

## Négyzetgyökvonás

### **DEFINÍCIÓ: (Négyzetgyökvonás)**

Egy nem negatív  $x$  valós szám négyzetgyökén azt a nem negatív valós számot értjük, amelynek négyzete  $x$ . Jelölés:  $(\sqrt{x})^2 = x$ .

### Megjegyzés:

- *A gyökvonás a hatványozás inverz művelete: adott a hatványérték és hatványkitevő, keressük a hatvány alapot.*
- *Egy  $x$  valós szám négyzetének négyzetgyöke az  $x$  abszolútértékével egyenlő:  $\sqrt{x^2} = |x|$ .*
- *Az  $x^2 = a$  ( $a \in \mathbb{R}^+$ ) egyenletnek két megoldása van:  $x_1 = \sqrt{a}$  és  $x_2 = -\sqrt{a}$ .*

### A négyzetgyökvonás azonosságai:

#### **TÉTEL:**

Szorzat négyzetgyöke egyenlő a tényezők négyzetgyökének szorzatával.

Jelöléssel:  $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$  ( $x, y \geq 0$ )

Példa:  $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{144} = 12$

#### **TÉTEL:**

Tört négyzetgyöke egyenlő a számláló és a nevező négyzetgyökének hányadosával.

Jelöléssel:  $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$  ( $x \geq 0; y > 0$ )

Példa:  $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{49} = 7$

#### **TÉTEL:**

Egy nem negatív valós szám négyzetgyökének  $k$  – adik hatványa egyenlő a valós szám  $k$  – adik hatványának négyzetgyökével. (A négyzetgyökvonás és a hatványozás művelete felcserélhető.)

Jelöléssel:  $(\sqrt{x})^k = \sqrt{x^k}$  (ha  $k \in \mathbb{Z}^+$ , akkor  $x \geq 0$ , ha pedig  $k \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^+$ , akkor  $x > 0$ )

Példa:  $(\sqrt{5})^6 = \sqrt{5^6} = \sqrt{15625} = 125$

## Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Ildi és Zoli talált két pozitív számot ( $a - t$  és  $b - t$ ), amelyekre igaz, hogy  $a > b$  és  $\sqrt{b} > b^2$ . Igaz – e mindig, hogy  $\sqrt{a} > a^2$ ?

2. (K) Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

$\sqrt{x-5}$	$\sqrt{7-3x}$	$\sqrt{2x-1}$	$\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x+4}$
$\sqrt{x+1}$	$\sqrt{2x+3}$	$\sqrt{2x-1}$	$\sqrt{3x-1} + \sqrt{7-x}$
$\sqrt{-x}$	$\sqrt{x+2} - 3$	$\sqrt{4x+2}$	$\sqrt{2x-3} + \sqrt{1-x}$
$\sqrt{-x-2}$	$\sqrt{6-4x}$	$\sqrt{6-4x}$	$\sqrt{8x-8} - \sqrt{1-x}$

3. (K) Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

$\sqrt{\frac{9}{x+7}}$	$\sqrt{\frac{1}{x-1}}$	$\sqrt{\frac{1}{x}}$	$\sqrt{\frac{-3}{4-5x}}$
$\sqrt{\frac{1-x}{x+4}}$	$\sqrt{\frac{x-5}{2-x}}$	$\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$	$\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$
$\frac{5}{\sqrt{5x-2}}$	$\sqrt{\frac{x-2}{2-x}}$	$\frac{\sqrt{5x-1}}{\sqrt{x+3}}$	$\sqrt{\frac{2x-3}{3x-1}}$
$\frac{x}{\sqrt{x-\sqrt{2}}}$	$\frac{\sqrt{3x-3}}{\sqrt{x-1}}$	$\sqrt{\frac{x+1}{2x+1}}$	$\sqrt{\frac{-x-1}{-x-2}}$

4. (K) Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

$\sqrt{ x -7}$	$ \sqrt{x-2} $	$\sqrt{ x+11 }$	$\sqrt{8-2 \cdot  x }$
$\sqrt{x^2}$	$\sqrt{x^2-16}$	$\sqrt{x^2+2}$	$\sqrt{-4-x^2}$
$\sqrt{-x^2}$	$\sqrt{-(x+3)^2}$	$\sqrt{(x-1)^2}$	$\sqrt{x^2+1} - 2 \cdot \sqrt{x-7}$

5. (K) Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{x^2 - 6x + 9} & \sqrt{x^2 - 2x + 1} & \sqrt{-x^2 + 4x - 4} & \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x - 1}} \\ \sqrt{(x - 2) \cdot (x + 3)} & \sqrt{x^2 - 1} \cdot \sqrt{x^2 + 5} & \sqrt{x^2 + 6x} & \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} \end{array}$$

