Mértani sorozatok

DEFINÍCIÓ: (Mértani sorozat)
Az (a_n) valós számsorozatot mértani sorozatnak nevezzük, ha van olyan valós szám, amellyel a sorozat bármely tagját megszorozva a következő tagot kapjuk. Jelöléssel: $a_2 = a_1 \cdot q$.

Megjegyzés:

- *A mértani sorozat bármelyik elemének (a másodiktól kezdve) és az azt megelőző tagjának hányadosa állandó.*

- *Ezt az állandó hányadost a sorozat kvóciensének (hányadosának) nevezzük. Jele:* q.

TÉTEL: (Képzési szabály)
Ha egy mértani sorozat első tagja a_1, kvóciense q, akkor n – edik tagja megkapható a következő összefüggés segítségével: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$.

TÉTEL:
A különböző tagokból álló (a_n) mértani sorozat első n elemének összege: $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$.

Megjegyzés:
Amennyiben $q = 1$, *akkor a sorozat első* n *tagjának összege:* $S_n = n \cdot a_1$.

TÉTEL:
A mértani sorozat bármely elemének négyzete (a másodiktól kezdve) egyenlő a tőle szimmetrikusan elhelyezkedő elemek szorzatával. Jelölés: ${a_n}^2 = a_{n-k} \cdot a_{n+k}$.

Megjegyzés:
Bármely elem abszolút értéke (a másodiktól kezdve) egyenlő a tőle szimmetrikusan elhelyezkedő elemek mértani közepével. Jelölés: $|a_n| = \sqrt{a_{n-k} \cdot a_{n+k}}$.

Kamatos - kamat számítása:
Ha T_n – nel jelöljük az n – edik év (vagy más időszak) végén felvehető összeget, T_0 – lal az induló tőkét (a kezdetkor betett összeget), p – vel a százaléklábat (évente ennyi százalékkal növekszik a betett összeg), n – nel az évek (vagy más időszakok) számát, akkor a betett összeg növekedése a következő képlettel írható le: $T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$.

Az értékcsökkenés a következő képlettel írható le: $T_n = T_0 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$.

Megjegyzés:
Ha az éves kamatláb p százalék, akkor az évi k – szori tőkésítés esetén $\frac{p}{k}$ százalékos kamatlábbal számolnak a pénzügyi gyakorlatban.

Gyűjtőjáradék számítása:
Ha minden év elején ugyanakkora T_0 értéket teszünk be a bankba, s ez évente p százalékkal kamatozik, akkor az n – edik év végén felvehető összeg a következő képlettel írható le: $T_n = T_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1}{\frac{p}{100}}$.

Törlesztőrészlet számítása:
Ha egy T_0 nagyságú, p százalékos kamatozású kölcsönt kell visszafizetnünk n év alatt úgy, hogy minden évben ugyanakkora T_n összeget fizetünk vissza, akkor a T_n törlesztő részlet nagysága a következő képlettel írható le: $T_n = T_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot \frac{p}{100}}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1}$.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. (K) A következő sorozatok közül válaszd ki a számtani, illetve a mértani sorozatokat!

$a_n = 8n - 3$ $b_n = \frac{4 - 17n}{9}$ $c_n = \cos(n \cdot \pi)$

$d_n = \frac{n^2 - 25}{n + 5}$ $e_n = \frac{n - 7}{n^2 - 49}$ $f_n = n^2 + 2$

$g_n = (-1)^n$ $h_n = 23 \cdot (-1)^{3n-5}$ $i_n = 11 \cdot 4^{n-3}$

$j_n = \lg(3 \cdot 10^n)$ $k_n = 3n + \sin(3n \cdot \pi)$ $l_n = \sin\frac{n \cdot \pi}{2}$

2. (K) Számítsd ki a következő sorozatok első öt tagjának értékét!

$a_n = 2^n$ $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $c_n = 2^{n+1}$

$d_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^n$ $e_n = (-3)^n$ $f_n = (-1)^n$

3. (K) Van – e olyan mértani sorozat, amelyben a következő teljesül?

A: a hetedik tag negatív és a huszadik tag 0

B: a hetedik tag is és a huszadik tag is negatív

C: az első tag negatív, a hetedik tag pozitív

D: az első tag negatív, a hetedik tag 0

E: az első tag pozitív, a huszadik tag negatív

4. (K) Van – e olyan nem állandó számtani sorozat, ami mértani sorozat is egyben?

5. (K) Van – e olyan nem állandó mértani sorozat, amelynek minden tagja négyzetszám?

6. (E) Van – e olyan mértani sorozat, amelynek minden tagja irracionális?

7. (E) Van – e olyan mértani sorozat, amelynek az 1, a 2 és a 3 is tagja?

8. (E) Melyek azok a számtani sorozatok, amelyeknek az első három tagját 2 – vel megszorozva egy mértani sorozat egymást követő tagjait kapjuk?

9. (E) Mutasd meg, hogy a $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ számok tangensei egy mértani sorozat egymást követő elemei!

10. (E) Igazold, hogy $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}; \frac{1}{2-\sqrt{2}}; \frac{1}{2}$ egy mértani sorozat három egymást követő tagja! Mekkora a három tag összege?

11. (E) Igazold, hogy a következő számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai $\frac{\sqrt{5}-2}{9}; \frac{1}{3}; \sqrt{5}+2; \frac{3}{9-4\cdot\sqrt{5}}$!

12. (E) Igaz – e, hogy a következő számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai?

$$\frac{7+4\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}; \frac{\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}}; 5+3\cdot\sqrt{3}$$

13. (E) Írj fel egy olyan mértani sorozat három további tagját, amelynek a tagjai között vannak a következő számok: $3; \frac{8}{9}; \frac{32}{81}$!

14. (E) Írd fel gyökjel helyett törtkitevő segítségével annak a mértani sorozatnak a harmadik tagját, amelynek első tagja $\frac{1}{\sqrt{a^3b^3}}$, hányadosa pedig $a\cdot\sqrt{b}-b\cdot\sqrt{a}$! $(a, b > 0; a \neq b)$

15. (E) Bizonyítsd be, hogy ha az (a_n) pozitív tagú mértani sorozat, akkor a $(\log_3 a_n)$ számtani sorozat!

16. (E) Bizonyítsd be, hogy ha a (b_n) pozitív tagú mértani sorozat, akkor a $(\log_5 b_n)$ számtani sorozat!

17. (E) Tekintsük azt a mértani sorozatot, amelynek első eleme 3 és a kvóciense 3. Igazold, hogy a sorozat elemeinek 10 – es alapú logaritmusai rendre egy számtani sorozat elemeit alkotják! Mennyi ennek a számtani sorozatnak a differenciája?

18. (E) Egy mértani sorozat első eleme 4, kvóciense 3. Igazold, hogy az elemek 3 – as alapú logaritmusai rendre egy számtani sorozat egymást követő elemei! Mennyi a sorozat differenciája?

19. (E) Legyen (a_n) mértani sorozat. Bizonyítsd be, hogy ha van olyan $b \neq 0$ szám, hogy a $b_n = a_n + b$ is mértani sorozat, akkor az (a_n) sorozat állandó!

20. (E) Az (a_n) és a (b_n) mértani sorozatok összege is mértani sorozat. Bizonyítsd be, hogy ekkor az $(a_n - b_n)$ sorozat is mértani sorozat!

21. (E) Egy mértani sorozat első három tagja $a - b; a^2 - b^2$ és $a^3 - b^3$, ahol a és b két különöző szám. Bizonyítsd be, hogy a és b közül az egyik nullával egyenlő!

22. (E) Bizonyítsd be, hogy ha (a_n) mértani sorozat, akkor $a_1 + a_2; a_1 + 2a_2 + a_3$; $a_1 + 3a_2 + 3a_3 + a_4$ egy mértani sorozat három egymás utáni tagja!

23. (E) Egy mértani sorozat elemei: $a_1; a_2; \dots; a_n$, az első n elem összege: S_n. Igazold, hogy ha egyetlen elem sem 0, akkor teljesül a következő!

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} = \frac{S_n}{a_1 \cdot a_n}$$

24. (E) Mely $q \neq 0$ értékre igaz, hogy az (a_n) mértani sorozat $(a_1 \neq 0)$ $n \geq 1$ esetén kielégíti az $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ egyenletet?

25. (E) Az (a_n) mértani sorozat első tagja 2, és tudjuk, hogy a $(b_n) = \log_{a_n} 2$ számtani sorozat. Határozd meg az (a_n) sorozat első n tagjának az összegét!

26. (E) Tekintsük ismertnek az (a_n) mértani sorozat első tagját és hányadosát. Határozd meg az $a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + \cdots + a_{n-1} \cdot a_n$ összeget!

27. (E) Adott egy mértani sorozat első $2n$ tagja. Határozd meg a páros és a páratlan sorszámú tagok összegének hányadosát!

28. (E) Egy mértani sorozat első eleme a_1, n – edik eleme a_n, az első n elem összege S_n és $S_n \neq a_n$. Fejezd ki a sorozat q hányadosát a_1, a_n és S_n segítségével. Kifejezhető – e n ezekkel az adatokkal?

29. (K) Határozd meg az $(a_n) = \frac{81}{3^n}$ mértani sorozat hányadosát és az első öt tagját!

30. (K) Egy mértani sorozat első tagja -2, hányadosa $q = -\frac{3}{8}$. Számítsd ki a sorozat első hat tagját!

31. (K) Írd fel a mértani sorozat első nyolc tagját, ha $a_4 = 1$ és $q = -\sqrt{3}$!

