Brósch Zoltán (Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma)

Számtani sorozatok

DEFINÍCIÓ: (Számtani sorozat)
Az (a_n) valós számsorozatot számtani sorozatnak nevezzük, ha van olyan valós szám, amelyet a sorozat bármelyik tagjához hozzáadva, a sorozat következő tagját kapjuk. Jelöléssel: $a_{n+1} = a_n + d$.

Megjegyzés:

- *Ezt az állandó különbséget a sorozat differenciájának nevezzük. Jele:* d.
- *Számtani sorozat esetén az egymást követő tagok különbsége állandó:* $a_{n+1} - a_n = d$.
- *Ha* $d > 0$, *akkor a számtani sorozat szigorúan monoton növekvő és alulról korlátos.*
- *Ha* $d < 0$, *akkor a számtani sorozat szigorúan monoton csökkenő és felülről korlátos.*
- *Ha* $d = 0$, *akkor a sorozat konstans sorozat.*

TÉTEL: (Képzési szabály)
Ha egy számtani sorozat első tagja a_1, differenciája d, akkor n – edik tagja megkapható a következő összefüggés segítségével: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$.

TÉTEL:
Egy (a_n) számtani sorozat első n tagjának összege: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$.

TÉTEL:
A számtani sorozat bármelyik tagja (a másodiktól kezdve) egyenlő a tőle szimmetrikusan elhelyezkedő tagok számtani közepével. Jelölés: $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. (K) Andris azt állítja, hogy a számtani sorozat bármely tagja a tőle szimmetrikusan elhelyezkedő tagok számtani közepe. Igaz – e az állítás, nem szükséges – e valamilyen kiegészítés?

2. (K) Melyik számtani sorozat az alábbiak közül?

$(a_n) = 5n - 2$ $(b_n) = \frac{5}{n} - 3$ $(c_n) = 2 + n^2$

$(d_n) = \frac{n^2 - 25}{n + 5}$ $(e_n) = 8$ $(f_n) = \sin(n \cdot \pi)$

3. (K) Az alábbi sorozatok közül melyik számtani sorozat? Határozd meg a számtani sorozatok differenciáját!

$a_n = 5 + 11n$ $b_n = \frac{9 - n^2}{n + 3}$ $c_n = \frac{5 + 2n}{n}$ $d_n = tg\left[(4n - 1) \cdot \frac{\pi}{4}\right]$

$e_n = \frac{14 - 4n}{5}$ $f_n = \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$ $g_n = (-1)^{2n}$ $h_n = 1 - 5n$

$i_n = \frac{n + 1}{n} - \frac{1}{n}$ $j_n = -3$ $k_n = n^2 + 1$ $l_n = n \cdot \cos\pi$

4. (K) Az alábbi sorozatok közül melyek számtani sorozatok? Határozd meg a számtani sorozatok első tagját és differenciáját!

$a_n = 7n - 11$ $b_n = \frac{n}{n + 3}$ $c_n = 1 - \frac{n}{2}$ $d_n = \cos\left[(6n - 2) \cdot \frac{\pi}{3}\right]$

$e_n = \frac{n^2}{2n}$ $f_n = \frac{n^2 - 4}{n + 2}$ $g_n = 2n + 3$ $h_n = 2n^2 - 2 \cdot (n + 1)^2$

$i_n = \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot n\right)$ $j_n = \frac{1}{n}$ $k_n = 2022$ $l_n = cos^2\,(n \cdot \pi)$

5. (E) Az (a_n) sorozat olyan, hogy $a_n = 5n - 7$ teljesül minden n – re. Igazold, hogy számtani sorozatról van szó!

6. (E) Az (a_n) sorozat első n tagjának összege minden n – re $(2n^2 - n)$ – nel egyenlő. Igazold, hogy számtani sorozatról van szó!

7. (E) Adott 60 szám úgy, hogy közülük bármely négy egy – egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Bizonyítsd be, hogy e számok között legalább 15 egyenlő található!

8. (E) Az a_n számtani sorozatról tudjuk, hogy $a_k = m$ és $a_m = k$ $(k \neq m)$. Add meg az a_n sorozatot k, m és n függvényeként!

9. (E) Egy számtani sorozat egyik tagja, ennek a tagnak a négyzete, illetve a köbe a sorozat három különböző indexű tagja. Bizonyítsd be, hogy a sorozat minden tagja racionális szám!

10. (E) Igazold, hogy ha a, b, c egy számtani sorozat három egymást követő eleme, akkor $a^2 + ab + b^2, a^2 + ac + c^2, b^2 + bc + c^2$ is egy számtani sorozat három egymást követő eleme!

11. (E) Létezik – e olyan számtani sorozat, amelynek elemei: $a_1 = 3 \cdot \sqrt{5} + 1$; $a_2 = \frac{11 \cdot \sqrt{5} - 1}{2}$ és $a_3 = 8 \cdot \sqrt{5} - 2$?

12. (E) Lehet – e $1, \sqrt{3}, 3$ egy számtani sorozat három (nem feltétlenül szomszédos) eleme?

13. (E) Lehet – e ugyanannak a számtani sorozatnak a három tagja: $1; \sqrt{3}; 2$?

14. (E) Lehet – e egy számtani sorozat minden tagja különböző prímszám, illetve négyzetszám?

15. (K) Az (a_n) számtani sorozatot így adjuk meg: $a_1 = 1; a_2 = 2; a_{n+1} = x \cdot a_n + y \cdot a_{n-1}$ minden 1 – nél nagyobb pozitív egész n esetén. Határozd meg az x és az y értékét!

16. (K) Add meg a számtani sorozat első tagját és differenciáját, ha tudjuk, hogy $a_3 = 735$ és $a_8 = 700$!

17. (K) Írd fel a számtani sorozat ötödik és általános tagját, ha második tagja 4, kilencedik tagja 67!

18. (K) Írd fel a számtani sorozat századik tagját, ha $a_{12} = 36$ és $a_6 = 34$!

19. (K) Egy számtani sorozat első tagja 2, huszonkettedik tagja 14. Hányadik tagja a sorozatnak a 6?

20. (K) Egy számtani sorozat első tagja 1, differenciája $\frac{2}{3}$. Írd fel a sorozat általános tagját! Hányadik tagja a sorozatnak az 1849, a 2011 és a 3000?

21. (K) Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja pedig 24. Írd fel a sorozat általános tagját! Tagja - e ennek a sorozatnak a 8?

22. (K) Egy számtani sorozat harmadik tagja 7, ötödik eleme 15. Tagja - e a 133?

23. (K) Egy számtani sorozat negyedik tagja 8, hetedik tagja 29. Számítsd ki a sorozat ötvenedik tagját! Írd fel az általános tagot! Tagja – e a sorozatnak a 715?