6. (E) Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 1}} & \sqrt{\frac{x - 3}{x^2 - 9}} & \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 1}} & \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - 1}} \\ \sqrt{\frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}} & \sqrt{\frac{x^2 - 20x + 100}{x - 10}} & \sqrt{\frac{x^2 - 25}{-x^2 + 14x - 49}} & \sqrt{\frac{x^2 - 16}{|x| - 1}} \end{array}$$

7. (K) Add meg az  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A \setminus B$  és  $B \setminus A$  halmazok elemeit, ha  $A$  az első,  $B$  pedig a második kifejezés értelmezési tartománya!

a)  $\sqrt{2x - 1}$  és  $\sqrt{x^2 - 5}$

b)  $\sqrt{-x^2 + 4}$  és  $\sqrt{x^2 - 10x}$

8. (K) A  $\sqrt{n}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) akkor racionális, ha az  $n$  szám:

A: páros    B: páratlan    C: 0 – ra végződik    D: 10 – nél nagyobb    E: négyzetszám

9. (K) Számítsd ki a következő értékeket számológép segítségével!

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{1} & \sqrt{100} & \sqrt{1\,000\,000} & \sqrt{15^4} & \sqrt{29,47} \\ \sqrt{196} & \sqrt{121} & \sqrt{10^8} & \sqrt{0,831744} & \sqrt{121,5} \\ \sqrt{0} & \sqrt{10\,000} & \sqrt{578,8} & \sqrt{10^{-6}} & \sqrt{94,06} \\ \sqrt{1986} & \sqrt{6304,36} & (\sqrt{(-5)^2})^2 & \sqrt{802816} & \sqrt{15,45} \\ \sqrt{8650} & \sqrt{518400} & \sqrt{2200^0} & \sqrt{0,00005697} & \sqrt{128,5} \\ \sqrt{-144} & \sqrt{0,01} & \sqrt{10\,500} & \sqrt{6^2} & \sqrt{2500} \\ \sqrt{16} & \sqrt{169} & \sqrt{0,0001} & \sqrt{3^{-4}} & \sqrt{267,5} \end{array}$$

10. (K) Számítsd ki a következő értékeket számológép segítségével!

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{\frac{1}{64}} & \sqrt{\frac{49}{81}} & \sqrt{\frac{121}{14641}} & \sqrt{1\frac{31}{225}} & \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^6} \\ \sqrt{\frac{25}{625}} & \sqrt{\frac{4}{49}} & \sqrt{\frac{289}{1024}} & \sqrt{\frac{1}{16}} & \sqrt{6\frac{235}{361}} \\ \sqrt{3} + \sqrt{33} & \sqrt{103} - \sqrt{28} & \sqrt{5} + \sqrt{7} & \sqrt{45} - \sqrt{55} & (\sqrt{7})^4 \end{array}$$

11. (K) Számítsd ki a következő értékeket számológép segítségével! Mit tapasztalsz?

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{9} + \sqrt{1} & \sqrt{9+1} & \sqrt{100+4} & \sqrt{100} + \sqrt{4} \\ \sqrt{64} - \sqrt{49} & \sqrt{64-49} & \sqrt{81-25} & \sqrt{81} - \sqrt{25} \\ \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} & \sqrt{16 \cdot 4} & \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} & \sqrt{25 \cdot 4} \\ \sqrt{\frac{144}{16}} & \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{16}} & \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} & \sqrt{\frac{36}{9}} \\ (\sqrt{2})^6 & \sqrt{2^6} & \sqrt{3^4} & (\sqrt{3})^4 \end{array}$$

12. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép használata nélkül! (Alkalmazd a négyzetgyökvonás azonosságait!)

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{100 \cdot 49} & \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} & \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} & \sqrt{242} \cdot \sqrt{50} & \sqrt{6} \cdot \sqrt{54} \\ \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} & \sqrt{8 \cdot 18} & \sqrt{7} \cdot \sqrt{28} & \sqrt{75} \cdot \sqrt{3} & \sqrt{48 \cdot 12} \\ \sqrt{3} \cdot \sqrt{48} & \sqrt{8 \cdot 72} & \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{12} & \sqrt{32 \cdot 98} & \sqrt{5} \cdot \sqrt{5^3} \\ \sqrt{7^3} \cdot \sqrt{7^5} & \sqrt{45} \cdot \sqrt{5} & \sqrt{810 \cdot 40} & \sqrt{-8} \cdot \sqrt{-2} & \sqrt{16,9} \cdot \sqrt{10} \\ 5 \cdot \sqrt{8} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} & \sqrt{2,5} \cdot \sqrt{14,4} & \frac{3}{4} \cdot \sqrt{24} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{6} & \sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}} & \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{25}} \\ \sqrt{27 \cdot 6 \cdot 8} & \sqrt{1,21 \cdot 10 \cdot 40} & \sqrt{0,64 \cdot 50 \cdot 8} & \sqrt{7,2} \cdot \sqrt{3,2} \cdot \sqrt{100} & \sqrt{75 \cdot 6 \cdot 32} \end{array}$$

13. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép használata nélkül!  
(Alkalmazd a négyzetgyökvonás azonosságait!)

$$\begin{array}{ccccc}
 \sqrt{108} : \sqrt{3} & \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{7}} & \sqrt{\frac{196}{81}} & \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \\
 \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} & \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} & \sqrt{500} : \sqrt{5} \\
 \frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}} & \sqrt{968} : \sqrt{8} & \frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} & \frac{\sqrt{7^3}}{\sqrt{7^5}} \\
 \sqrt{10} : \sqrt{5} & \frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{\frac{44}{45}}}{\sqrt{\frac{11}{5}}} & \frac{\sqrt{5^8}}{\sqrt{5^5}} & \frac{\sqrt{\frac{5}{7}}}{\sqrt{\frac{7}{15}}} \\
 \sqrt{5\frac{1}{16}} & \sqrt{2\frac{7}{9}} & \frac{\sqrt{1,44}}{\sqrt{0,01}} & \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}} & \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}
 \end{array}$$

14. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép használata nélkül!  
(Alkalmazd a négyzetgyökvonás azonosságait!)

$$\begin{array}{ccccc}
 \sqrt{5^6} & \sqrt{9^3} & (\sqrt{3})^2 & (3 \cdot \sqrt{5})^2 & \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^4} \\
 \sqrt{1,2^6} & \sqrt{(-5)^4} & (\sqrt{7})^4 & (2 \cdot \sqrt{5})^4 & (5 \cdot \sqrt{3})^2 \\
 (-5 \cdot \sqrt{2})^5 & \sqrt{5^4} & (\sqrt{7})^3 \cdot \sqrt{7} & \frac{(\sqrt{3})^7}{(\sqrt{3})^3} & (-3 \cdot \sqrt{8})^2 \\
 (\sqrt{-5})^2 & (-\sqrt{5})^2 & \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{8}\right)^2 & (\sqrt{5^3})^2 & (\sqrt{2})^3
 \end{array}$$

15. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép használata nélkül!

$$\begin{array}{cccc}
 \sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3}) & \sqrt{2} \cdot (\sqrt{32} - \sqrt{8}) & \sqrt{3} \cdot (\sqrt{75} + \sqrt{108}) & \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{24})}{\sqrt{2}} \\
 \sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) & \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 6}{5 \cdot 50 \cdot 10}} & \sqrt{\frac{2^3 \cdot 6^3}{3^5}} & \sqrt{\frac{10^3 \cdot 100}{1000}} \\
 \sqrt{4^5} & \sqrt{30} \cdot \sqrt{20} & \sqrt{11} \cdot \sqrt{33} & 3 \cdot \sqrt{7} \cdot 2 \cdot \sqrt{14} \\
 \sqrt{5\frac{1}{16}} & \sqrt{2\frac{7}{9}} & \frac{\sqrt{1,44}}{\sqrt{0,01}} & \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}} & \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}
 \end{array}$$

16. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét számológép használata nélkül!

$$12 \cdot \sqrt{2} : 4$$

$$15 \cdot \sqrt{5} : 5$$

$$132 \cdot \sqrt{7} : 12$$

$$2 \cdot \sqrt{15} : \sqrt{5}$$

$$6 \cdot \sqrt{5} : 2 \cdot \sqrt{5}$$

$$(\sqrt{12} + \sqrt{27}) : \sqrt{3}$$

$$(6 \cdot \sqrt{63} - 2 \cdot \sqrt{175}) : (2 \cdot \sqrt{7})$$

$$\frac{5 + 3 \cdot \sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2} - 1}{6}$$

$$\frac{6 + 4 \cdot \sqrt{2}}{4} + \frac{3 - 6 \cdot \sqrt{2}}{6}$$

17. (K) Hozd ki a gyökjel alól, amit lehetséges!

$$\sqrt{2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^2}$$

$$\sqrt{12}$$

$$\sqrt{27}$$

$$\sqrt{108}$$

$$\sqrt{72576}$$

$$\sqrt{\frac{7}{81}}$$

$$\sqrt{0,027}$$

$$\sqrt{3^8 \cdot 5^7 \cdot 7^3}$$

$$\sqrt{32}$$

$$\sqrt{54}$$

$$\sqrt{75}$$

$$\sqrt{162}$$

$$\sqrt{\frac{243}{32}}$$

$$\sqrt{0,0018}$$

18. (E) Hozd ki a gyökjel alól, amit lehetséges!