32. (K) Egy mértani sorozat 13. tagja $11\,664$, a 8. tagja pedig $1\,536$. Határozd meg a sorozat hányadosát!

33. (K) Az (a_n) mértani sorozatban $a_5 = 96$ és $a_6 = 192$. Mennyi az első tag és a hányados?

34. (K) Egy mértani sorozat harmadik eleme 4, hetedik eleme 64. Számítsd ki a sorozat második tagját!

35. (K) Egy mértani sorozat harmadik tagja 18, a huszadik tagja pedig 120. Tagja – e a sorozatnak a 108, illetve a 800?

36. (K) Egy mértani sorozat első tagja -5, kvóciense 3. Írd fel a sorozat általános (n - edik) tagját! Írd fel a sorozat hetedik elemét! Tagja - e a sorozatnak a $-2\,698\,305$?

37. (K) Határozd meg az (a_n) mértani sorozat első elemét, kvóciensét és írd fel az általános tagját a következő adatok ismeretében: $a_4 = \sqrt{2}$ és $a_{10} = \sqrt{2}$!

38. (K) Határozd meg az (a_n) mértani sorozat első elemét, kvóciensét és írd fel az általános tagját a következő adatok ismeretében: $a_5 = 3^{10}$ és $a_8 = 9^2$!

39. (K) Add meg az összes olyan mértani sorozatot, amelyben a hetedik tag 324, a tizenhetedik tag pedig $\frac{4}{3}$!

40. (K) Számítsd ki a $\{7 \cdot 2^{n-1}\}$ mértani sorozat első 20 elemének összegét!

41. (K) Számítsd ki a mértani sorozatok első hat tagjának összegét!

$a_1 = 2$ és $q = \frac{1}{2}$

$b_1 = -\frac{1}{3}$ és $q = -2$

$c_1 = \sqrt{2}$ és $q = 1$

$d_1 = \sqrt{3}$ és $q = 2$

42. (E) Egy mértani sorozat első tagja $\sqrt{3} - 1$, második tagja $\sqrt{3} + 1$. Határozd meg az első négy tag összegét!

43. (K) Egy mértani sorozat ötödik és nyolcadik tagja is 23. Mennyi az első kilenc tag összege?

44. (K) Egy mértani sorozat ötödik tagja -12, tizedik tagja 12. Mennyi az első 20 tag összege?

45. (K) Egy mértani sorozat ötödik és hetedik tagja is -12. Mennyi az első tíz tag összege?

46. (K) Egy mértani sorozat negyedik és nyolcadik tagja is 7. Mennyi az első tizenöt tag összege?

47. (K) Egy mértani sorozatban $a_3 = 3$; $a_9 = 24$. Mennyi S_{12}?

48. (K) Határozd meg a mértani sorozat első, második és nyolcadik tagját, illetve az első tíz tag összegét, ha tudjuk, hogy $a_3 = 9$ és $a_4 = 13,5$!

49. (K) Egy sorozat hetedik tagja 6, tizenegyedik tagja 96. Add meg a sorozat 15. és 30. tagját, valmint az első 15 tag össszegét, ha a sorozat mértani!

50. (K) Egy mértani sorozat első tagja 7, kvóciense 2. Írd fel a sorozat általános (n - edik) tagját! Mennyi a sorozat első 5 tagjának összege? Tagja - e a sorozatnak a 448?

51. (K) Ismerjük a mértani sorozat első n tagjának összegét és a kvóciensét. Határozd meg az a_1 – et és az a_n – et!

$q = \frac{1}{2}$ **és** $S_3 = 4$

$q = 3$ **és** $S_6 = 81$

$q = -2$ **és** $S_6 = 10$

$q = 1$ **és** $S_{12} = 12 \cdot \sqrt{3}$

52. (K) Határozd meg a mértani sorozat első öt tagját, ha $q = 2$ és $S_7 = \frac{127}{3}$!

53. (E) Egy mértani sorozat első tagja 8, az első három elem összege 78. Határozd meg az első hat tag összegét! Írd fel a sorozat n – edik tagját!

54. (K) Egy mértani sorozat negyedik és második tagjának különbsége 18. Az ötödik és harmadik tag különbsége 36. Mennyi a sorozat első tagja és hányadosa?

55. (K) Egy mértani sorozat első három tagjának összege 112, a következő három tagjának összege 14. Mennyi a sorozat első tagja és hányadosa?

56. (K) Egy mértani sorozat első négy tagjának összege 15, a második, harmadik, negyedik és ötödik tag összege pedig 30. Melyik ez a sorozat?

57. (K) Egy mértani sorozat első és harmadik tagjának összege 25, a második és negyedik tag összege 50. Melyik ez a sorozat?

58. (K) Egy mértani sorozat első négy tagjának összege 468, az ötödik, hatodik, hetedik és nyolcadik tag összege $292\,500$. Melyik ez a sorozat?

59. (K) Egy mértani sorozatban $a_4 - a_2 = a_2 + a_3 + a_4 = -6$. Mennyi a_1 és q értéke?

60. (K) Egy mértani sorozat első három tagjának összege 42, a második és az első tag különbsége 6. Határozd meg az első négy tag összegét!

61. (K) Írj fel egy mértani sorozat 7 szomszédos tagját, amelyek közül az első három tag összege 21, a három utolsó tag összege 336!

62. (K) Egy növekvő mértani sorozat első három tagjának összege 31. Az első és harmadik tag összege 26. Mennyi a sorozat első tagja és kvóciense?

63. (K) Egy mértani sorozat tagjaira teljesülnek a következő összefüggések. Számítsd ki a sorozat első tagját és hányadosát!

$$\left.\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 56 \\ a_2 &= 16 \end{aligned}\right\}$$

64. (E) Számítsd ki a mértani sorozat első tagját és hányadosát a következő adatokból!

$$\left.\begin{aligned} a_1 - a_3 + a_5 &= -65 \\ a_1 + a_7 &= -325 \end{aligned}\right\}$$

65. (E) Az (a_n) mértani sorozatban $a_1 + a_3 + a_5 = 63$ és $a_2 + a_4 = 30$. Melyik ez a sorozat?

66. (E) Egy mértani sorozat első három elemének összege $S_3 = 40$, az első hat elemének összege $S_6 = 60$. Számítsd ki az első kilenc elemének összegét!

67. (E) Egy mértani sorozat négy egymást követő tagja közül a két szélső összege 112, a két középső összege 48. Mennyi a sorozat hányadosa?

68. (K) Egy mértani sorozat első három tagjának összege nyolcadrésze a következő három tag összegének. Mennyi a sorozat hányadosa?

69. (K) Egy mértani sorozat harmadik tagja 36 – tal nagyobb a másodiknál. E kéttag szorzata -243. Mennyi a sorozat első tagja?

70. (E) Egy pozitív tagú mértani sorozat első és kilencedik tagjának szorzata 2304, a negyedik és hatodik tag összege 120. Határozd meg a sorozat első elemét és a hányadosát!

71. (E) Egy mértani sorozat harmadik és ötödik tagjának szorzata 9, második és hatodik tagjának összege $-12,75$. Mennyi a_1 és q értéke?

72. (E) Egy mértani sorozat három egymást követő tagjának összege 126, szorzata $13\,824$. Határozd meg a sorozat hányadosát!

73. (E) Három pozitív szám egy mértani sorozat három egymást követő eleme. Összegük 62, tízes alapú logaritmusaik összege 3. Melyik ez a három szám?

74. (E) Határozd meg a mértani sorozat első tagját, valamint a hányadosát a következők ismeretében!

$$\left.\begin{array}{r} a_1 + a_2 + a_3 = 42 \\ a_1 \cdot a_3 = 64 \end{array}\right\}$$

75. (E) Határozd meg a mértani sorozat első tagját és hányadosát a következők ismeretében!

$$\left.\begin{array}{r} a_2 - a_4 = \frac{3}{16} \\ a_3 \cdot a_5 = \frac{1}{256} \end{array}\right\}$$

76. (E) Határozd meg a mértani sorozat első tagját és a hányadosát a következők ismeretében!

$$\left.\begin{array}{r} a_2 + a_4 = 30 \\ a_1 \cdot a_3 = 9 \end{array}\right\}$$

77. (E) Add meg azt a mértani sorozatokat, amelynek elemeire igaz a következő!

$$\left.\begin{array}{r} a_1 \cdot a_5 = 4 \\ a_2 \cdot a_6 = 16 \end{array}\right\}$$

78. (E) Egy mértani sorozat első négy tagjának összege 0. A sorozat harmadik tagja 7. Határozd meg a 2008. tagot!

79. (E) Egy mértani sorozat első 5 tagjának az összege 155, e számok reciprokának az összege $0,3875$. Határozd meg ennek az öt tagnak a szorzatát!

80. (E) Egy mértani sorozat első tagja 2. A sorozat első néhány tagjának az összege 62, ugyanezen tagok reciprokának összege pedig $0,62$. Melyik ez a sorozat?

81. (E) Egy mértani sorozat első, harmadik és ötödik tagjának összege 98, ezek reciprokának összege $\frac{1}{8}$. Add meg ezt a sorozatot!

82. (E) Egy pozitív tagokból álló mértani sorozat első három tagjának összege 124, ezen tagok reciprokainak összege $0,31$. Számítsd ki a sorozat 7. tagját!

83. (E) Egy mértani sorozat első tagja $0,1$. Az első négy tag összege 1 – gyel nagyobb a sorozat hányadosánál. Határozd meg a sorozat első négy tagját!

84. (E) Egy mértani sorozat második tagja négyszer akkora, mint a negyedik tagja. A harmadik és az ötödik tag szorzata 100. Melyik ez a sorozat?