24. (K) Egy (a_n) számtani sorozat első tagja egyenlő a sorozat differenciájával. Ötödik tagja 10. Add meg a sorozat első és n – edik tagját!

25. (K) Egy számtani sorozat első tagja 100, a hatodik tagja pedig egyenlő a differenciával. Határozd meg a második tagot!

26. (K) Egy számtani sorozat hatodik tagjának kettes számrendszerbeli alakja 110010, a számtani sorozat különbsége -3. Mekkora a sorozat első tagja?

27. (K) Egy számtani sorozat első két eleme a és $b-a$. Mi a sorozat ötödik eleme?

28. (K) Egy számtani sorozat második tagja a és ötödik tagja $a+6$. Mi a sorozat kilencedik tagja?

29. (K) Egy számtani sorozat hetedik tagja x és tizennyolcadik tagja $12x$. Mi a sorozat kilencedik tagja?

30. (K) Add meg a pozitív páros számok sorozatának első nyolc tagját és az általános tagját!

31. (E) Melyik természetes szám lehet n és m, ha az $\frac{1}{n}$, az $\frac{1}{31}$ és az $\frac{1}{m}$ szám egy számtani sorozat első, második, illetve harmadik tagja?

32. (K) Egy számtani sorozat negyvenedik tagja 25 – tel kevesebb, mint a tizenötödik tag. Mennyi a sorozat differenciája?

33. (K) Egy számtani sorozat harmadik tagja 50, a sorozat tízedik tagja 10 – zel kisebb a nyolcadik tagjánál. Határozd meg a sorozat első tagját és differenciáját!

34. (K) Egy számtani sorozat hatodik és harmadik tagjának különbsége 12. Mennyi a századik és a tízedik tagnak különbsége?

35. (K) Egy számtani sorozat második és nyolcadik tagjának összege 10. A sorozat harmadik és tizennegyedik tagjának összege 31. Számítsd ki a sorozat tizenötödik tagját!

36. (K) Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 12, a harmadik, a negyedik és az ötödik tag összege 30. Melyik ez a sorozat?

37. (K) Az a_n számtani sorozat esetén ismert a következő tagok összege: $a_3 + a_8 = 34$ és $a_2 + a_{11} = 46$. Mennyi a sorozat első eleme és differenciája? Tagja – e a sorozatnak a 2012?

38. (K) Egy számtani sorozat második, harmadik és negyedik tagjának összege 63. A sorozat ötödik és hatodik tagjának összege 27. Számítsd ki a sorozat tízedik tagját és írd fel a sorozat általános (n - edik) tagjának képletét!

39. (K) Add meg az (a_n) számtani sorozat első tagját és differenciáját, ha tudjuk a következőt!

$$\left.\begin{aligned} a_{10} - a_4 &= 36 \\ a_2 + a_6 &= 48 \end{aligned}\right\}$$

40. (K) Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 30 – cal kisebb, mint a következő három tag összege. Az első hat tag összege 60. Melyik ez a sorozat?

41. (E) Egy számtani sorozatról a következőket tudjuk: $a_2 + a_4 + a_6 = 36$ és $a_2 \cdot a_3 = 54$. Számítsd ki a sorozat első tagját és különbségét!

42. (E) Egy számtani sorozat első három tagjának összege 9, szorzata -120. Határozd meg a sorozatot!

43. (E) Egy számtani sorozat tagjaira teljesül, hogy $a_5 \cdot a_{10} = -25$ és $a_2 + a_8 = 10$. Add meg a sorozat első tagját és differenciáját!

44. (E) Egy számtani sorozat első két tagjának a négyzetösszege 52, a második és a harmadik tag négyzetösszege 100. Add meg a sorozatot!

45. (E) Egy számtani sorozat első és negyedik tagjának négyzetösszege 64 – gyel nagyobb, mint a második és harmadik tagok négyzetösszege. Határozd meg a sorozat első négy tagját, ha a két középső tag összege 20!

46. (E) Négy pozitív egész szám egy számtani sorozat egymást követő négy eleme. Határozd meg a négy számot, ha összegük 26, szorzatuk 880!

47. (K) Iktass be a 3 és 48 közé három számot úgy, hogy a számötös egy számtani sorozat egymást követő elemeit alkossák!

48. (K) A pozitív a és b számok $(a < b)$ közé iktass be négy számot úgy, hogy a kapott számok egy számtani sorozat hat egymást követő elemei legyenek. Add meg a hat számot!

49. (K) Határozd meg a változók értékét úgy, hogy a következő három szám egyszámtani sorozat három egymást követő eleme legyen.

$1; a; 7$	$3; b; 5$	$c; 2; 4$
$d; 2d; 4d$	$e; e+1; e+2$	$f-1; 2f; f+1$
$\frac{1}{g}; 1; g$	$1; -h; h^2$	$i-1; i^3; i+1$

50. (K) Egy számtani sorozat első tagja 4, differenciája 5. Hány tagja van a sorozatnak 1000 és 2000 között?

51. (K) Egy számtani sorozatnak a második eleme 11, a hatodik eleme 39. Mennyi olyan tagja van a sorozatnak, amely legalább kétjegyű, de legfeljebb négyjegyű?

52. (K) Hány darab olyan pozitív egész szám van 1541 és 2011 között, melyek hatos maradéka 2?

53. (K) Legyen egy számtani sorozat első tagja 2 és differenciája $\frac{1}{2}$. Hány kétjegyű pozitív egész tagja van a sorozatnak!

54. (K) Hány darab hattal osztható négyjegyű szám van, amelyik 4 – re végződik?

55. (K) Határozd meg azon számtani sorozat első 10 tagjának az összegét, amelynek az első tagja $-\frac{11\pi}{6}$, differenciája pedig $\frac{3\pi}{2}$!

56. (E) Egy számtani sorozat első tagja $\frac{13}{\sqrt{2}-1}$, differenciája $\sqrt{2}$. Számítsd ki az első 27 tag összegét!

57. (E) Egy számtani sorozat első tagja $a_1 = \frac{13}{\sqrt{3}+1}$, differenciája $\sqrt{3}$. Számítsd ki az első 30 tag összegét!

58. (E) Egy számtani sorozat első tagja $\frac{5}{\sqrt{2}+1}$, differenciája $\sqrt{2}$. Számítsd ki a sorozat első húsz tagjának pontos összegét számológép használata nélkül!

59. (K) Számítsd ki az $\{5n-7\}$ sorozat első 30 elemének összegét!

60. (K) Egy számtani sorozat negyedik tagja 14, hetedik tagja 23. Számítsd ki az első harmincegy tag összegét!