$$\sqrt{a^2}$$

$$\sqrt{a^3}$$

$$\sqrt{8b^4}$$

$$\sqrt{18x^5y}$$

$$\sqrt{x^8}$$

$$\sqrt{4y^6}$$

$$\sqrt{\frac{m^{12}}{36}}$$

$$\sqrt{\frac{16a^6}{49b^4}}$$

$$\sqrt{45c^{11}}$$

$$\sqrt{75 \cdot (a - b)^3}$$

$$\sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

$$\sqrt{\frac{4a^2b^5}{243c^7}}$$

19. (K) Vidd be a gyökjel alá a gyök előtti tényezőket!

$$3 \cdot \sqrt{7}$$

$$-5 \cdot \sqrt{2}$$

$$8 \cdot \sqrt{3}$$

$$10 \cdot \sqrt{2}$$

$$0,1 \cdot \sqrt{10}$$

$$4 \cdot \sqrt{5}$$

$$2 \cdot \sqrt{10}$$

$$3 \cdot \sqrt{2}$$

$$-2 \cdot \sqrt{7}$$

$$1,2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{15}{14}}$$

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{4}{7} \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{120}}{2}$$

$$-2 \cdot \sqrt{19}$$

$$5 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$3 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$-\frac{1}{5} \cdot \sqrt{\frac{5}{11}}$$

$$\frac{\sqrt{45}}{3}$$

$$9 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}}$$

$$2 \cdot \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{12}}$$

$$-3 \cdot \sqrt{13}$$

20. (K) Vidd be a gyökjel alá a gyök előtti tényezőket!

$$(\sqrt{7} - 1) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{7} - 1}}$$

$$(1 - \sqrt{10}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{10} + 1}{\sqrt{10} - 1}}$$

$$(\sqrt{20} + 4) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{20} - 4}{\sqrt{20} + 4}}$$

$$(1 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}}$$

$$(8 - \sqrt{15}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{15} + 8}{8 - \sqrt{15}}}$$

$$(1 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1}}$$

21. (K) Állítsd növekvő sorba a következő számokat!

$$A = 7 \cdot \sqrt{2}$$

$$B = \frac{\sqrt{390}}{2}$$

$$C = (\sqrt{102} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{102} + \sqrt{5}}{\sqrt{102} - \sqrt{5}}}$$

$$D = 4 \cdot \sqrt{6}$$

$$E = (5 \cdot \sqrt{48} - 10 \cdot \sqrt{27} + 15 \cdot \sqrt{12}) : 5 \cdot \sqrt{3}$$

22. (E) Vidd be a gyökjel alá a gyök előtti tényezőket!

$$3 \cdot \sqrt{x}$$

$$a \cdot \sqrt{b}$$

$$x \cdot \sqrt{x}$$

$$y^2 \cdot \sqrt{y}$$

$$7 \cdot \sqrt{b}$$

$$x \cdot \sqrt{2}$$

$$b \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$xy \cdot \sqrt{y}$$

$$a^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$a^2 \cdot \sqrt{a^3}$$

$$2a^2 \cdot \sqrt{3ab}$$

$$2b \cdot \sqrt{2b^5}$$

$$x^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{x}}$$

$$11x \cdot \sqrt{2x^3y}$$

$$\frac{b^2}{a} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{b}}$$

23. (E) Vidd be a gyökjel alá a gyök előtti tényezőket!

$$(x - y) \cdot \sqrt{3 \cdot (x - y)}$$

$$a \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{a}}$$

$$x \cdot \sqrt{1 + \frac{2y}{x} + \frac{y^2}{x^2}}$$

$$\frac{5}{7}a \cdot \sqrt{\frac{1}{5a} - \frac{1}{12a}}$$

$$(x + y) \cdot \sqrt{\frac{2}{x + y}}$$

$$(x - y) \cdot \sqrt{\frac{2}{x^2 - y^2}}$$

24. (E) Vidd be a gyökjel alá a gyök előtti tényezőket (a változók pozitív valós számok)!

$$\frac{1}{a} \cdot \sqrt{a} \quad \frac{a}{b} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} \quad 5p \cdot \sqrt{4p^3} \quad \frac{a^2}{b} \cdot \sqrt{\frac{b}{a^3}}$$

$$xy \cdot \sqrt{x^2y^2} \quad t^3 \cdot \sqrt{\frac{r}{t^5}} \quad (a+b) \cdot \sqrt{\frac{x^2+y^2-2xy}{a^2+b^2+2ab}} \quad \frac{1}{a^2-1} \cdot \sqrt{a^3-a^2-a+1}$$

25. (K) A gyökök átalakítása után vond össze az összevonható tagokat!

$$\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{32} \quad \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{147} \quad \sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{98}$$

$$\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{75} \quad \sqrt{125} - \sqrt{45} - \sqrt{20} \quad \sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27}$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} - \sqrt{8} \quad \sqrt{28} + \sqrt{7} - \sqrt{63} \quad \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{98}$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{108} - \sqrt{147} \quad \sqrt{192} + \sqrt{12} - \sqrt{75} \quad \sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$$

$$\sqrt{54} + \sqrt{96} - \sqrt{150} \quad \sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} \quad \sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300}$$