85. (E) Az a_n mértani sorozat első négy tagjának az összege 81. Tudjuk továbbá, hogy $\frac{a_4-a_1}{a_3-a_2}=\frac{13}{3}$. Melyik ez a sorozat?

86. (E) Egy mértani sorozat első három tagjának az összege 28. Ha a második tagot megszorozzuk az első és a harmadik tag összegével 160 – at kapunk. Melyik ez a sorozat?

87. (E) Egy mértani sorozat első nyolc tagjának az összege 250. Tudjuk továbbá, hogy $(a_2+a_4+a_6+a_8)-(a_1+a_3+a_5+a_7)=150$. Határozd meg az első tagot és a sorozat hányadosát!

88. (E) Egy mértani sorozat első 8 tagját összeadtuk. ez az összeg 4 – szer akkora, mintha a 8 tagból csak a páratlan indexű tagokat adtuk volna össze. Mekkora a sorozat hányadosa? Adj meg egy ilyen sorozatot, ahol $a_1=2$, s határozd meg az első nyolc tag összegét!

89. (E) Egy mértani sorozat első nyolc tagja között a páratlan indexű tagok összege $\frac{85}{16}$, a páros indexű tagok összege $\frac{85}{32}$. Határozd meg a mértani sorozat első nyolc tagját!

90. (K) A 32 és 108 közé iktassunk be két számot úgy, hogy egy mértani sorozat első négy elemét kapjuk!

91. (K) A 3 és 48 közé iktass be három számot úgy, hogy a kapott számokkal együtt egy mértani sorozat öt egymást követő elemét alkossák. Írd fel az öt számot!

92. (E) A pozitív a és b számok $(a < b)$ közé iktass be négy számot úgy, hogy a kapott számok egy mértani sorozat hat egymást követő elemei legyenek! Add meg a hat számot!

93. (K) Egy mértani sorozat második eleme 6, ötödik eleme 162. Mennyi olyan tagja van a sorozatnak, amely legalább kétjegyű, legfeljebb háromjegyű?

94. (K) Hány tagot kell összeadnunk az első tagtól kezdve az $a_n = 3 \cdot 2^n$ sorozatból, hogy az összeg 1 milliónál nagyobb legyen?

95. (K) A mértani sorozat első tagja 3, n – edik tagja 729, az első n tag összege 1092. Melyik ez a sorozat, melyik az első öt tagja?

96. (K) Egy mértani sorozat hatodik és hetedik tagjának összege, valamint nyolcadik és hatodik tagjának különbsége egyaránt 96 – tal egyenlő; és az első n tag összege 1023. Mekkora az n értéke?

97. (K) Számítsd ki a 2 első tíz nemnegatív egész kitevőjű hatványának összegét!

98. (K) Határozd meg a 3 első 50 pozitív egész kitevőjű hatványának összegét, illetve szorzatát!

99. (K) Írd le a 3 első száz (pozitív egész kitevőjű) hatványát egymás mellé, majd két – két szomszédos szám közé írd be ezek különbségét úgy, hogy mindig a nagyobbikból vond ki a kisebbet! Mennyi a beírt számok összege?

100. (K) Írd fel tízes számrendszerben azt a hétjegyű, ötös számrendszerben megadott számot, melynek minden jegye 2!

101. (K) Egy mértani sorozat harmadik és hetedik elemének szorzata 2006. Lehetséges – e, hogy a sorozat minden eleme egész szám?

102. (K) Egy mértani sorozat harmadik eleme 7. Menyi az első öt elem szorzata?

103. (K) Egy mértani sorozat hét egymást követő tagjának a szorzata 700. Meg lehet – e ebből állapítani a sorozat egy tagját?

104. (K) Add meg az (a_n) mértani sorozat adott két eleméhez a közbülsőket anélkül, hogy az a_1 – et vagy a q – t meghatároznánk!

$a_3 = 2$ és $a_5 = 8$ $\quad$ $b_4 = 1$ és $b_6 = 4$ $\quad$ $c_2 = 1$ és $c_6 = 81$

$d_{10} = 32$ és $d_{12} = 2$ $\quad$ $e_5 = -2$ és $e_9 = 2$ $\quad$ $f_3 = \sqrt{2}$ és $f_5 = \sqrt{18}$

105. (K) Az 1, a 8 és a 22 számokhoz ugyanazt a valós számot adva egy mértani sorozat három szomszédos elemét kapjuk. Mennyi a mértani sorozat hányadosa?

106. (K) Egy számtani sorozat második tagja 7, s e sorozat első, harmadik és nyolcadik tagja egy mértani sorozat három egymást követő tagja. Határozd meg a mértani sorozat hányadosát!

107. (K) Egy számtani sorozat első öt tagjának összege 20. A második, a harmadik és az ötödik tag ebben a sorrendben egy mértani sorozat szomszédos tagjai. Határozd meg a számtani sorozat és a mértani sorozat tagjait!

108. (K) Egy számtani sorozat első kilenc tagjának az összege 171. A sorozat első, nyolcadik és harminchatodik tagja egy mértani sorozat három egymást követő tagja. Add meg a mértani sorozat hányadosát!

109. (K) Egy számtani és egy mértani sorozat első eleme egyaránt 3, harmadik elemük is egyenlő. A számtani sorozat második eleme 6 – tal nagyobb a mértani sorozat második eleménél. Írd fel a sorozatok általános tagját!

110. (K) Egy növekvő számtani sorozat első három elemének összege 54. Ha az első elemet változatlanul hagyjuk, a másodikat 9 - cel, a harmadikat 6 - tal csökkentjük, akkor egy mértani sorozat három egymást követő elemét kapjuk. Határozd meg a számtani sorozat és a mértani sorozat tagjait!

111. (K) Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 24. Ha az első taghoz 1 – et, a másodikhoz 2 – t, a harmadikhoz 35 – öt adunk, akkor egy mértani sorozat szomszédos tagjait kapjuk. Határozd meg a számtani sorozatot!

112. (K) Egy csökkenő számtani sorozat első három tagjának összege 117. A második tagot 3 – mal csökkentve, a másik kettőt változatlanul hagyva egy mértani sorozat második, harmadik és negyedik tagját kapjuk. Határozd meg a mértani sorozat első öt tagjának összegét!

113. (K) Egy számtani sorozat három egymást követő tagjához rendre 6 - ot, 7 - et és 12 - t adva egy olyan mértani sorozat három egymást követő tagját kapjuk, melyek szorzata $13\,824$. Határozd meg a számtani sorozat és a mértani sorozat tagjait!

114. (K) Egy mértani sorozat első három elemének összege 42. Ugyanezek a számok egy növekvő számtani sorozat első, második és hatodik elemei. Melyek ezek a számok?

115. (K) Egy mértani sorozat első három tagjának összege 35. Ha a harmadik számot 5 - tel csökkentjük, egy számtani sorozat három egymást követő tagját kapjuk. Határozd meg a számtani sorozat és a mértani sorozat tagjait!

116. (K) Egy mértani sorozat három egymást követő tagjának szorzata 64. Ha az első elemhez hozzáadunk 1 – et, a másodikhoz 4 – et, a harmadikhoz pedig 5 – öt, akkor egy számtani sorozat három egymást követő tagját kapjuk. Melyek a sorozatok tagjai?

117. (K) Egy mértani sorozat három egymást követő tagjához rendre 1 - et, 14 - et és 2 - t adva egy számtani sorozat három egymást követő tagját kapjuk, melyek összege 150. Határozd meg a számtani sorozat és a mértani sorozat tagjait!

118. (K) Egy mértani sorozat első, harmadik és ötödik eleme rendre egyenlő egy számtani sorozat első, negyedik és tizenhatodik elemével. Írd fel ennek a számtani sorozatnak a negyedik elemét, ha azt is tudjuk róla, hogy az első eleme 5!

119. (K) Vizsgáljuk a következő sorozatot: $a_n = 6n + 3$.

a) **Bizonyítsd be, hogy ez egy számtani sorozat!**

b) **Hány négyjegyű tagja van a sorozatnak?**

c) **Ennek a sorozatnak van olyan három, egymást követő tagja, melyből az elsőhöz 1 – et, a másodikhoz 11 – et és a harmadikhoz 37 – et adva egy mértani sorozat egymást követő három tagját kapjuk. Az a_n sorozatnak mely tagjai ezek, és mennyi az így kapott mértani sorozat kvóciense?**

120. (E) Egy számtani sorozat első négy tagjához rendre 5 – öt, 6 – ot, 9 – et és 15 – öt adva egy mértani sorozat első négy tagját kapjuk. Mennyi a különbség, a hányados, mekkorák a kezdőtagok?

121. (E) Három szám egy számtani sorozat egymást követő tagja, négyzetük – ugyanebben a sorrendben – egy mértani sorozat egymást követő tagja. A három szám összege 15. Melyik ez a három szám?

122. (E) Egy pozitív tagú mértani sorozat első és harmadik tagjának szorzata 36. Egy számtani sorozat első tagja egyenlő a mértani sorozat második tagjával, a sorozat különbsége 4, első néhány tagjának összege pedig 70. Mennyi ez a „néhány” tag?

123. (E) Három szám egy mértani sorozat három egymást követő tagja. Ha az első két szám változatlanul hagyása mellett, a harmadik számból elveszünk 80 – at, akkor egy számtani sorozat szomszédos tagjait kapjuk. Ha ezek közül a középsőt 10 – zel csökkentjük, akkor ismét egy mértani sorozat szomszédos tagjaihoz jutunk. Határozd meg az eredeti három számot!