61. (K) Egy számtani sorozat negyedik eleme 2, differenciája 3. Számítsd ki a sorozat tízedik elemét és az első 21 tag összegét! Írd fel az általános (n - edik) tag képletét!

62. (K) Egy számtani sorozat első és hatodik tagjának összege 100. Add meg az első hat tag összegét!

63. (K) A kétjegyű páros számok összege A, a kétjegyű páratlan számok összege B. Melyik szám nagyobb és mennyivel?

64. (K) Tekintsük a háromjegyű páros számok összegét és a háromjegyű páratlan számok összegét! Melyik nagyobb és mennyivel?

65. (K) Írd fel az n – edik pozitív páratlan számot és az első n pozitív páratlan szám összegét! Határozd meg a pozitív páros számok sorozatának n – edik tagját, és az első n tagjának összegét!

66. (K) Egy számtani sorozat második és nyolcadik tagjának az összege 2, kilencedik és harmadik tagjának különbsége 24. Mennyi az első tíz tag összege?

67. (K) Egy számtani sorozat harmadik és hetedik elemének összege 24. A sorozat nyolcadik eleme 10 – zel kisebb, mint az ötödik. Határozd meg a sorozat első 15 elemének összegét!

68. (K) Egy számtani sorozat ötödik tagja 10, határozd meg a negyedik és a hatodik tag összegét!

69. (K) Egy számtani sorozat első tagja 5, kilencedik tagja 141. Számítsd ki a sorozat harmadik, ötödik és hetedik tagját a differencia kiszámítása nélkül!

70. (K) Egy számtani sorozat harmadik és ötödik tagjának összege 8. Mekkora lesz a második, a negyedik és a hatodik tagjának az összege?

71. (K) Egy számtani sorozat második és hatodik elemének összege 15. Lehet – e a sorozat minden tagja egész szám?

72. (K) Egy fogyó számtani sorozat első tizenöt tagjának az összege 0. Mennyi pozitív tagja van a sorozatnak?

73. (K) Egy szigorúan monoton növekvő számtani sorozat első 21 tagjának összege 0. Hány negatív tagja van a sorozatnak?

74. (K) Egy számtani sorozat hét egymást követő tagjának az összege 700. Meg lehet – e ebből állapítani, hogy a 100 szerepel – e a sorozat tagjai között?

75. (K) Egy számtani sorozat első 11 tagjának az összege 1024. Lehet – e a sorozat minden tagja természetes szám?

76. (K) A számtani sorozat első hét elemének összege 210. Eleme – e a sorozatnak a 30?

77. (K) Egy számtani sorozat ötödik, nyolcadik, tizenhatodik és tizenkilencedik tagjának összege $123\,456$. Add meg a sorozat tizenkettedik tagját és az első 23 tag összegét!

78. (K) Egy számtani sorozat negyedik, tizenegyedik, tizenhetedik és huszonnegyedik tagjának összege 3960. Számítsd ki a sorozat tizennegyedik tagját és az első 27 tag összegét!

79. (K) Egy számtani sorozat ötödik tagja 3. Számítsd ki a sorozat első 9 elemének összegét!

80. (K) Egy számtani sorozat negyedik tagja 15. Mennyi az első hét tag összege? Mutass két példát ilyen sorozatra úgy, hogy az egyik fogyó, a másik pedig növekvő sorozat legyen!

81. (K) Egy számtani sorozat harmadik tagja 10. Mennyi az első öt tag összege? Mondj példát ilyen sorozatra!

82. (K) Számítsd ki az 1000 – nél nem nagyobb, 3 – mal osztható pozitív egész számok összegét!

83. (K) Számítsd ki a háromjegyű, 13 – mal osztható számok összegét!

84. (K) Mennyi a 101 és 501 közé eső azon természetes számok összege, melyek 3 - mal osztva 1 - et adnak maradékul?

85. (K) Határozd meg a számtani sorozat 11. tagját, ha az első 15 tagjának összege 255, míg az első 20 tag összege 400!

86. (K) Határozd meg annak a számtani sorozatnak az első elemét és differenciáját, mely első tíz elemének összege 210 és első húsz elemének összege 820. Hány kétjegyű tagja van a sorozatnak?

87. (K) Egy számtani sorozat első öt tagjának összege 65, a következő öt tag összege 215. Mennyi a sorozat első tagja és különbsége?

88. (K) Egy számtani sorozat első nyolc tagjának összege 14, a hatodik, hetedik, nyolcadik és kilencedik tag összege pedig 1. Határozd meg a sorozatot!

89. (K) Egy számtani sorozat második tagja 3. E sorozat első tíz tagjának az összege harmadakkora, mint a következő tíz tag összege. Határozd meg a sorozat első tagját és differenciáját!

90. (K) Egy számtani sorozat első tíz tagjának összege feleakkora, mint a következő tíz tag összege. Határozd meg a sorozat első és n – edik elemét, ha az első 15 tag összege 375!

91. (K) Egy számtani sorozat első 10 tagjának összege harmada a következő tíz tag összegének. A sorozat hatodik tagja 10 – zel kisebb a negyedik tagjánál. Melyik ez a sorozat?

92. (K) Egy számtani sorozat első tagja 11, az első tíz tag összege négyszer akkora, mint közülük a páros sorszámú tagok összege. Írd fel e sorozat első tíz tagját!

93. (K) Egy számtani sorozat első hat tagjának az összege negyede a következő hat tag összegének. Add meg a sorozatot, ha az első tizenkét tag összege 1080!

94. (K) Egy számtani sorozat ötödik tagja 13, első öt tagjának összege 15.

a) Határozd meg az első 59 tag összegét!

b) Igazold, hogy az első 59 tag összege osztható 6 – tal!

c) Az első 59 tag összegeként kapott szám számjegyeinek felcserélgetésével hány olyan szám írható fel, amelyik 12 – vel is osztható?

95. (E) Egy számtani sorozat első négy tagjának összege harmada a következő négy tag összegének. Határozd meg az első tíz tag és a következő tíz tag összegének arányát!

96. (E) Egy számtani sorozat első öt tagjának összege harmad akkora, mint a következő öt tag összege. Mekkora az első tíz tag és a következő tíz tag összegének aránya?

97. (E) Egy számtani sorozat első 50 tagjának összege P, a következő 50 tag összege Q. Mennyi a_1 és d?

98. (K) A 17 – től kezdve a pozitív egész szánok sorában összeadtuk minden tizedik számot. Mennyi darabot adtunk össze, ha a kapott összeg 1472?

99. (K) Meddig adtuk össze 1 – től kezdve a természetes számokat, ha az összeg 5000 és 5100 közé esik?