26. (K) A gyökök átalakítása után vond össze az összevonható tagokat!

$$3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{200} \quad 3 \cdot \sqrt{12} - 2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{75} \quad 4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{18} - \sqrt{50}$$

$$\sqrt{80} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{20} + 3 \cdot \sqrt{45} \quad \sqrt{12} - \sqrt{27} + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{48} \quad 2 \cdot \sqrt{72} - \sqrt{50} - 2 \cdot \sqrt{8}$$

$$5 \cdot \sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{48} \quad \sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{50} + 2 \cdot \sqrt{4050} \quad 5 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{75} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{147}$$

$$\sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} - \sqrt{2} \quad \sqrt{72} + 3 \cdot \sqrt{50} + \sqrt{12} - \sqrt{27} \quad \sqrt{72} - \sqrt{50} - \sqrt{8} + \frac{\sqrt{18}}{3}$$

$$\sqrt{252} - \sqrt{28} + \sqrt{63} - \sqrt{7} \quad 3 \cdot \sqrt{32} - \sqrt{50} + 2 \cdot \sqrt{18} + 3 \cdot \sqrt{8}$$

27. (E) A gyökök átalakítása után vond össze az összevonható tagokat!

$$\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{25}{2}} - \sqrt{8} \quad 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{20} - \frac{5}{4} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{5}$$

$$\sqrt{27} - 3 \cdot \sqrt{\frac{121}{3}} + 2 \cdot \sqrt{\frac{289}{2}} - \sqrt{648} \quad 3 \cdot \sqrt{75} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{392} + 3 \cdot \sqrt{\frac{64}{3}} - \sqrt{363}$$

$$0,5 \cdot \sqrt{24} - 3 \cdot \sqrt{40} - (\sqrt{150} + \sqrt{54} - \sqrt{1000})$$



28. (E) Végezd el a következő műveleteket, ahol a paraméterek pozitív valós számok!

$$4 \cdot \sqrt{a} - 6 \cdot \sqrt{9a} + 7 \cdot \sqrt{a} + 5 \cdot \sqrt{4a}$$

$$5 \cdot \sqrt{12y} - 2 \cdot \sqrt{300y} + 3 \cdot \sqrt{75y} - 5 \cdot \sqrt{3y}$$

$$2 \cdot \sqrt{50x} + \sqrt{18x} + 3 \cdot \sqrt{2x} - \sqrt{8x}$$

$$5 \cdot \sqrt{4a} + 4 \cdot \sqrt{a} - 8 \cdot \sqrt{2a} - 6 \cdot \sqrt{9a}$$

$$\sqrt{192x} + \sqrt{1200x} - \sqrt{300x} - \sqrt{48x}$$

$$3 \cdot \sqrt{8a} - \sqrt{18a} - 5 \cdot \sqrt{\frac{a}{2}} + \sqrt{50a} - \sqrt{32a} + \sqrt{72a} + 3 \cdot \sqrt{\frac{a}{2}}$$

29. (E) Végezd el a következő műveleteket, ahol a paraméterek pozitív valós számok!

$$\sqrt{9a^3} + \sqrt{25a^3} - \sqrt{a^3}$$

$$\sqrt{x^6} - \sqrt{144x^6} + \sqrt{36x^6} + \sqrt{49x^6}$$

$$\sqrt{16b^2c^3} - \sqrt{4b^2c} + \sqrt{b^2c^7}$$

$$(\sqrt{25a} + \sqrt{4b} - \sqrt{4a} - \sqrt{16b}) \cdot (\sqrt{36a} + \sqrt{25b} - \sqrt{9a} - \sqrt{9b})$$

$$6a \cdot \sqrt{63ab^3} - 3 \cdot \sqrt{112a^3b^3} + 2ab \cdot \sqrt{343ab} - 5b \cdot \sqrt{28a^3b}$$

$$4a \cdot \sqrt{\frac{b}{a^3}} + \frac{2}{b} \cdot \sqrt{\frac{b^3}{a}} - 3b \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}} + \frac{a}{b} \cdot \sqrt{\frac{b^3}{a^3}}$$

30. (K) Alakítsd szorzattá a következő kifejezéseket!

$$\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$\sqrt{21} + \sqrt{28}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{7} + 7$$

$$\sqrt{42} - \sqrt{3}$$

$$5 - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{10}$$

$$\sqrt{40} - \sqrt{30} + \sqrt{20}$$

**31. (K) Egyszerűsítsd a következő törtet!**

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{180} + \sqrt{45}}{3 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{21} - \sqrt{3}}{\sqrt{14} - \sqrt{2}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{28}}{6 + \sqrt{72}}$$