124. (E) Egy nem állandó számtani sorozat első és második, második és harmadik, illetve harmadik és első tagjának szorzata – ebben a sorrendben – egy mértani sorozat három, egymás utáni eleme. Mekkora a mértani sorozat hányadosa?

125. (E) Három pozitív szám egy mértani sorozat első három tagja. Tízes alapú logaritmusaik összege 3, a második és az első szám különbsége 5. Melyik ez a három szám?

126. (E) Négy, adott sorrendben felírt számról a következőket tudjuk:

a két szélső szám összege 14

a két középső szám összege 12

az első három szám egy mértani sorozat három egymást követő tagja

az utolsó három szám egy számtani sorozat három egymást követő tagja.

Melyik ez a sorozat?

127. (E) A következő számok olyan valós számok, melyekben az első három egy számtani sorozat, az utolsó három pedig egy mértani sorozat három szomszédos eleme: $y, x, 4x-5, 7x+10$. Határozd meg a négy számot! Add meg a számtani sorozat különbségét, illetve a mértani sorozat hányadosát!

128. (E) Két mértani sorozat első tagjai egyenlők, a második tagok összege 10, a harmadik tagok különbsége 10, a negyedik tagok különbsége 38. Határozd meg a két mértani sorozat ötödik tagjainak szorzatát!

129. (E) Egy mértani sorozat első tagja, második tagja és az első és harmadik tagjának számtani közepe egy számtani sorozat szomszédos tagjai. Határozd meg a mértani sorozat tagjait, ha a két sorozat negyedik tagjának különbsége 180!

130. (E) Egy számtani és egy mértani sorozat első tagja 2. A mértani sorozat harmadik tagja 4 – gyel nagyobb a számtani sorozat negyedik tagjánál. Írd fel a mértani sorozat első négy tagjának összegét, ha mindkét sorozat növekvő, és a második tagjuk is megegyezik!

131. (E) Öt szám közül az első három egy mértani, a négy utolsó pedig egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A négy utolsó szám összege 20, a második és az ötödik szám szorzata 16. Melyik ez az öt szám?

132. (E) Öt szám közül az első négy egy számtani sorozat szomszédos tagjai, melyeknek összege 20. Az utolsó három egy mértani sorozat egymást követő tagjai, melyben a két szélső tag szorzata 16 – szor nagyobb, mint a számtani sorozat második tagja. Melyik ez az öt szám?

133. (E) Az $a; b; c$ egy mértani sorozat első három tagja. Ha a c – t az a és a b összegével csökkentjük, egy számtani sorozat három szomszédos tagjához jutunk. Az $a; b + 10; c$ pedig szintén egy számtani sorozat egymás utáni tagjai. Határozd meg az $a; b; c$ számokat!

134. (E) Egy pozitív tagú, nem állandó számtani sorozat első, második és ötödik tagja egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Milyen k – ra teljesül, hogy a sorozat első, harmadik és k – adik tagja ugyancsak egy mértani sorozat egymást követő tagjai lesznek?

135. (E) Az $\{a_n\}$ pozitív tagú számsorozatról azt tudjuk, hogy $a_1 = 1; a_4 = 0,125$ és $\{\log_5 a_n\}$ számtani sorozatot alkot. Számítsd ki az $\{a_n\}$ sorozat tizedik elemét!

136. (E) Igaz – e tetszőleges $n > 0$ egészre, hogy $11 \ldots 11 - 22 \ldots 22 = 33 \ldots 33^2$, ahol az 1 – esekből álló szám $2n$ jegyű, a 2 – esekből és 3 – asokból álló számok pedig n jegyűek?

137. (E) Bizonyítsd be, hogy ha $a; b; c$ egy mértani sorozat három egymást követő eleme, akkor teljesül a következő: $(a + b + c) \cdot (a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$!

138. (E) Az a, b, c, d számok egy mértani sorozat egymást követő elemei. Igazold a következő egyenlőségeket!

$$(a^2 + b^2 + c^2) \cdot (b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$$

$$(a - d)^2 = (a - c)^2 + (b - c)^2 + (b - d)^2$$

139. (E) Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet $(a > 0)$!

$$1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{x-1} + a^x = (1 + a) \cdot (1 + a^2) \cdot (1 + a^4) \cdot (1 + a^8)$$

140. (E) A $60°$ - os szög egyik szárán kijelölték a P pontot. Ebből a másik szárra merőlegest állítottak, amelynek talppontja a másik száron P_1. Innen újabb merőleges metszi ki az előző szárból P_2 – t. Tovább folytatva a merőlegesek állítását a szárakon, felváltva kapták a P_3, P_4 és így a további pontokat. A PP_1 szakaszt a_1 – gyel jelölve. Mekkora lesz a nyolcadik merőleges szakasz hossza, illetve az első nyolc szakasz hosszának összege?

141. (E) Legyen a H_1 háromszög középvonalaiból alkotott háromszög H_2, a H_2 középvonalaiból alkotott háromszög H_3 és így tovább. Ha H_1 kerülete k_1 és területe t_1, akkor mi lehet az értéke H_n k_n – nel jelölt kerületének, illetve t_n – nel jelölt területének? Milyen sorozatot alkotnak a k_n és a t_n számok? Mennyi az első száz háromszög területének összege?

142. (E) Az egységnyi befogójú derékszögű háromszögből a középvonalai által meghatározott háromszöget kivágjuk, majd a megmaradt háromszögekből – a fenti eljárással – kivágjuk a háromszögeket. Hányszor kell ismételni az eljárást, hogy a kivágott háromszögek területének összege nagyobb legyen, mint $\frac{9}{20}$?

143. (E) Egy egységnyi oldalú szabályos háromszög minden oldalát három egyenlő részre bontottuk, majd a középső szakaszok fölé kifelé szabályos háromszögeket emeltünk. Ezzel egy „csillag” keletkezett. Ismételjük meg az eljárást a kapott sokszög minden oldalára! Folytatva az eljárást, mekkora lesz az n – edik lépés után kapott síkidom kerülete?

144. (E) Egy egységnégyzetnek felezzük meg az oldalait, s a második négyzet az oldalfelező pontok alkotta négyszög lesz. Ezután ennek felezzük meg az oldalait és kapunk egy kisebb négyzetet. 100 lépés után mennyi lesz a keletkező négyzetek kerületeinek és területeinek összege?

145. (E) Az egységoldalú négyzetet 4 egybevágó négyzetre bontjuk, majd 3 négyzetet befestünk rendre pirosra, kékre, zöldre. A negyedik négyzetet újra 4 egybevágó négyzetre bontjuk, s a kapott kisebb négyzeteket ismét beszínezzük az előzőek szerint. Ezt az eljárást folytatva, mennyi lesz n lépés után a pirosra festett részek területe?

146. **(E) Mintát készít valaki egy négyzet alakú terítőre a következőképpen: először harmadolja a négyzet oldalait, s a szemközti pontok összekötése után keletkező 9 darab kis egybevágó négyzet közül egyet (valamelyiket véletlenszerűen) pirosra fest. A be nem festett négyzetekkel elvégzi ugyanezt az eljárást: tehát harmadol, s a még kisebb négyzetekből egyet pirosra fest. Ha ezt ötször ismétli meg összesen, akkor mekkora a pirosra festett rész területe, ha az eredeti négyzet területe $1\ m^2$ volt? Hány százaléka ez az egész területnek?**

147. **(E) Egy $1\ m$ oldalú négyzetet egyik középvonalával megfelezünk és az így kapott két rész közül az egyiket zöldre festjük. Ezután a festetlenül maradt téglalapot vágjuk ketté az egyik középvonalával és megismételjük a fent vázolt eljárást.**

a) **A négyzet területének hány százaléka lesz befestve a $7.$, a $10.$, a $20.$, illetve az $50.$ kettévágás után?**

b) **Mekkora a befestetlen rész területe a fenti esetekben?**

c) **Mennyi ideig tartana a festés az egyes esetekben, ha $1\ cm^2$ terület befestéséhez 2 másodpercre van szükségünk?**

148. **(E) A 7 egység oldalhosszúságú négyzet oldalait az egyik csúcspontjától kezdve $3:4$ arányú részekre kell osztani. A kapott 4 osztópont ismét négyzetet határoz meg. Ennek az oldalait is fel kell osztani az előbbiek szerint $3:4$ arányú részre. Tovább folytatva a szerkesztéseket, határozd meg, mekkora lesz a hetedik négyzet oldala, a hetedik négyzet területe, illetve az első hét négyzet kerületének, területének összege?**

149. **(E) Egy a oldalú négyzetbe érintőkört írunk, ebbe négyzetet, amibe ismét kör kerül. Ezt így folytatva mekkora lesz a hatodik négyzet oldala, illetve a hatodik kör sugara? Mekkora az első hat négyzet, illetve kör kerületének összege?**

150. **(E) Egy kutató a szivacsok szerkezetét vizsgálva észrevette, hogy a kocka alakú szivacsban a lyukak szerkezete úgy alakul, hogy az élek harmadoló pontjai segítségével létrejött $3^3 = 27$ kisebb egybevágó kocka közül a középső lyukas, a többi 26 – ban pedig haosnlóképpen az élek harmadolásával kapott még kisebb kockák közül a középső mindig lyukas. Feltéve, hogy ez 10 lépésig folytatódik (mikroméretű lyukakkal), akkor a szivacs térfogatának hányadrésze a lyuk? Ha az eljárást minden határon túl folytatjuk, akkor lényegesen más eredményt kapunk – e az arányra?**

151. **(E) Egy háromszög két oldala $80\ cm$ és $100\ cm$ hosszú, az általuk közbezárt szög pedig $120°$. Igaz – e, hogy a háromszög oldalhosszai tekinthetők egy mértani sorozat három szomszédos tagjának?**

152. (E) Egy háromszög oldalainak hosszai egy mértani sorozat egymást követő elemei. A háromszög legnagyobb oldala $9\ cm$, a kerülete pedig $19\ cm$. Mekkora a háromszög másik két oldala? Számítsd ki a háromszög legnagyobb szögét!