100. (K) Egy számtani sorozat minden tagja pozitív egész szám. Tudjuk, hogy a sorozat második tagja 12, és első kilenc tagjának összege nagyobb, mint 200, de kisebb, mint 220. Számítsd ki a sorozat első tagját és differenciáját!

101. (K) Egy számtani sorozat harmadik tagja 10, nyolcadik tagja 30. Melyik az a legkisebb n, amelyre teljesül, hogy a sorozat első n tagjának összege legalább $1\,000$?

102. (K) Melyik az a számtani sorozat, amelyben az első tag n, a differencia 3 és az első n tag összege 235? Határozd meg az n értékét!

103. (K) Egy számtani sorozat első tagja $20, n$ – edik tagja 174. Határozd meg az n értékét, ha az első n tag összege 2231. Tagja – e a sorozatnak a 2014?

104. (K) Az $(a_n) = 200 + 300n$ sorozat első k tagjának az összege nagyobb, mint tízezer. Legalább mekkora a k értéke?

105. (K) Egy számtani sorozatban minden $n \in \mathbb{N}$ esetén $a_n = 4n - 2$, és valamely k – ra: $S_k = 72$. Mennyi a k értéke? Mennyi az első 10 tag összege? Hány négyzetszám van a sorozat tagjai között?

106. (K) Egy számtani sorozatban $a_1 = -11$ és $a_k = 16$. Mennyi a k értéke, ha az első k tag összege 25?

107. (E) Egy számtani sorozat különbsége 5, első n tagjának összege -56, n – edik tagja n. Add meg a sorozat első n tagját!

108. (E) Egy számtani sorozat első tagja -190, n – edik tagja 202. A közbülső tagok összege 36. Írd fel a sorozat első n tagját!

109. (E) Egy számtani sorozat differenciája 3. Az első n tag összege 5010, az első $n + 10$ tag összege 6895. Mekkora az n értéke? Számítsd ki a sorozat első tagját!

110. (E) Egy számtani sorozat differenciája $\frac{3}{2}$. A sorozat első n elemének összege 365, az első $2n$ elemének összege 1330. Add meg a sorozat első elemét és általános tagját!

111. (E) Egy számtani sorozat első tagja 3, a differencia 5. E sorozat első k tagjának az összege háromjegyű, de az első $k + 1$ tag összege már négyjegyű szám. Határozd meg a k értékét!

112. (E) Határozd meg azokat az (a_n) számtani sorozatokat, amelyekben bármely n – re teljesül, hogy az első $2n$ tag összege négyszerese az első n tag összegének!

113. (E) Tudjuk, hogy a páratlan számokat 11 – től $2n+1$ – ig összeadva a kapott összeg osztható 19 – cel. Határozd meg a legkisebb ilyen n számot!

114. (E) Egy számtani sorozat első nyolc tagjának összege 100, közülük a páros indexű tagok összege 44. Melyik ez a sorozat?

115. (E) Egy számtani sorozat első 60 tagja közül a páros indexű tagok összege -2640, a hárommal osztható indexű tagok összege pedig -1790. Határozd meg a sorozat első 60 tagjának az összegét!

116. (E) A természetes számok növekvő sorozatából kiválasztottunk egy számot, majd a nála hárommal nagyobbat és így tovább, míg a kiválasztott számok összege 493 lett. Hány számot választottunk, és mi volt az első szám?

117. (E) Egy egész számokból álló számtani sorozat első 5 tagjának összege 65, szorzata $129\,168$. Melyik ez a sorozat?

118. (E) Egy számtani sorozat három egymást követő elemének összege 3, a három egymást követő elem köbének összege 15. Számítsd ki a számtani sorozat differenciáját!

119. (E) Egy számtani sorozatban $a_3 = 3 \cdot a_2$ és $S_n = 40 \cdot a_3$. Fejezd ki a_n – et csak az a_1 segítségével!

120. (E) Egy (a_n) sorozatban minden pozitív n egész számra: $a_n = 2 \cdot a_{n+1} - a_{n-2}$, továbbá $a_3 + a_7 = 12$. Add meg a sorozat első 9 tagjának összegét!

121. (E) Egy számsorozat első tagja 2, második tagja 1, a sorozat további tagjait az $a_{n+2} = 2 \cdot a_{n+1} - a_n, n \in \mathbb{Z}^+$ képlet alapján képezzük. Add meg a sorozat 2000. tagját, valamint az első 2000 tag összegét!

122. (E) Bizonyítsd be, hogy 17 szomszédos egész szám összege osztható 17 – tel! Igaz – e az analóg állítás, ha csak 16 szomszédos számot adunk össze?

123. (E) Bizonyítsd be, hogy 11 szomszédos egész szám összege osztható 11 – gyel! Megfogalmazható - e a hasonló, igaz állítás 12 szomszédos szám esetén!

124. (E) Bizonyítsd be, hogy 101 – től kezdve összeadva n darab páratlan számot, az összeg utolsó két jegye megegyezik n^2 utolsó két jegyével!

125. (E) Tudjuk, hogy 2013 darab különböző pozitív egész szám összege $4\,052\,167$. Bizonyítsd be, hogy a számok között legalább két páros szám található!

126. (E) Az első 76 természetes szám összegében akárhánynak az előjelét megváltoztatjuk. El lehet – e érni, hogy a kapott összeg 1977 legyen?

127. (E) Az első 72 pozitív egész szám összegében valahány tag előjelét megváltoztathatjuk. Elérhető – e, hogy a kapott összeg 2005 legyen?

128. (E) Az első 201 pozitív természetes szám összegében akárhánynak az előjelét megváltoztatjuk. El lehet – e érni, hogy a kapott összeg 2010 legyen?

129. (E) Adjuk össze 1 – től 30 – ig a természetes számokat. Ebben az összegben akárhány tag előjelét megváltoztathatjuk. El lehet – e érni, hogy az így kapott összeg értéke 100 legyen?

130. (E) Igazold, hogy 256 nem állítható elő egymást követő természetes számok összegeként!

131. (E) Az első n pozitív páros szám összegének és az első n pozitív páratlan szám összegének hányadosa $\frac{101}{100}$. Mekkora az n értéke?

132. (E) Állítsd elő a 100^3 – at 100 darab egymás utáni páratlan szám összegeként!

133. (E) Hány jegyű szám a 10, illetve a 3 első ötven pozitív egész kitevőjű hatványának szorzata?

134. (E) A 2 – nek hányadik hatványa a 2 első tíz pozitív egész kitevőjű hatványának a szorzata?

135. (E) Összeszoroztuk a 10 első tíz pozitív egész kitevőjű hatványát. Hány jegyű a kapott szám?