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{(\sqrt{14} + \sqrt{56}) \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{\sqrt{35} + \sqrt{14}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{15} - 2 \cdot \sqrt{6}}{5 - \sqrt{10}}$$

$$\frac{\sqrt{15} - \sqrt{10}}{\sqrt{12} - \sqrt{8}}$$

$$\frac{\sqrt{45} - \sqrt{20}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{6 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{20}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{20} + \sqrt{12,1}}{\sqrt{10} + \sqrt{6,05}}$$

**32. (E) Egyszerűsítsd a törtet!**

$$\frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 9}$$

$$\frac{x + 5 \cdot \sqrt{x}}{7 \cdot \sqrt{x} + 35}$$

$$\frac{x - 3}{\sqrt{x} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{y + \sqrt{xy}}{\sqrt{y} + \sqrt{x}}$$

$$\frac{x + 2 \cdot \sqrt{3x} + 3}{\sqrt{x} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{ab} + 2 \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a^2b} + 2a}$$

$$\frac{\sqrt{x^5} - 2 \cdot \sqrt{x^4y}}{\sqrt{xy} - 2y}$$

$$\frac{2pq + p \cdot \sqrt{q}}{\sqrt{4q^2} + \sqrt{q}}$$

$$\frac{\sqrt{px} - \sqrt{qy} - \sqrt{qx} + \sqrt{py}}{p + q - 2 \cdot \sqrt{pq}}$$

$$\frac{x \cdot \sqrt{y} + y \cdot \sqrt{x}}{x + y + 2 \cdot \sqrt{xy}}$$

**33. (K) Végezd el a következő szorzásokat!**

$$(3 \cdot \sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{8} - \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2}$$

$$(4 \cdot \sqrt{18} - 5 \cdot \sqrt{50} + 3 \cdot \sqrt{98}) \cdot 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{18} + 9 \cdot \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{108} + \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$$

$$(2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{12}) \cdot 5 \cdot \sqrt{3}$$

$$(\sqrt{80} + \frac{\sqrt{20}}{2} + 3 \cdot \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5}$$

$$(\sqrt{108} + \sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\left(\frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{27}{2}} - \sqrt{6}\right) \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$$

**34. (E) Végezd el a következő szorzásokat!**

$$(4 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{8} - 2 \cdot \sqrt{27}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{6}) \cdot (2 \cdot \sqrt{6} + \sqrt{24} - \sqrt{27})$$

$$(\sqrt{125} - \sqrt{7} - \sqrt{45} + \sqrt{63}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$(2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{12}) \cdot (\sqrt{48} + \sqrt{5})$$

$$(\sqrt{27} + \sqrt{2} - \sqrt{12}) \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{3} - \sqrt{18})$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$(\sqrt{80} - \sqrt{3} - \sqrt{45}) \cdot (\sqrt{75} + \sqrt{5} - \sqrt{48})$$

$$(3 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{3}) \cdot (3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{3})$$

$$(3 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{20}) \cdot (\sqrt{45} + 2 \cdot \sqrt{5} - \sqrt{125}) \quad \left(\sqrt{84} - 3 \cdot \sqrt{\frac{7}{3}} - \sqrt{8}\right) \cdot \left(\sqrt{21} + 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$$

35. (E) Végezd el a következő szorzásokat!

$$(\sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{10}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{1,6} + 3 \cdot \sqrt{0,4})$$

$$(\sqrt{80} + \sqrt{50} - \sqrt{20} - \sqrt{8}) \cdot (\sqrt{125} - \sqrt{45} - \sqrt{18})$$

$$(\sqrt{63} + \sqrt{125} - \sqrt{28} - \sqrt{180}) \cdot (\sqrt{80} + \sqrt{7} - \sqrt{45})$$

$$(\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{108}) \cdot (\sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{12})$$

$$(\sqrt{245} + 7 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{343} - \sqrt{125}) \cdot (9 \cdot \sqrt{5} - 7 \cdot \sqrt{7})$$

$$(3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{8} - \sqrt{27} + 5 \cdot \sqrt{3}) \cdot (7 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{3})$$

$$(\sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{242} + \sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{108}) \cdot (\sqrt{128} - \sqrt{192})$$

36. (E) Végezd el a következő szorzásokat!