153. (E) Egy derékszögű háromszög oldalai rendre egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Mekkorák a háromszög szögei? Határozd meg a sorozat kvóciensét! Mekkora a körülírható kör sugara, ha a háromszög kerülete $40\ cm$?

154. (E) Egy egyenlő szárú háromszög szára $4\ cm$ hosszú. A háromszög szára, alapja és az alaphoz tartozó magassága, ebben a sorrendben, egy mértani sorozat egymást követő három tagja. Mekkora a háromszög alapja?

155. (E) Lehet – e egy háromszög oldalainak hossza egy mértani sorozat 3 egymást követő tagja? Lehet – e a sorozat hányadosa $1,7$?

156. (E) Egy háromszög oldalai egy olyan mértani sorozat egymás utáni tagjai, melynek hányadosa $\frac{3}{2}$. Mekkorák a háromszög szögei?

157. (E) Egy háromszög oldalhosszúságai egy növekedő mértani sorozat egymást követő tagjai. Jelöljük a sorozat hányadosát q – val! Bizonyítsd be, hogy $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < q < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$!

158. (E) Bizonyítsd be, hogy ha egy háromszög a, b, c oldalai – ebben a sorrendben – egy mértani sorozat egymást követő tagjai, akkor az oldalkkal szemközti szögek szinuszai is mértani sorozat egymást követő elemei ugyanebben a sorrendben!

159. (E) Egy háromszög oldalhosszúságai egy mértani sorozat szomszédos tagjai. Igazold, hogy van olyan mértani sorozat, amelynek három egymást követő tagja e háromszög magasságaival egyenlő!

160. (E) Létezik – e olyan háromszög, melynek szögei számtani sorozat szomszédos tagjai, az oldalainak hossza pedig egy mértani sorozat tagjai?

161. (E) Egy háromszög oldalhosszúságai egy számtani, magasságai pedig (ugyanebben a sorrendben) egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Bizonyítsd be, hogy a háromszög szabályos!

162. (E) Legyen egy háromszögben az a és a b hosszúságú oldal által bezárt szög belső szögfelezőjének a háromszögbe eső szakasza f hosszúságú. Lehetséges – e, hogy a, f és b (ebben a sorrendben) egy mértani sorozat első három tagja?

163. (E) Vegyük fel az ABC háromszög AB oldalán B_1 és B_2, az AC oldalán pedig a C_1 és a C_2 pontokat úgy, hogy a B_1C_1 szakasz a háromszög középvonala, a B_2C_2 szakasz pedig vele párhuzamos legyen és az AB_1C_1, az AB_2C_2 és az ABC háromszög területe egy mértani sorozat egymást követő tagjai legyenek! Milyen arányban osztja a B_2 pont az AB szakaszt?

164. (E) A derékszögű háromszög átfogóját a hozzá tartozó m magasság p és q szakaszokra bontja. Igaz – e, hogy e három szakasz hosszának mérőszáma valamilyen sorrendben egy mértani sorozat szomszédos tagjai?

165. (E) A derékszögű háromszög a befogójának a c átfogóra eső merőleges vetülete p. Igaz – e, hogy az a, c, p valamilyen sorrendben egy mértani sorozat három egymás utáni tagja?

166. (E) Egy derékszögű háromszög beírt körének sugara, köré írt körének sugara és a kerülete egy mértani sorozat három egymást követő eleme. Bizonyítsd be, hogy a hegyesszögek tangensének összege 4!

167. (E) Egy téglatest egyik csúcsából kiinduló élek hosszai egy mértani sorozat egymást követő elemei. Az élhosszak összege $19\ cm$. A téglatest térfogata $216\ cm^3$. Milyen hosszú a téglatest testátlója?

168. (E) Az ABC háromszög A, B, C csúcsainak abszcisszái egy pozitív tagú mértani sorozat, ordinátái egy számtni sorozat egymást követő tagji a csúcsok sorrendjében. A háromszög oldalai $BC = 5, AC = \frac{2\cdot\sqrt{145}}{3}, AB = \frac{\sqrt{97}}{3}$. A háromszög területét felező, B – n átmenő e egyenes egyenlete: $y = 2$. Határozd meg az AC oldal felezőpontjának ordinátáit! Határozd meg a csúcspontok koordinátáit!

169. (K) Három polcon elhelyeztek 84 darab kerámiát. A középső és a felső polcra összesen hatszor annyi kerámiát tettek, mint az alsóra. A felső, középső és alsó polcokon elhelyezett kerámiák száma egy mértani sorozat egymást követő tagjait adja. Hány kerámia van az egyes polcokon?

170. (K) Három könyvért összesen $7280\,Ft$ – ot fizettünk. A legdrágább könyv $1520\,Ft$ – tal volt olcsóbb, mint a másik kettő együttvéve. Mennyibe kerültek a könyvek, ha áruk egy mértani sorozat három egymást követő tagja?

171. (K) A monda szerint a sakkjáték feltalálója jutalmul búzát kért a sahtól, mégpedig annyi búzaszemet, ahányat úgy lehetne elhelyezni a sakktáblán, hogy az első mezőre 1 szemet, a másodikra 2 szemet, a harmadikra 4 szemet teszünk, és így tovább. Minden mezőre kétszer annyi kerül, mint az előzőre. A sah könnyelműen igent mondott, de vajon teljesíthette – e a kérést? (16 szem búza kb. $1\,g$; a Föld jelenlegi búzatermése évenként $5-6$ milliárd tonna.)

172. (K) Egy farmernek gépesítéssel sikerül a terméshozamait növelnie. Ha az első évi hozamot tekintjük $100\,\%$ - nak, akkor az ötödik évben $180\,\%$ - ot ért el.

a) **Ha mértani sorozat szerint nőtt a terméshozam, akkor mekkora volt a közbülső években?**

b) **Mekkora volt a farmer összes bevétele, ha az árak közben évről évre $6\,\%$ - kal nőttek, és kezdetben $14{,}2$ millió forintért adta el a termést?**

173. (K) Tóthék elhatározzák, hogy a nyaralásuk finanszírozásának céljából takarékoskodni kezdenek. Terveik szerint január első hetétől kezdve minden héten $5\,\%$ - kal növelik a megtakarításuk összegét az előző heti megtakarításhoz képest. Az első héten $10\,000$ forintot spóroltak erre a célra.

a) **Mekkora összeget spórolnak a 12. héten?**
A választ egész forintra kerekítve add meg!

b) **Mekkora összeget takarítanak meg 20 hét alatt a tervek szerint?**
A választ egész forintra kerekítve add meg!

c) **Hány hétig kell a terv szerint takarékoskodniuk ahhoz, hogy $584\,000$ forintjuk legyen?**

174. (K) Egy város lakossága közelítőleg mértani sorozat szerint növekszik évről évre.

a) **Mekkora az évenkénti növekedési ütem, ha 1980 – ban $425\,000$, míg 2001 – ben pedig $529\,000$ lakosa volt?**

b) **Hányan lesznek 2010 – ben, ugyanilyen növekedést feltételezve?**

c) **Ha mindenkit születésekor, vagy a városba költözéskor azonnal biztosítanak, valamint minden biztosítottat pontosan évente egyszer felkeresnek, akkor ez összesen hány látogatást jelent 2001 és 2010 között a biztosítóknak?**

175. (E) Egy apa és két különböző korú kisgyerekének életkora ugyanazon prímszám pozitív egész kitevős hatványa. Tavaly mindhármuk életkora egy – egy prímszám volt.

a) **Hány évesek most?**

b) **Illessz a gyermekek és az apa idei életkorát jelző számok közé úgy további számokat, hogy egy számtani sorozat egymás utáni tagjait kapjuk!**

c) **Mutasd meg, hogy a gyermekek és az apa tavalyi életkorát jelző számok közé nem illeszthetők további számok úgy, hogy az eredeti és a beillesztett számok együtt egy mértani sorozat egymás utáni tagjai legyenek!**

176. (E) A Debrecen és Kaba közötti autópálya megépítésére kiírt pályázat győztese a PÁLYA Kft., amely András, Béla, Csaba és Dénes alvállalkozóknak adja ki a munkát. A kft. által az alvállalkozóknak fizetett összegek – az alvállalkozók fenti sorrendjében – egy számtani sorozat egymást követő elemei. E számtani sorozat második, harmadik tagjából 100 milliót kivonva, a negyedik taghoz 100 milliót adva egy mértani sorozat négy szomszédos tagját kapjuk.

a) **Mekkora összeg szerepelt a PÁLYA Kft. pályázatában, illetve mekkora a PÁLYA Kft. bevétele, ha az alvállalkozóknak fizetett összeget a kft. a megbízónak $20\,\%$ - os felárral tudja tovább számlázni?**

b) **Ábrázold az egyes alvállalkozók bevétel – eloszlását kördiagramon!**

177. (K) András munkába állás során két ajánlat közül választhat.

Az első szerint a kezdő fizetése $120\,000\ Ft$ lenne és minden hónapban $4\,000\ Ft$ – tal növelnék meg az előző havi jövedelmét.