136. (E) Határozd meg az alábbi összeg értékét!

$$1+2+3-4+5+6+7-8+\dots+2013+2014+2015-2016$$

137. (E) Határozd meg a következő összeget!

$$1\cdot 2+1\cdot 3+\dots+1\cdot 10+2\cdot 3+2\cdot 4+\dots+2\cdot 10+3\cdot 4+3\cdot 5+\dots+3\cdot 10+\dots+8\cdot 10+9\cdot 10$$

138. (E) Számítsd ki a 0 és 100 közé eső 5 nevezőjű törtek összegét!

139. (E) Számítsd ki a következő összeget: $100^2-99^2+98^2-97^2+\dots+2^2-1^2$!

140. (E) Egy számtani sorozat tízedik tagja 22, a századik eleme 202. Hagyjuk el a sorozat minden olyan tagját, amelynek utolsó számjegye 2. Mennyi a megmaradt sorozat első 200 tagjának az összege?

141. (E) Egy számtani sorozat első k tagjának összegét jelöljük S_1 – gyel, első m tagjának összegét jelöljük S_2 – vel, első n tagjának összegét jelöljük S_3 – mal. Számítsd ki a következő kifejezés értékét!

$$\frac{S_1}{k}\cdot(m-n)+\frac{S_2}{m}\cdot(n-k)+\frac{S_3}{n}\cdot(k-m)$$

142. (E) Az a_n számtani sorozat differenciája d. Első 5 elemének összege legyen b_1, a következő öt elem összege b_2, a következő öt elem összege b_3, és így tovább. Igazold, hogy b_n számtani sorozat! Add meg a_1 – gyel és d – vel a b_n sorozat első tagját és differenciáját!

143. (E) Jelöljük az (a_n) számtani sorozat első n tagjának az összegét S_n – nel. Bizonyítsd be, hogy ha k és m különböző pozitív egész számok és $\frac{S_k}{S_m} = \frac{k^2}{m^2}$, akkor $\frac{a_k}{a_m} = \frac{2k-1}{2m-1}$!

144. (K) Egy könyvszekrény nyolc polca közül a legfelsőn 35 könyv van és minden további polcon 4 – gyel több, mint a felette levőn. Hány könyv van a könyvszekrényben?

145. (K) Egy hétnapos túra első napján $23\ km$ – t gyalogoltak, minden további napon pedig $5\ km$ – rel többet, mint az előző napon. Mennyi km – t tettek meg az utolsó napon?

146. (K) A Long Street páros oldalán 2 – től 2010 – ig vannak számozva a házak. Egy napon a postás az utca páros oldalán végighaladva először a 6 – os számú, majd minden ötödik házhoz kézbesített levelet. Hány házhoz hozott levelet ezen a napon a postás az utca páros oldalán?

147. (K) A buli tetőfokáig (este 9 – től hajnali 2 – ig) minden órában 3 új vendég érkezett, a kezdeti 5 vendéghez. Hányan lesznek a vendégek hajnali 2 – kor?

148. (K) A nap április 1 – jén 5 óra 24 perckor kel fel. A hónap folyamán naponta kb. 2 perccel korábban van napkelte. Hány órakor kel fel a nap április 15 – én?

149. (K) Egy osztály a kirándulására pénzt gyűjt. Az első hónapban 500 tallért kértek minden tanulótól. Az osztály pénztárosa kiszámolta, hogy ha minden hónapban 300 tallérral többet hoznak, mint az előzőben, akkor hét hónap alatt meglesz a szükséges összeg. Mennyi pénzt fognak az utolsó alkalommal hozni a tanulók?

150. (K) A győri Audi gyár 2014 – ben $98\,170\ db$ A3 Limusine – t gyártott. Ha minden évben 5000 darabbal többet gyártanak, mint az azt megelőzőben, melyik évben duplázzák meg a $98\,170$ – es darabszámot?

151. (K) Egy cirkusz kör alakú nézőterén 8 sor ülőhely van. Az egyes sorok ülőhelyeinek száma számtani sorozatot alkot. Az ötödik sorban 100, a második sorban 70 ülőhely található. Hány ülőhely van a 8. sorban és az egész nézőtéren?

152. (K) Egy időszaki kiállítást a megnyitása napján 130 – an néztek meg. A második naptól kezdve a nyitva tartásának minden napján 30 – cal többen látták, mint az előző nap. Hány látogató volt a 25. napon? Hány látogató kereste fel a kiállítást az első 30 nap alatt?

153. (K) Hányat üt egy nap alatt az a toronyóra, amely nemcsak az egész órákat üti 1 – től 12 – ig, hanem minden negyed órakor üt rendre 1 – et, 2 – t, 3 – at, 4 – et?

154. (K) Egy szabadon eső test az első másodpercben $4,9\ m$ – t tesz meg, minden további másodpercben az előző másodpercben megtett útnál $9,8\ m$ – rel többet. Hány másodperc alatt esik le a test $4410\ m$ magasról?

155. (K) Egy ember 12 éve gyűjti az értékes ásványokat. Az első évben 17 darabot gyűjtött, majd a következő évek során minden évben 9 – cel többet, mint az előző évben. Hány darab ásványt gyűjtött a 12. évben? Mennyi ásványt gyűjtött a 12 év alatt összesen?

156. (K) Egy üzem az első héten 600 terméket gyárt, majd minden héten 15 – tel többet. Hány hét alatt nő $50\ \%$ - kal a termelés? Mennyi terméket gyárt az első 8 hét alatt?

157. (K) Egy kőbányában 50 darab kőtömböt faragtak ki. A kövek sorba állíthatók úgy, hogy a sorban – a másodiktól kezdve – mindegyik kő tömege $2\ kg$ – mal több, mint az előtte állóé. Az első kő tömege $370\ kg$. Elszállítható – e az összes kőtömb 7 darab 3 tonnás teherautóval egyetlen fuvarban, túlterhelés nélkül?

158. (K) Egy stadionról tudjuk, hogy egy szektora egy emelkedő körgyűrűcikk. Az első sorban 80, a többiben soronként 4 – gyel több ülőhely van. Minden sor $35\ cm$ – rel magasabban van, mint a megelőző és az utolsó sor 14 méterrel magasabban van, mint az első. A stadion 8 ilyen szektorból áll. Mekkora a maximális nézőszám?

159. (K) Egy nyomdában 30 papírlap közül néhányat 10 részre vágtak, majd az így kapott részek közül néhányat ismét 10 részre vágtak szét és így tovább. Egy ilyen munkaszakasz után valaki azt mondta: „Most 2010 papírdarabunk van." Jól számolt – e az illető?