$$(\sqrt{98} + \sqrt{108} - \sqrt{8} - \sqrt{147}) \cdot (\sqrt{32} - \sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{2})$$

$$(2 \cdot \sqrt{72} - \sqrt{125} + 3 \cdot \sqrt{20}) \cdot (6 \cdot \sqrt{18} - \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{72})$$

$$(\sqrt{108} - \sqrt{12} + \sqrt{32} - \sqrt{8}) \cdot (\sqrt{147} - \sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{18})$$

$$(\sqrt{147} + \sqrt{45} - \sqrt{80} - \sqrt{75}) \cdot (\sqrt{75} + \sqrt{180} - \sqrt{125} - \sqrt{27})$$

$$(2 \cdot \sqrt{12} - 4 \cdot \sqrt{27} + 3 \cdot \sqrt{75} + 7 \cdot \sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{18}) \cdot (4 \cdot \sqrt{48} - 3 \cdot \sqrt{27} - 5 \cdot \sqrt{18} + 2 \cdot \sqrt{50})$$

$$(\sqrt{75} - \sqrt{108} + \sqrt{27} + \sqrt{44} - \sqrt{99}) \cdot (\sqrt{176} + \sqrt{27} - \sqrt{3} - \sqrt{44} - \sqrt{11})$$

$$(3 \cdot \sqrt{32} + 2 \cdot \sqrt{48} - 2 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{75}) \cdot (\sqrt{242} + \sqrt{32} - 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{12})$$

37. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$\begin{array}{ll}
 (\sqrt{3} - 1) \cdot (1 + \sqrt{3}) & (2 \cdot \sqrt{3} - 5) \cdot (2 \cdot \sqrt{3} + 5) \\
 (\sqrt{7} - \sqrt{13}) \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{7}) & (4 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{6}) \cdot (4 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{6}) \\
 (\sqrt{12} - \sqrt{10}) \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{10}) & (\sqrt{18} - 2 \cdot \sqrt{7}) \cdot (3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{28}) \\
 (\sqrt{7} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{2}) & (3 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{3}) \cdot (3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{3}) \\
 (\sqrt{32} - \sqrt{12}) \cdot (\sqrt{32} + \sqrt{12}) & (4 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{54}) \cdot (3 \cdot \sqrt{6} - 4 \cdot \sqrt{3}) \\
 (\sqrt{10} + 3) \cdot (3 - \sqrt{10}) & (4 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{7}) \cdot (4 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{7}) \\
 (\sqrt{8} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{3}) & (3 \cdot \sqrt{12} + 2 \cdot \sqrt{7}) \cdot (3 \cdot \sqrt{12} - 2 \cdot \sqrt{7}) \\
 (5 \cdot \sqrt{7} - 13) \cdot (13 + 5 \cdot \sqrt{7}) & (3 \cdot \sqrt{2} - 9) \cdot (9 + 3 \cdot \sqrt{2})
 \end{array}$$

38. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$\begin{array}{ll}
 (3 \cdot \sqrt{2} + 4) \cdot (\sqrt{2} - 1) & (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\
 (6 \cdot \sqrt{7} + 3) \cdot (2 \cdot \sqrt{7} - 5) & (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5}) \\
 (\sqrt{6} + 3) \cdot (2 + 3 \cdot \sqrt{6}) & (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{18} - \sqrt{3}) \\
 (2 \cdot \sqrt{2} - 1) \cdot (3 + \sqrt{2}) & (3 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{20} + 3 \cdot \sqrt{12}) \\
 (\sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{2} - 1) \cdot (3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{3}) & (3 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{2}) \cdot (3 \cdot \sqrt{8} + 8 \cdot \sqrt{3})
 \end{array}$$

39. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$\begin{array}{ll}
 \sqrt{7 - \sqrt{24}} \cdot \sqrt{7 + \sqrt{24}} & \sqrt{5 + \sqrt{34}} \cdot \sqrt{34 - 5} \\
 \sqrt{\sqrt{51} - \sqrt{26}} \cdot \sqrt{\sqrt{51} + \sqrt{26}} & \sqrt{\sqrt{47} + \sqrt{22}} \cdot \sqrt{\sqrt{47} - \sqrt{22}} \\
 \sqrt{\sqrt{13} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{13} - 3} & \sqrt{\sqrt{15} - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{\sqrt{15} + \sqrt{6}} \\
 \sqrt{\sqrt{29} + 2} \cdot \sqrt{\sqrt{29} - 2} & \sqrt{\sqrt{19} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{19} + \sqrt{3}} \\
 \sqrt{\sqrt{61} - 5} \cdot \sqrt{\sqrt{61} + 5} & \sqrt{\sqrt{48} + 13} \cdot \sqrt{13 - \sqrt{48}}
 \end{array}$$

40. (K) Végezd el a következő szorzásokat!

$$\sqrt{\sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{7}}$$

$$\sqrt{5 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{59}} \cdot \sqrt{\sqrt{75} - \sqrt{59}}$$

$$\sqrt{\sqrt{21} + 3 \cdot \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{5} - \sqrt{21}}$$

$$\sqrt{\sqrt{41} + \sqrt{32}} \cdot \sqrt{\sqrt{41} - 4 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\sqrt{17} - 2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\sqrt{57} + \sqrt{48}} \cdot \sqrt{\sqrt{57} - 4 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{7 + 2 \cdot \sqrt{10}} \cdot \sqrt{7 - 2 \cdot \sqrt{10}}$$

$$\sqrt{6 + 2 \cdot \sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 - \sqrt{20}}$$

$$\sqrt{5 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{59}} \cdot \sqrt{5 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{59}}$$

$$\sqrt{4 \cdot \sqrt{6} - 2 \cdot \sqrt{23}} \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt{6} + 2 \cdot \sqrt{23}}$$