A második szerint a kezdő fizetése $80\,000\ Ft$ lenne és minden hónapban az előző havi jövedelmét $3\ \%$ - kal növelnék.
Melyik ajánlatot válassza, ha 5 évre tervez előre, s a legtöbbet szeretné keresni ezen időszak alatt, s melyiket, ha az utolsó hónapban?

Változik – e az álláspontja, ha legalább 6 évre tervez?

178. (K) Egy kft. 15 millió Ft – os beszerzési áron gépet vásárol 2001. január elején. Melyik évtől kezdve esik a gép értéke a beszerzési érték háromötöde alá, ha évente $300\,000\ Ft$ vagy évente $25\ \%$ - os értékcsökkenést könyvelnek el?

179. (K) Két építőipari cég értékeli az elmúlt tíz éves teljesítményét.

Az egyik kimutatása szerint az első évbeli 30 lakás után minden évben 5 – tel többet építettek, mint az előző évben. Hány lakást épített fel ez a cég a tíz év alatt?

A másik cég azt állítja, hogy minden évben kb. $10\ \%$ - kal növelték az előző évhez képest a lakásépítési tervüket. Ők is 30 lakást építettek az első évben. Ez a cég hány lakást épített a tíz év alatt?

180. (K) Egy hónapban 22 munkanap van.

Egy segédmunkásnak naponta $100\ Ft$ – tal emelik a bérét, látva jó munkáját. Mennyit kap a hó végén, ha kezdetben $1000\ Ft$ – ban állapodtak meg naponta?

Egy másiknak, aki szintén napi $1000\ Ft$ – ról indult, minden nap $5\ \%$ - kal emelték a járandóságát az előző napihoz képest. Ez a munkás mennyit kap a hó végén?

Mit gondolsz, min múlik, hogy a másik jobban jár a második hó végére, pedig kezdetben lassabban nő a napi bére?

181. (K) Ha a birkák szőre naponta $0,5\ mm$ – t nő, akkor a frissen kopaszra nyírt birka szőre mikor éri el a $12\ cm$ – t?

Ha a birkák szőre naponta a pillanatnyi hosszukkal arányosan (mértani sorozat szerint) növekedne, és feltesszük, hogy a frissen nyírott birka szőre $1\ mm$, 50 nap múlva pedig $2,5\ cm$ hosszú, akkor mennyi lenne a napi növekedési arány?

182. (K) Egy raktárban azonos méretű dobozokban tárolják az árut. A raktár 6 részre van bontva, az A, B, C, D, E, F betűkkel jelölve az egyes részeket. A betűk sorrendjében nő a raktárterület. Az első alapterülete $100\ m^2$, a legnagyobbé $200\ m^2$.

Mekkora a teljes raktárterület, ha a részek területei egy számtani sorozat egymás utáni tagjai?

Mekkora a teljes raktárterület, ha a részek területei egy mértani sorozat egymás utáni tagjai?

Számolás nélkül meg lehet – e mondani, hogy melyik a nagyobb? Miért?

183. (K) Melyik képlet írja le helyesen a bankba évi $7,5\ \%$ - os kamatos kamatra elhelyezett 1 euró értékét a betét elhelyezésétől számított x – edik év végén? ($x \in \mathbb{N}^+$)

é $(x) = (1 + 0,75)^x$ é $(x) = 1 + 0,075^x$ é $(x) = x^{1,75}$

é $(x) = 1,075^x$ é $(x) = \frac{x}{1,075}$

184. (K) Elhelyeztünk egy évre lekötve $500\ 000\ Ft$ – ot évi $8\ \%$ - os kamatra. Milyen összegek vehetők fel az évek végén, ha pénzünket tovább tartjuk benn?

185. (K) Egy család betesz a bankba $100\ 000$ Ft - ot 5 évre, évi $7\ \%$ - os kamatozással. Mennyi pénzt vehetnek ki az ötödik év végén? (Az értéket ezres kerekítéssel add meg!)

186. (K) Beteszünk a bankba $500\ 000\ Ft$ – ot évi $10\ \%$ - os kamatra, havi tőkésítéssel. (A kamatot havonta hozzáírják a betett összeghez, és ezután a növelt összeg kamatozik tovább.) Hány forintunk lesz 2 év múlva a bankban?

187. (K) Beteszünk a bankba évi $15\ \%$ - os kamatláb mellett $100\ 000\ Ft$ – ot. Mennyi pénzünk lesz a bankban 5 év múlva:

***a)* félévenkénti,**

***b)* negyedévenkénti,**

***c)* havonkénti tőkésítés esetén?**

188. (K) Betéti számlát nyitunk 10 millió forinttal egy banknál. A bank három lehetséget kínál, ha legalább 1 évre lekötjük a pénzünket.

A: A befektetett összeg után év végén $14,4$ % - os kamatot kapunk.

B: Az első félév után $7,2$ % - os kamatot hozzáírnak a befektett pénzhez, majd a második félév után ismét $7,2$ % - os kamatot fizetnek a megnövelt összeg után.

C: Évi $14,4$ % - os kamatot fizetnek havi tőkésítéssel. A havi kamat $\frac{14,4}{12}$ %.

Melyik változatot célszerű választanunk?

189. (K) Betettem a bankba fix kamatozásra $50\,000$ forintot.

***a)* Mekkorára növekszik a pénzem 2 év alatt évi $9,2$ % - os kamatos kamat mellett?**

***b)* Ugyanezt az értéket egy év alatt hány % - os kamattal értük volna el?**

***c)* Mennyi lesz a pénzem 2 év elteltével, ha havi lekötést választok és félévenként az éves kamatlábak a következők: $9,3$ %; $9,1$ %; $8,75$ %; $8,5$ %?**

190. (K) Beteszünk a bankba $400\,000\ Ft$ – ot 10 évre, évi 12 % - os kamatláb mellett. Mennyi pénzünk lesz a bankban 10 év múlva? Ez hány százalékkal több, mint a betett pénzünk?

191. (K) Egy pénzintézet évi 6 % - os kamatot ad annak, aki 8 évre leköti a pénzét. Mekkora haszonhoz jut 8 év múlva az, aki most $500\,000\ Ft$ – ot tesz be a bankba?

192. (K) Zoli nyári keresetének egy részét, $80\,000$ forintot tett a legnépszerűbb bankba, évi $6,5$ % - os kamatra. Hány forintra számíthat, ha négy és fél év múlva veszi fel a pénzét?

193. (K) Bankba raktunk $500\,000\ Ft$ – ot 10 évre, évi 12 % - os kamatláb mellett. Tegyük fel, hogy évi 9 % - os az árszínvonal emelkedése átlagosan (infláció). A 10. év végén hányszorosa a bankból kivett pénz vásárlóértéke a 10 évvel korábbinak?

194. (K) 2004 januárjában egy bankba elhelyeztük megtakarított pénzünket, $1\,000\,000$ forintot $9\,\%$ - os évi kamat mellett. Két év múlva a bank $7\,\%$ - ra csökkentette a kamatot. Újabb 3 év elteltével bankunk $5\,\%$ - ra akarta csökkenteni a befektett pénzünkre vonatkozó kamatlábat, ezért még mielőtt életbe léptek volna az új kamatok, kivettük a számlánkon összegyűlt pénzt. Összesen hány százalékkal gyarapodott pénzünk az eltelt 5 év alatt?

2004 januárjában a dollár árfolyama 230 forint volt, öt év elteltével pedig 320 forint. 2004 januárjában vagy 2009 – ben tudunk több dollárt vásárolni a pénzünkből?

195. (K) Péter elhelyez egy bankban $1\,000\,000\,Ft$ – ot, hogy 20 évig kamatoztassa. Mekkora összeghez jut 20 év múlva, ha a bank az első 5 évben $8\,\%$ - os, a következő 15 évben pedig csak $6\,\%$ - os kamatot fizet?

196. (K) A nagyszülők úgy döntöttek, hogy $1\,700\,000\,Ft$ megtakarított pénzüket bankba rakják 5 évre. Az a céljuk, hogy 5 év múlva a lehető legnagyobb összeggel támogathassák az egyetemre készülő unokájukat. Az A Bank a náluk elhelyezett összeg esetén 1 millió forintig $4\,\%$ - ot, az 1 millió feletti összegre $6,3\,\%$ éves kamatot ad. A B Bank háromhavonta írja jóvá a kamatot, és negyedévre $1,9\,\%$ kamatot fizet. Melyik bankot válasszák a nagyszülők?

197. (K) Egy Bank PÉNZ nevű betétjének a bruttó éves kamata 100 ezer és 1 millió forint közti összeg esetén:

30 naptól	60 naptól	90 naptól	180 naptól
$7,00\,\%$	$7,25\,\%$	$7,50\,\%$	$6,75\,\%$

A kamat fix kamat, a lekötés időtartama alatt nem változik. Eszter 400 ezer forintot akar betenni a bankba. A táblázat mutatja, hogy akkor járna a legjobban, ha pénzét 179 napra kötné le. (Ekkor lejáratkor a teljes időtartama a $7,50\,\%$ - os évi kamatot kapná.) Eszter tudja, hogy 2 hónap múlva szüksége lesz bizonyos összegre, ezért 100 ezer forintot 60 napra, 300 ezret 179 napra köt le. Összesen mennyi kamathoz jut, ha a tervezett futamidőknek megfelelően veszi ki a kamattal megemelt összegeket?

198. (K) Beteszünk a bankba $5\,000$ Ft - ot évi $11\,\%$ - os kamatozással. Mennyi év után vehetjük ki a pénzünket, ha minimum $100\,000$ Ft - ot szeretnénk kivenni majd?