160. (K) Egy gyümölcsfán megérett a körte. Négy hét alatt potyogott le mind az 1610 darab. Tudjuk, hogy minden nap 3 – mal több esett le, mint az azt megelőző napon. Hány körte esett le az első napon? A körték hány százaléka van még a fán három hét elteltével?

161. (K) Egy gyümölcsös párhuzamos soraiban $2\ 660$ fát ültettek. Az első sorba 8 - at, minden következő sorba 3 - mal többet ültettek, mint az előzőbe. Hány fa jutott az utolsó sorba és mennyi sor fa van a gyümölcsösben?

162. (K) Agárversenyen a fogadók közül minden nyertes 450 tallérral kevesebbet kapott, mint az őt megelőző. A legtöbbet nyerő 3600 tallért kapott, a többi nyertes összesen 9900 tallért. Mennyien nyertek a fogadók közül?

163. (K) Egy vetélkedőn $15\ 000\ Ft$ jutalmat osztottak ki. Az első helyezett $3\ 000\ Ft$ – ot kapott, a továbbiak sorra $200\ Ft$ – tal kevesebbet, mint az előttük lévő. Hány versenyzőt jutalmaztak?

164. (K) Egy féreg kezdetben $10\ mm$ hosszú. Az első órában megduplázza a hosszát, majd minden további órában $15\ mm$ – rel többet nő, mint az előző órában. Legalább hány órának kell eltelnie, hogy a hossza legalább $1,5\ m$ legyen?

165. (K) Egy $2\ m$ hosszúságú sálat akarunk kötni. Ha az első napon $18\ cm$ - t, majd pedig minden nap az előző napinál $4\ cm$ - rel hosszabb darabot kötünk, akkor hány nap alatt készül el a sál? Mekkora rész készül el az utolsó napon?

166. (K) Egy 379 oldalas könyvet szeretnénk elolvasni. Ha az első napon 19 oldalt, majd minden nap az előző napinál 18 oldallal többet olvasunk, akkor hány nap alatt sikerül kiolvasni a könyvet? Mennyi oldal jutott az utolsó napra?

167. (K) Egy színházi nézőtéren 30 sor van. Minden sorban kettővel többen férnek el, mint az előzőben. Hány ember fér el a nézőtéren, ha a 15. sorban 50 férőhely van?

168. (K) Egy fiatalember $100\,000$ dollár készpénzre tett szert, s első útja Monte Carloba vezetett, ahol szerencsejátékokkal próbálta növelni „vagyonát”. Csakhogy már az első napon 10 dollárt vesztett, s minden ezt követő napon 3 dollárral többet, mint az előzőn. Legfeljebb hány napig játszhatott? Mennyit vesztett a 10., a 200., illetve az utolsó napon? Maradt - e 250 dollárja útiköltségre?

169. (K) Egy diáknak a 413 oldalas kötelező olvasmány elolvasására 13 nap áll rendelkezésére. Az első napon 15 oldalt halad, majd úgy dönt, hogy ettől a naptól kezdve minden nap ugyannyival növeli az elolvasott oldalak mennyiségét. Hány oldallal olvasson többet napról napra, hogy időre befejezze a könyvet? Ha naponta 4 oldallal olvasna többet, mint az előző napon, hány oldal maradna a 13. napra?

170. (K) Frédi részt vett a kőemelő – bajnokságon. Az első edzésen egy $7\ kg$ – os követ emelt fel. Az edzések során napról napra $5\ kg$ – mal sikerült emelnie a felemelt legnagyobb kő tömegét. Az edzések 30 napig tartottak. A kőemelő – bajnokságon minden versenyző ötször próbálkozhat, az nyer, aki a legnehezebb követ felemeli. Frédi első kísérletére $10\ kg$ – mal kevesebbet emelt, mint a versenyt megelőző utolsó edzésen, de minden további emeléskor $4\ kg$ – mal tudott többet emelni, mint az előző emeléskor. A versenyt Frédi világcsúccsal nyerte. Mekkora tömegű kő felemelése jelentette a világcsúcsot?

171. (K) Egy autóban öt utas átlagéletkora egy számtani sorozat öt egymást követő eleme. Az életkorok összege 105 év. A legidősebb utas 12 évvel idősebb a legfiatalabbnál. Határozd meg a legidősebb utas életkorát! Mennyi az életkorok szórása?

172. (K) Egyforma golyókat helyeztünk el az asztalon háromszög alakban: az első sorban 1, alatta, hozzáillesztve 2, majd a következő sorban 3, stb. Hányadik sorba kerül a 30. golyó? Hány golyóra van szükség ahhoz, hogy a határoló háromszög oldala 10 golyóból álljon?

173. (K) Aladárnak 150 darab egybevágó építőkockája van. A kockákból „lépcsőket” épít úgy, hogy a lépcső legfelső szintjén 1 kocka van, majd minden következő szinten 2 – vel több, mint a felette lévőn. Az egy szinten található szomszédos kockák teljes lapjukkal érintkeznek egymással csakúgy, mint a fölül lévő kocka az egy szinttel alatta lévővel.
Hány kockát tartalmaz a 15 szintes lépcső legalsó szintje?
Legfeljebb milyen magas (hány szintes) az a lépcső, amelyet Aladár megépíthet?
Hány építőkocka marad felhasználatlan, ha Aladár egy időben többféle (egymástól különböző) lépcsőt is építhet, és a lehető legtöbb kockát szeretné felhasználni?

174. (K) Egy tüzelőtelep szénkészletéből az első nap elszállítottak 8 tonna szenet, minden következő napon fél tonnával többet, mint az előzőn, így néhány nap alatt az egész készlet elfogyott. Ha naponta 10 tonna szenet szállították volna el, akkor is ugyanannyi nap alatt fogyott volna el a készlet. Hány tonna szén volt a teljes készlet és hány nap alatt szállították el?

175. (K) Osszunk szét öt ember között 100 cipót úgy, hogy a második ember ugyanannyival kapjon többet az elsőnél, mint a harmadik a másodiknál, a negyedik a harmadiknál és az ötödik a negyediknél. Még azt is megkívánjuk, hogy a három legnagyobb rész együttesen hétszer annyit tegyen ki, mint a két legkisebb összege. (Kb. 4000 éves egyiptomi „matematikai” feladvány.)

176. (K) Egy iskola végzősei évfolyam – kirándulásra készülnek, amire előre szeretnék beszedni a pénzt. Ha mindenki $750\ Ft$ – ot fizetne, akkor a költségek fedezéséhez még más forrásból 4 400 Ft – ot kellene szerezni, ha azonban mindenki $800\ Ft$ – ot fizetne be, akkor megmaradna 4 400 Ft felesleg. Hányan vannak az évfolyamban? A kiránduláson este színházlátogatást szerveznek, a diákokat 10 tanár is elkíséri. A nézőtér első néhány sorát szeretnék elfoglalni, amely nézőtéren az első sorban 10 szék van és hátrafelé haladva minden sorban eggyel több ülőhely található, mint az előző sorban. Hány sort kell lefoglalni a társaságnak?

