom{45}{1} \cdot \binom{8}{2} = 6\,300$
- az $A$ - ban eltalálunk $4$ - et, a $B$ – ben pedig $1$ – et találunk el: $\binom{5}{4} \cdot \binom{45}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1} = 3\,600$
- az $A$ - ban eltalálunk $4$ - et, a $B$ – ben pedig $2$ – t találunk el: $\binom{5}{4} \cdot \binom{45}{1} = 225$
- az $A$ - ban eltalálunk $5$ - öt, de a $B$ - ben nincs találatunk: $\binom{8}{2} = 28$
- az $A$ - ban eltalálunk $5$ - öt, a $B$ – ben pedig $1$ – et találunk el: $\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1} = 16$
- az $A$ - ban eltalálunk $5$ - öt, a $B$ – ben pedig $2$ – t találunk el: $1$

Ebből következik az **egyes esetek bekövetkezésének valószínűsége:**

- $0+0$ találat esetén: $\frac{34\,209\,252}{95\,344\,200} = 0{,}3587997\ (35{,}88\ \%)$
- $0+1$ találat esetén: $\frac{19\,548\,144}{95\,344\,200} = 0{,}205027\ (20{,}5\ \%)$
- $0+2$ találat esetén: $\frac{1\,221\,759}{95\,344\,200} = 0{,}012814\ (1{,}28\ \%)$
- $1+0$ találat esetén: $\frac{20\,859\,300}{95\,344\,200} = 0{,}2187789\ (21{,}88\ \%)$
- $1+1$ találat esetén: $\frac{11\,919\,600}{95\,344\,200} = 0{,}1250165\ (12{,}5\ \%)$
- $1+2$ találat esetén: $\frac{744\,975}{95\,344\,200} = 0{,}0078135\ (0{,}78\ \%)$
- $2+0$ találat esetén: $\frac{3\,973\,200}{95\,344\,200} = 0{,}041672\ (4{,}17\ \%)$
- $2+1$ találat esetén: $\frac{2\,270\,400}{95\,344\,200} = 0{,}02381\ (2{,}38\ \%)$
- $2+2$ találat esetén: $\frac{141\,900}{95\,344\,200} = 0{,}00148829\ (0{,}15\ \%)$
- $3+0$ találat esetén: $\frac{277\,200}{95\,344\,200} = 0{,}00290736\ (0{,}29\ \%)$
- $3+1$ találat esetén: $\frac{158\,400}{95\,344\,200} = 0{,}0016613\ (0{,}17\ \%)$
- $3+2$ találat esetén: $\frac{9\,900}{95\,344\,200} = 0{,}00010383\ (0{,}01038\ \%)$
- $4+0$ találat esetén: $\frac{6\,300}{95\,344\,200} = 0{,}000066076\ (0{,}0066\ \%)$
- $4+1$ találat esetén: $\frac{3\,600}{95\,344\,200} = 0{,}0000377579\ (0{,}0037758\ \%)$
- $4+2$ találat esetén: $\frac{225}{95\,344\,200} = 0{,}00000235987\ (0{,}000236\ \%)$
- $5+0$ találat esetén: $\frac{28}{95\,344\,200} = 0{,}0000002936728\ (0{,}0000294\ \%)$
- $5+1$ találat esetén: $\frac{16}{95\,344\,200} = 0{,}000000167813\ (0{,}0000168\ \%)$
- $5+2$ találat esetén: $\frac{1}{95\,344\,200} = 0{,}00000001048831\ (0{,}00000105\ \%)$

Ezek alapján a **nyerési esélyek**:

| | |
|---|---|
| $\mathbf{2+1}$ **találat** | $1:42$ |
| $\mathbf{1+2}$ **találat** | $1:128$ |
| $\mathbf{3+0}$ **találat** | $1:344$ |
| $\mathbf{3+1}$ **találat** | $1:602$ |
| $\mathbf{2+2}$ **találat** | $1:672$ |
| $\mathbf{3+2}$ **találat** | $1:9\,631$ |
| $\mathbf{4+0}$ **találat** | $1:15\,134$ |
| $\mathbf{4+1}$ **találat** | $1:26\,485$ |
| $\mathbf{4+2}$ **találat** | $1:423\,752$ |
| $\mathbf{5+0}$ **találat** | $1:3\,405\,150$ |
| $\mathbf{5+1}$ **találat** | $1:5\,959\,013$ |
| $\mathbf{5+2}$ **találat** | $1:95\,344\,200$ |

Látható, hogy amennyiben biztosan telitalálatot szeretnénk elérni, akkor $95\,344\,200$ darab szelvényt kellene kitöltenünk. Továbbá annak az esélye, hogy nyerünk $\frac{3\,612\,945}{95\,344\,200} \approx 1:26$, tehát átlagosan minden 6. szelvény nyer.

# ÖSSZEGZÉS

A szerencsejátékok sorában egyik kedvelt játék továbbá a **Luxor**, ahol 75 számból addig húznak, míg valakinek telitalálata (20 szám) nem lesz. Fentebb azonban ezt nem részleteztem, mert itt nagyban függnek az esélyek a kisorsolt számok mennyiségétől.

A következő táblázatban tekintsük át emelkedő sorrendben azt, hogy a korábban megismert játékok **főnyereményeinek esélyeit**.

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **Puttó** | 1 : 503 880 |
| **2** | **Joker** | 1 : 1 000 000 |
| **3** | **Skandináv lottó** | 1 : 3 362 260 |
| **4** | **Totó** | 1 : 4 782 969 |
| **5** | **Hatos lottó** | 1 : 8 145 060 |
| **6** | **Kenó** | 1 : 8 911 711 |
| **7** | **Ötös lottó** | 1 : 43 949 268 |
| **8** | **Euro Jackpot** | 1 : 95 344 200 |

A következő táblázatban tekintsük át emelkedő sorrendben azt, hogy a korábban megismert játékok **legkisebb nyereményének esélyeit**.

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **Kenó** | 1 : 6 |
| **2** | **Puttó** | 1 : 15 |
| **3** | **Skandináv lottó** | 1 : 29 |
| **4** | **Euró Jackpot** | 1 : 42 |
| **5** | **Ötös lottó** | 1 : 44 |
| **6** | **Hatos lottó** | 1 : 45 |
| **7** | **Joker** | 1 : 100 |
| **8** | **Totó** | 1: 697 |

A következő táblázatban tekintsük át emelkedő sorrendben azt, hogy a korábban megismert játékok során mennyi az esélyünk arra, hogy a **szelvényünk nyertes lesz**.

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **Kenó** | 1 : 4 |
| **2** | **Puttó** | 1 : 6 |
| **3** | **Euro Jackpot** | 1: 26 |
| **4** | **Skandináv lottó** | 1 : 27 |
| **5** | **Hatos lottó** | 1 : 42 |
| **6** | **Ötös lottó** | 1 : 43 |
| **7** | **Joker** | 1 : 90 |
| **8** | **Totó** | 1: 667 |

Fontos megjegyezni, hogy megfelelő hozzáértéssel és a meccsek körülményeinek megvizsgálásával a Tippmix és Totó során az esélyek valamelyest növelhetők.

**<u>Végül egy kis érdekesség:</u>**

Látható, hogy amennyiben minden héten ugyanazokkal a számokkal játszunk (1 szelvényen), s továbbá feltesszük, hogy mindaddig különböző számokat fognak húzni, amíg nem lesz telitalálatunk, akkor ahhoz, hogy biztosan megnyerjük egyszer a főnyereményt az ötös lottón, 845 178 évig és még 12 hétig kellene játszanunk.

Brósch Zoltán