199. (K) Ha 2000. január elején elhelyezett valaki egy bankban $250\,000\ Ft$ – ot, és a bank minden évben $5\,\%$ - os kamatot fizet, akkor melyik évben éri el az illető bankbetétje a $400\,000\ Ft$ – ot? (Feltesszük, hogy közben nem vesz ki a pénzből és nem is tesz hozzá.)

200. (K) Elhelyezünk a bankban egy bizonyos összeget évi $8\,\%$ - os kamatra. Hány évig kell kamatoztatni a pénzünket évenkénti tőkésítés mellett, hogy a betétben levő pénzünk az elhelyezett összeg 10 – szerese legyen? (Az eredményt egész számra kerekítve add meg!)

201. (K) Egy számlára befizettek $250\,000\ Ft$ – ot, havi lekötésre, havi $1\,\%$ - os kamatra. Mennyi idő múlva lesz legalább $300\,000\ Ft$ a számlán, ha a kamatot havonta csatolják a tőkéhez, és az új összeg kamatozik tovább a következő hónapban?

202. (K) Zoli $200\,000\ Ft$ – ot helyezett el kedvenc bankjába, évi $7\,\%$ - os kamatra, míg Ildi a $220\,000\ Ft$ – ját a Más – bankban kötötte le évi $5,5\,\%$ - os kamatra. Hány év múlva lesz közel ugyanannyi pénzük?

203. (K) Róbert 2600 \$ - t szeretne befektetni. A bank fix, évi $7\,\%$ - os kamatlábot ígér.

a) **Hány dollár lesz Róbert számláján 4 év elteltével, ha a bank minden év leteltével tőkésít?**

b) **Változatlan kamatláb mellett hány év alatt növekedne fel a befektetett összeg a kétszeresére?**

204. (K) Mennyi pénzt kell elhelyezni a bankban, ha éves $6\,\%$ - os kamatozás mellett 4 év múlva 2 millió forintot szeretnénk kivenni?

205. (K) Mekkora összeget kell betennünk a bankba, hogy öt év múlva $600\,000\ Ft$ – ot vehessünk ki, évi $10\,\%$ - os kamatláb mellett? (Ezt diszkontálásnak nevezik, a keresett értéket pedig diszkontált értéknek.) Az eredményt egész számra kerekítve add meg!

206. (K) Egy háromgyerekes családban két – 10, illetve 12 éves – fiú és egy – 13 éves – lány van. A szülők 800 ezer forintot akarnak bankba tenni évi 5 % - os kamatra úgy, hogy mindegyik gyerek 18 éves korában kapja meg a neki szánt pénzt: a két fiú egyenlő összeget, a lány pedig annyit, mint a két fiú együtt. Kinek mekkora összeget tegyenek be a szülők, ha a kamatokat mindvégig bent hagyják?

207. (K) Milyen kamatláb mellett teljesül, hogy $250\,000\ Ft$ tőke esetén 5 év múlva $400\,000\ Ft$ – ot vehessünk fel a bankból? A kamatláb értékét egy tizedesjegyre kerekítve add meg!

208. (K) Mennyi volt az éves kamatláb, ha $2\,000\,000\ Ft$ – ot egy számlán kamatoztattunk, és három év múlva $2\,590\,058\ Ft$ – ot vehettünk fel?

209. (K) Egy értékpapírért $500\,000\ Ft$ – ot fizettünk.

a) **Ha hat év múlva $1,5$ millió forintot fizet a bank, akkor milyen átlagos kamatlábbal számolt?**

b) **Hány év múlva vehetünk fel $1,5$ millió forintot, ha az éves kamatláb 8 %?**

210. (K) Ottó a bankba tesz $2\,000\,000$ forintot évi 6 % - os kamatra.

a) **Mekkora lesz a megtakarítása ezresekre kerekítve, 6 év múlva?**

b) **Hány év alatt nő a megtakarítása a kétszeresére?**

c) **Hány százalékos kamat esetén nőne 10 év alatt a duplájára a megtakarítás?**

211. (K) Két évre takarékba tettünk $400\,000\ Ft$ – ot, éves lekötésre. A második év végén $552\,000\ Ft$ – ot vehettünk fel.

a) **Hány % - os volt az átlagos éves pénzgyarapodás?**

b) **A második évben a kamatláb 5 százalékponttal nagyobb volt, mint az elsőben. Hány százalék volt az első évben a kamatláb?**

c) **Az infláció átlagosan évi 9% volt az eltelt két évben. Hány forintot ért az $552\,000\ Ft$ két évvel korábban?**

212. (E) Egy fiatalember 18 éves korában dohányozni kezdett. Hetente $1200\ Ft$ – ot költött erre a szenvedélyére. Egyszer ksizámította, hogy ha az egy év alatt dohányzásra költött összeget évente inkább befektetné, akkor még évi $8\ \%$ - os kamattal számolva is szép összeget takaríthatna meg. Így okoskodott: „Egy év alatt $62\,400\ Ft$ – ot költök dohányzásra. Ha ezt év elején befektetném, akkor 19 éves koromra $62\,400 \cdot 1,08 = 67\,392\ Ft$ lenne a bankszámlámon, 20 éves koromra $62\,400 \cdot 1,08^2 + 62\,400 \cdot 1,08 = 140\,175,36\ Ft$. Ha minden év elején $62\,400\ Ft$ – ot fektetnék be, akkor nyugdíjas koromra csak a dohányzáson összesen $62\,400 \cdot 1,08^{44} + 62\,400 \cdot 1,08^{43} + \dots + 62\,400 \cdot 1,08\ Ft$ – ot takarítanék meg.” Mekkora ez az összeg?

213. (E) Kölcsönadunk $1,5$ millió forintot 2 évre egy megbízható ismerősnek. Megegyezünk abban, hogy a visszafizetendő összeg $1,92$ millió forint.

a) **Mekkora éves kamatra adjuk a kölcsönt, ha a 24 hónap elteltével egy összegben kapjuk meg az $1,92$ milliót?**

Ha havi 80 ezer forintos törlesztésben egyezünk meg, akkor lehetőségünk van ezt havi $1\ \%$ - os kamatos kamatra egy bankba befektetni. Szeretnénk kiszámolni, mekkora összeg áll rendelkezésünkre a 24. alkalommal átutalt 80 ezer forint után, ezért így okoskodunk: „Az első részlet beérkezése után 80 ezer forint lesz a számlámon, a második befizetésekor pedig $80\,000 \cdot 1,01 + 80\,000 = 160\,800\ Ft$. Amikor a harmadik összeg megérkezik a számlára, akkor $80\,000 \cdot 1,01^2 + 80\,000 \cdot 1,01 + 80\,000 = 242\,408\ Ft$ lesz a nyilvántartott összeg. A 24. átutalás után a számlán $80\,000 \cdot 1,01^{23} + 80\,000 \cdot 1,01^{22} + \dots + 80\,000 \cdot 1,01 + 80\,000\ Ft$ – om lesz.”

b) **Számítsd ki ezt az összeget! Mekkora éves kamatlábat érünk el ilyen módon a két év alatt (másfél milliót fektetünk be és az imént kiszámított összeg áll rendelkezésünkre 2 év után)?**

214. (E) Egy bankba egy család minden év elején betesz $30\,000$ Ft - ot, mely év végén 5 % - ot kamatozik. 20 év után mekkora összeget tudnak majd kivenni a bankból? (Az értéket ezres kerekítéssel add meg!)

215. (E) Ha Petra 3 évig minden év elején $710\,000$ forintot tesz a bankba $6\ \%$ - os kamatra, akkor több vagy kevesebb pénze lesz a hatodik év végén, mint $2\,837\,000\ Ft$?

216. (E) Lakásra gyűjtünk. Minden évben január legelején 500 ezer forintot helyezünk el a takarékkönyvünkben évi $10\ \%$ - os kamatra. Elegendő pénzünk lesz – e 10 teljes év elteltével egy $9,5$ milliós lakás megvételére?

217. (E) Négy éven keresztül minden év elején $50\,000\ Ft$ – ot teszünk be a bankba évi $9\ \%$ - os kamatláb mellett. Mennyi pénzt vehetünk ki 4 év elteltével, ha kamatos kamattal számolunk? Az eredményt egészre (százasokra) kerekítve add meg!

218. (E) Hat éven keresztül minden év elején beteszünk a bankba $150\,000\ Ft$ – ot. Mennyi pénzünk lesz a hatodik év végén, ha az éves kamatláb $10,5\ \%$? Az eredményt egész értékre kerekítve add meg!

219. (E) Sándor január elsején $150\,000\ Ft$ – ot helyez el egy bankban, ahol évi $5\ \%$ - os kamatot fizetnek.

a) **Mekkora haszonra tesz szert, ha 12 év múlva kiveszi a bankból a pénzét, és közben nem tesz hozzá és nem is vesz ki a pénzéből, és a kamat is változatlan?**

b) **Mekkora haszonra tesz szert, ha 12 év múlva kiveszi a pénzét a bankból, de addig minden év elején újra hozzátesz $150\,000\ Ft$ – ot?**

220. (E) Négy éven keresztül minden hónap elején $15\,000$ forintot utal át a megtakarítási számlájára Edit. Mennyi pénze lesz a számláján a negyedik év végén, ha a kamat évi $9\ \%$ és a megtakarítást havonta tőkésítik?

221. (E) Valaki 40 éves korában életbiztosítást köt a következő feltételekkel. Minden év elején azonos összeget fizet be a biztosító társasághoz, és 70 éves korában 5 millió forintot kap. A befizetett pénz $8\ \%$ - kal kamatozik. Mekkora összeget kell befizetnie minden év elején? (Az értéket ezres kerekítéssel add meg!)