177. (K) Egy erős fájdalomcsillapítót a betegeknek infúzióban adnak. A tele zsák térfogata $500\ ml$. Az infúzió csepegési sebességét úgy állítják be, hogy az első órában percenként 14 cseppet, minden további órában percenként fél cseppel kevesebbet kap a beteg. Egy csepp térfogata $0,05\ ml$, és az infúziós oldat $4\ mg$ gyógyszert tartalmaz milliliterenként.
Hány milliliter infúzió csepeg le az első 5 órában?
Hány mg gyógyszert kap a beteg összesen az első 5 órában?
Melyik órában kap a beteg $96\ mg$ gyógyszert?
Mikor kell lecserélni az infúziós ballont, mert kiürült?

178. (E) Zoli és Gyuri azonos napon születtek, Zoli $53\ cm$, Gyuri pedig $48\ cm$ hosszal. Szüleik minden születésnapjukkor feljegyezték az aktuális magasságukat. A 18. születésnapjukon összehasonlították a két listát és megállapították, hogy mindkettő sorozat egy számtani sorozat egymást követő tagjaiból áll, csak Zoli minden évben kétszer annyit nőtt, mint Gyuri. Magasságaik összege pontosan $335\ cm$. Milyen magas volt Gyuri 9 éves korában?

179. (E) Egy kétéves kislány kavicsokkal rakta tele kis vödrét. Ebből egyenként visz kavicsokat a tőle 2 méterre levő virágágyáshoz, az egy sorban ültetett virágok mellé. Az utolsó kavics letétele után is visszatér vödréhez. Mekkora utat tesz meg, ha a 18 virágot $30\ cm$ – enként ültették, és egy egyenesbe esnek a kislány vödrével? A virágok az ágyások szélétől is $30\ cm$ – nyire virítanak. Mekkora a megtett út akkor, ha alkalmanként 3 kavicsot visz magával (3 virág számára)?

180. (E) Néptáncra várakozás közben két emelet közi lépcsősoron Kati és Zsófi fel – le járással tölti az idejét. Kati 2 lépcsőfok után visszatér, majd négy lépcsőfoknyit tesz meg, azután hatot és így tovább, mindig fel, majd le. Zsófi eközben végigmegy a lépcsőn fel és le. Harmadszorra már Katival együtt teszi meg a teljes utat. Hány fokú a lépcsősor, ha a két gyerek egyszerre indult és azonos állandó sebességgel haladt?

181. (E) Egy négyzet alapú piramis építéséhez egyforma, kocka alakú kőtömböket használtak. Felfelé haladva minden réteg oldala eggyel kevesebb kőtömbből állt. Hány réteg van egymás fölött, ha egy kőtömb magassága $80\ cm$, és a piramis egyetlen zárókövének teteje 40 méter magasan van? A piramis körüljárásával hány kőtömböt tudunk megszámolni?

182. (E) Egy áruházi akció során húsz sorban piramisszerűen tornyozták egymásra a dezodorok dobozait: felfelé haladva minden sorban ugyanannyival volt kevesebb doboz. A felső tíz sorban összesen feleannyi doboz volt, mint az alsó tíz sorban, a felső tizenöt sorban pedig összesen 375 volt. Mennyi doboz volt a legfelső sorban és felfelé haladva hány dobozzal volt kevesebb mindegyik sorban, mint az alatta levőben?

183. (E) Az iskolában körmérkőzéses focibajnokságot szerveznek az iskola 11 osztályának 11 csapata közt. Egy mérkőzésen a győzelemért 2, a döntetlenért 1, a vereségért 0 pont jár. A bajnokság végén a gyűjtött pontok egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Hány pontja van a 6. helyezett csapatnak?

184. (E) A főiskolások, egyetemisták kulturális és műveltségi vetélkedőjének eredménye a következőképpen alakult. A négy csapatból a győztes pontszáma $\frac{4}{3}$ – szorosa a második helyezettének. A három utolsó helyezett pontjai egy számtani sorozat három szomszédos tagját alkotják. A kiosztott pontok száma összesen 59. Minden csapat pontszáma egész szám volt és egyik sem ért el 20 – nál több pontot. Határozd meg az egyes csapatok pontszámát!

185. (E) Két egymástól $119\ km$ távolságra levő városból egy – egy kerékpáros indul egyással szemben. Az első kerékpáros az első órában $20\ km$ utat tesz meg és minden további órában $2\ km$ – rel kevesebbet, mint az előzőben. A második kerékpáros, aki két órával később indul, mint az első, az első órában $10\ km$ utat tesz meg és minden további órában $3\ km$ – rel többet, mint az előzőben. Mikor találkozik a két kerékpáros? Milyen messze van a találkozás helye a két várostól?

186. (E) Két szomszédos faluban élő barát elindult egymáshoz. A falujukat összekötő út $15\ km$ hosszú. Egyszerre indultak pontban reggel 8 órakor, azonos kezdeti sebességgel. Az első félórában mindketten $2\ km$ – t tettek meg, majd a következő félórában egyikük 200 méterrel, míg a másik (a fáradékonyabb) 300 méterrel kevesebb utat tett meg. Ezután minden félórában bekövetkezik mindkettőjüknél egy ugyanilyen mértékű lassulás. Mikor találkozik a két barát?

187. (E) Egy háromjegyű szám jegyei, a felírás sorrendjében, egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Ha a számot elosztjuk a jegyeinek az összegével, 48 – at kapunk. Ha a számban a százasok és az egyesek számát felcseréljük, az eredetinél 396 – tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a háromjegyű szám?

188. (E) Egy háromjegyű szám jegyei, a felírás sorrendjében, egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Ha a szám kétszeresét elosztjuk a számjegyeinek összegével, akkor 41 – et kapunk. Ha a százasok és a tízesek helyén álló számot felcseréljük, akkor az eredetinél 270 – nel nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

189. (E) Egy számtani sorozat első három eleméről a következőket tudjuk: az első tag kétjegyű szám, a második tag az első jegyeinek felcserélésével jön létre, a harmadik pedig az elsőből úgy kapható, hogy jegyei közé egy 0 – t írunk. Határozd meg a számokat!

190. (E) Egy $4\ m$ hosszú futószőnyeget kell felcsavarnunk egy $3\ cm$ átmérőjű hengerre. Átköthető – e $50\ cm$ hosszú zsineggel, ha az $5\ mm$ vastagságú szőnyeget sikerül jó szorosan összeteketni, és a zsinegből $10\ cm$ kell a megkötéshez?