222. (E) Egy család havonta leköti a megtakarításait. A bank $7\ \%$ - os éves kamatot számol. (Havonta tőkésítenek, tehát a havi kamatot hozzáteszik a tőkéhez, és az kamatozik tovább.) Mekkora a havi megtakarítás, feltéve, hogy az nem változott, ha 3 év múlva $645\,800$ forintot vettek ki?

223. (E) A szülők gyermekük megszületésekor, és azután minden évben befizetnek egy bankszámlára $200\,000\ Ft$ – ot, amíg a gyermek eléri a 14 éves kort. Ezután még 6 évig nem veszik ki a pénzt. Mekkora összeghez jut ilyen módon 20 éves korában a gyerek, ha a bank minden évben $4,5\ \%$ - os kamatot ad?

224. (E) Tíz év alatt minden év elején $4000\ Ft$ – ot teszünk a takarékba. Tíz év elteltével $4000\ Ft$ – ot veszünk ki évenként. Mennyi pénzünk lesz a huszadik év végén, ha 5 % - os a kamat?

225. (E) Két év alatt minden hó elején $40\,000\ Ft$ – ot teszünk a bankba, havi lekötésre, évi 6 % - os kamatra. Két év elteltével minden hó elején kiveszünk $40\,000\ Ft$ – ot két évig. Hány forintunk maradt a bankban a negyedik év végére?

226. (E) András 2005 elején $100\,000\ Ft$ – ot tesz be a bankba 10 % - os kamatra és 2010 végén veszi csak ki a teljes összeget. Béla 2005 elején először, azután minden év elején egészen 2010 – ig $b\ Ft$ – ot tesz be a bankba, ugyancsak 10 % - os kamatra. 2010 végén ő is kiveszi teljes betétjét, ami ugyanannyi lett, mint András betétje. Számítsd ki b értékét (ezer forintra kerekítve)!

227. (E) Évi $14,5$ % - os kamatra kapott $1\,600\,000\ Ft$ – os kölcsönt évenként egyenlő összeggel törlesztünk (az egyes évek végén). Szeretnénk kiszámítani, hogy mennyi lesz a törlesztőrészlet, ha 8 alkalommal fizetünk (azaz 8 évre vettük fel a kölcsönt). Így okoskodunk: „Ha a törlesztőrészletet x – szel jelöljük, akkor az első év végén fennálló tarozásunk a törlesztőrészlet kifizetése után $1\,600\,000 \cdot 1,145 - x\ Ft$ lesz, a második részlet kifizetése után $1\,600\,000 \cdot 1,145^2 - x \cdot 1,145 - x\ Ft$ tartozásunk marad, a nyolcadik részlet kifizetése után pedig $1\,600\,000 \cdot 1,145^8 - x \cdot 1,145^7 - x \cdot 1,145^6 - \dots - x \cdot 1,145 - x\ Ft$ lesz az adósságunk.” Fejezd be a megkezdett gondolatmenetet, és számítsd ki az éves törlesztőrészletet!

228. (E) „Mekkora tőke után lehet 10 éven keresztül évente, az év végén 1 millió petákot felvenni, ha az éves kamatláb 8 %?” – töprengett G. J. a jövője felől gondolkodva. Így okoskodott: „Ha a kérdezett tőke nagyságát x – szel jelölöm, akkor az első év eltetlével a bankban $x \cdot 1,08 - 1$ millió petákom marad, a második év végén $x \cdot 1,08^2 - 1 \cdot 1,08 - 1$ millió petákom, míg a 10. év elteltével $x \cdot 1,08^{10} - 1 \cdot 1,08^9 - 1 \cdot 1,08^8 - \dots - 1 \cdot 1,08 - 1$ millió petákom.” Fejezd be G. J. gondolatmenetét és határozd meg a kérdezett tőke nagyságát!

229. (E) Tekla 30 évesen lakást szeretne venni. Ehhez felvesz 9 millió kölcsönt, 15 évre évi 7 % - os kamatozással. Mekkora lesz az éves törlesztőrészlete? (A törlesztőrészletet ezres kerekítéssel add meg!)

230. **(E) A család új lakást akar vásárolni. Ehhez kölcsönt vesznek fel, méghozzá 10 millió Ft - ot 20 évre, évi 6 % - os kedvezményes kamatra. Minden év végén úgy törlesztenék a kölcsönt és kamatait, hogy 20 éven át minden évben ugyanakkora összeget akarnak befizetni. Mekkora legyen ez az összeg? (Az értéket ezres kerekítéssel add meg!)**

231. **(E) $100\,000\,Ft$ kölcsönt veszünk fel 10 évre, évi 18 % - os kamattal, év végi egyszeri, azonos összegű visszafizetéssel. Mennyi a törlesztőrészlet?**

232. **(E) Elhelyezünk $10\,000\,Ft$ – ot évi 4 % - os kamatra. A következő évtől kezdve tíz éven át egyenlő összegeket akarunk felvenni minden év elején úgy, hogy a tíz év letelte után ne maradjon pénzünk. Mennyi pénzt vegyünk fel egy évben?**

233. **(E) „Valakinek $48\,000$ forintja van letéve egy pénzintézetnél $4\frac{1}{2}$ % - os kamatra. Mennyit vehet fel abból minden év végén saját fönntartására, ha azt akarja, hogy 20 év múlva $60\,000$ forintja legyen?**

234. **(E) Lili a szilveszteri tombolán nyert $100\,000\,000\,Ft$ – ját január elején egy bankban helyezi el, ahol éves 5 % kamatot fizetnek. Úgy dönt, hogy 20 év alatt fogja felhasználni a nyereményt, mégpedig úgy, hogy minden év elején azonos összeget fog kivenni a bankból. Mekkora összeget vehet fel évente, ha 20 év múlva nem marad pénze a bankban?**

235. **(E) „Valaki végrendeletében $32\,000$ forintot ösztöndíjakra hagy oly módon, hogy ezen összeg előbb $50\,000$ forintra tőkésíttessék, azután pedig 100 egymás utáni évben két egyetemi jeles tanulónak évenként egyenlő részletekben osztassék ki. Hány év múlva kezdődik ezen ösztöndíj és mennyi lesz az első évi részlet, ha a pénzintézet 4 % - os kamatot fizet?”**

236. **(E) Anna $500\,000\,Ft$ – ot vesz fel kölcsönbe évi 12 % - os kamatra. Két év alatt kell visszafizetnie, havi egyenlő részletekben. Mennyi lesz a havi törlesztőrészlet?**

237. (E) Építkezni akarunk, s igénybe vesszük a 6 % - os kedvezményes lakáshitelt, 10 millió forintot veszünk fel 20 éves futamidejű kölcsönre. Kiszámoltuk, hogy legfeljebb havi $80\,000\,Ft$ – ot tudunk arra szánni, hogy a hitelt és kamatait visszafizessük. Felvegyük – e a kölcsönt?

238. (E) Az egyik évben $500\,000\,Ft$ személyi kölcsönt veszünk fel évi 24 % - os kamatláb mellett 5 évre. A törlesztés havonként történik, az első törlesztőrészletet a kölcsön felvétele után egy hónappal fizetjük. Mennyi lesz a havi törlesztőrészlet, ha a kamatláb végig változatlan marad?

239. (E) Az egyik banknál $200\,000\,Ft$ kedvezményes kölcsönt veszünk fel 10 évre. Mennyi legyen a havi törlesztőrészlet, ha az éves kamatláb 9 %? Az eredményt egész értékre kerekítve add meg!

240. (E) Béla bácsi tíz év múlva megy nyugdíjba. A nyugdíjat kiszeretné egészíteni, ezért tíz éven keresztül minden év elején betesz a bankba $500\,000\,Ft$ – ot. Nyugdíjba vonulásától számított 20 éven keresztül minden hónap elején azonos összeget vesz fel. A bank e 30 éven keresztül végig évi 6 % - os kamtlábbal számol. (p % - os éves kamatláb esetén a havi kamatláb $\frac{p}{12}$ %) Mekkora összeggel tudja kiegészíteni havi nyugdíját Béla bácsi, ha a 20. év végére elfogy a pénze?

241. (E) Egy fiatal család lakásépítésre felvesz $15\,000\,000\,Ft$ kölcsönt 15 évre, évi 8 % - os kamatra.

***a)* Mennyi lesz a havi törlesztőrészletük, ha havonta egyenlő összeget kell befizetni, és a havi kamat az éves kamat 12 – ed része?**

***b)* Mennyi lenne a törlesztőrészlet, ha a bank évente azonos összeget kérne, de azt 12 egyenlő részletben?**

Mindkét esetben számítsd ki, hogy a felvett összegnek hányszorosát fizetik vissza!

242. (E) Egy bank 10 % - os kamatra 3 millió forintos hitelt kínál, 15 éves futamidővel. A hitel felvétele után egy évvel kell elkezdenünk a törlesztést, egyenlő havi részletekben. A tőkésítés évenként történik. Határozd meg a törlesztőrészlet értékét!

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 − 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(4) Ábrahám Gábor; 2011; Matematika 12. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(5) Trembeczki Csaba; 2015; Az analízis elemei; Mozaik Kiadó; Szeged

(6) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(7) Trembeczki Csaba; 2016; Az analízis elemei feladatgyűjtemény; Mozaik Kiadó; Szeged

(8) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(9) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(10) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(11) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettésgi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(12) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettésgi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(13) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 − 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(14) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(15) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(16) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(17) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(18) Saját anyagok