191. (E) Egy $5\ cm$ átmérőjű rúdra felcsavarunk $20\ m$ szövetet. A szövet vastagsága $1\ mm$. Mekkora a keletkező henger átmérője?

192. (K) Egy háromszög oldalhosszúságai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög kerülete $27\ cm$, legrövidebb és leghosszabb oldalának a szorzata $65\ cm^2$. Mekkora a háromszög területe?

193. (K) Egy derékszögű háromszög oldalhosszai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög kerülete $24\ cm$. Mekkora a hármszög kör írt körének sugara?

194. (K) Szabolcs azt állítja, hogy ha egy háromszög szögei egy számtani sorozat egymást követő tagjai, akkor a háromszögnek van $60°$ - os szöge. Igaza van – e?

195. (K) Derékszögű háromszög oldalai egy olyan számtani sorozat egymást követő elemei, amelynél a differencia 1 egység. Mekkorák a háromszög oldalai?

196. (E) Egy derékszögű háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög területe $150\ cm^2$. Mekkorák a háromszög oldalai?

197. (E) Határozd meg annak a derékszögű háromszögnek a szögeit, amelynek az oldalhosszúságai egy 2 differenciájú számtani sorozat egymást követő tagjai!

198. (E) Egy derékszögű háromszög oldalai rendre egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Mekkorák a háromszög szögei?

199. (E) Egy háromszög három oldalhossza egy számtani sorozat három egymást követő tagja. A háromszögnek van $120°$ - os szöge és a kerülete $300\ cm$. Határozd meg a háromszög oldalainak hosszát és a másik két szögét!

200. (E) Egy derékszögű háromszög oldalai számtani sorozatot alkotnak. Ha a kisebb befogó hosszát csökkentjük 1 – gyel, a hosszabb befogó hosszát növeljük 3 – mal, az átfogót pedig 2 – vel, akkor is derékszögű háromszöget kapunk. Határozd meg a két háromszög területének arányát!

201. (E) Egy háromszög kerülete $30\ cm$, oldalai számtani sorozatot alkotnak. Mekkora lehet a háromszög három oldala? Az ilyen tulajdonságú háromszögek közül melyiknek legnagyobb a területe? Mekkora ez a terület?

202. (E) Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög alakú területen facsemetéket szeretnének nevelni. Két facsemete távolságának legalább $75\ cm$ – nek kell lennie, és szabályos rendben, a háromszög befogóival párhuzamos négyzetháló szerint akarják elültetni őket. A terület $5\ 000\ m^2$ nagyságú. Legfeljebb hány facsemete ültethető el a területre?

203. (E) Egy háromszög alakú területre rózsatöveket ültettek. Az első sorba 128 tő rózsa került, minden további sorba 6 – tal kevesebb. Hány rózsatő került az utolsó sorba? Ha 1200 rózsatövet eladtak, akkor hány sor maradt „bontatlan”?

204. (E) Hány olyan háromszög van, amelynek a szögei fokokban mérve egész számok és egy számtani sorozat egymást követő tagjai? (A hasonló háromszögeket nem tekintjük különbözőknek.)

205. (E) Hány olyan háromszög van, amelynek egyik oldala $1\ cm$, a szögei fokokban mérve egész számok és egy számtani sorozat egymást követő tagjai?

206. (E) Egy háromszög szögei egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge, ha a legnagyobb oldala kétszerese a legkisebb oldalának?

207. (E) Melyek azok a háromszögek, ahol az oldalak négyzetei is és a szögek is egy – egy számtani sorozat egymást követő tagjai?

208. (E) Megállapítható – e egy konvex ötszög egyik szögének pontos értéke, ha az ötszög szögei egy számtani sorozat egymás utáni tagja?

209. (E) Egy konvex sokszög belső szögeinek mérőszámai egy számtani sorozat egymás utáni tagjai. Hány oldalú a sokszög, ha a legnagyobb szöge $177,5°$, a legkisebb pedig $122°30'$. Mekkora a sokszög többi szöge?

210. (E) Hány oldalú az a sokszög, amelynek a szögei egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, ahol az első tagja $100°$, a differenciája pedig $10°$? Mennyi átlója van?

211. (E) Egy páratlan oldalszámú konvex sokszög átlóinak száma prím.

a) Hány oldalú a sokszög?

b) A sokszög szögei rendre $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ egy olyan számtani sorozat egymást követő elemei, amelynek első tagja $\alpha_1 = 72°$. Mekkorák a sokszög szögei?

c) Az α_2 – höz, illetve az α_5 – höz tartozó csúcsokat összekötő átló felezi α_5 szöget. Milyen speciális síkidomokra osztja ez az átló a sokszöget?

d) Mivel egyenlő a szögek átlaga, szórása?

212. (K) Egy trapéz belső szögeinek mértéke pozitív körüljárás szerint haladva egy számtani sorozat négy egymást követő eleme. Mekkora a trapéz legnagyobb szöge, ha a legkisebb $75°$?

213. (E) Egy trapéz párhuzamos oldalai a és c $(c > a)$, szárai b, d. A trapéz oldalai a, b, d, c sorrendben egy számtani sorozat egymást követő elemei.

a) Írható – e kör az így megadott trapézba?

b) Ezt a trapézt $7,5\ cm$ hosszú középvonala két részre osztja, amelyek területének aránya $7:13$. Mekkora a trapéz területe? Mekkorák a trapéz oldalai?

214. (E) Egy rombusz oldalának kétszerese és átlói egy számtani sorozat egymás utáni tagjai. Mekkorák a rombusz szögei?

215. (E) Egy konvex négyszög oldalainak hossza a körüljárás sorrendjében a, b, c, d. Igazold, hogy ha a, b, d és c ebben a sorrendben egy számtani sorozat szomszédos elemei, akkor a négyszög érintőnégyszög!

216. (K) Egy téglatest térfogata $840\ cm^3$, az egy csúcsban összefutó élek hosszúságának az összege $30\ cm$. Az élhosszúságok egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Mekkora a téglatest felszíne?

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(4) Ábrahám Gábor; 2011; Matematika 12. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(5) Trembeczki Csaba; 2015; Az analízis elemei; Mozaik Kiadó; Szeged

(6) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(7) Trembeczki Csaba; 2016; Az analízis elemei feladatgyűjtemény; Mozaik Kiadó; Szeged

(8) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(9) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(10) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(11) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettésgi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(12) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettésgi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(13) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(14) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(15) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(16) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(17) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(18) Saját anyagok