41. (K) Végezd el a következő hatványozásokat!

$$(\sqrt{7 - \sqrt{13}} + \sqrt{7 + \sqrt{13}})^2$$

$$(\sqrt{6 + \sqrt{11}} - \sqrt{6 - \sqrt{11}})^2$$

$$(\sqrt{8 - \sqrt{15}} + \sqrt{8 + \sqrt{15}})^2$$

$$(\sqrt{\sqrt{30} + \sqrt{14}} - \sqrt{\sqrt{30} - \sqrt{14}})^2$$

$$(\sqrt{12 + \sqrt{23}} + \sqrt{12 - \sqrt{23}})^2$$

$$(\sqrt{\sqrt{41} - \sqrt{5}} - \sqrt{\sqrt{41} + \sqrt{5}})^2$$

$$(\sqrt{15 - \sqrt{200}} + \sqrt{15 + \sqrt{200}})^2$$

$$(\sqrt{\sqrt{89} - \sqrt{8}} - \sqrt{\sqrt{89} + \sqrt{8}})^2$$

$$(\sqrt{10 - \sqrt{19}} + \sqrt{10 + \sqrt{19}})^2$$

$$(\sqrt{14 + \sqrt{27}} - \sqrt{14 - \sqrt{27}})^2$$

42. (K) Végezd el a következő hatványozásokat!

$$(\sqrt{2 \cdot \sqrt{3} + 2} - \sqrt{2 \cdot \sqrt{3} - 2})^2$$

$$(\sqrt{15 + \sqrt{200}} - \sqrt{15 - 10 \cdot \sqrt{2}})^2$$

$$(\sqrt{8 - 2 \cdot \sqrt{7}} + \sqrt{8 + 2 \cdot \sqrt{7}})^2$$

$$(\sqrt{\sqrt{27} - \sqrt{2}} + \sqrt{3 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2}})^2$$

$$(\sqrt{10 - 5 \cdot \sqrt{3}} + \sqrt{10 + 5 \cdot \sqrt{3}})^2$$

$$(\sqrt{\sqrt{72} + \sqrt{11}} + \sqrt{6 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{11}})^2$$

$$(\sqrt{6 + 2 \cdot \sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2 \cdot \sqrt{5}})^2$$

$$(\sqrt{9 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{14}} + \sqrt{9 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{126}})^2$$

$$(\sqrt{2 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{2}} - \sqrt{2 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{2}})^2$$

$$(\sqrt{16 + 2 \cdot \sqrt{55}} - \sqrt{16 - \sqrt{220}})^2$$

**43. (K) Végezd el a következő hatványozásokat!**

$$(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$$

$$(\sqrt{2} + 1)^2$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$$

$$(\sqrt{5} - 2)^2$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$(1 + \sqrt{3})^2$$

$$(\sqrt{7} + 4)^2$$

$$(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$$

$$(\sqrt{5} - 1)^2$$

$$(\sqrt{10} + \sqrt{11})^2$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2$$

$$(9 - \sqrt{8})^2$$

**44. (K) Végezd el a következő hatványozásokat!**

$$(2 \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3})^2$$

$$(3 \cdot \sqrt{7} + \sqrt{5})^2$$

$$(6 + 2 \cdot \sqrt{3})^2$$

$$(2 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot \sqrt{2})^2$$

$$(3 \cdot \sqrt{2} - 1)^2$$

$$(5 - 2 \cdot \sqrt{5})^2$$

$$(6 + 2 \cdot \sqrt{5})^2$$

$$\left(2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$$

$$\left(\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$(\sqrt{18} + 3 \cdot \sqrt{2})^2$$

$$(\sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{3})^2$$

$$(2 \cdot \sqrt{6} - 3 \cdot \sqrt{3})^2$$

**45. (K) Végezd el a következő hatványozásokat!**

$$(\sqrt{6} + 2)^2 + (\sqrt{6} - 2)^2$$

$$(\sqrt{7} + 1)^2 + (\sqrt{7} - 1)^2$$

$$(2 \cdot \sqrt{11} + 4 \cdot \sqrt{5})^2 + (2 \cdot \sqrt{11} - 4 \cdot \sqrt{5})^2$$

$$(\sqrt{10} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{15} + \sqrt{2})^2$$

**46. (E) Végezd el a következő hatványozásokat!**

$$(\sqrt{3 + \sqrt{2}} - 1)^2$$

$$(\sqrt{1 + \sqrt{2}} - 1)^2$$

$$(2 + \sqrt{3 - \sqrt{2}})^2$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^3$$

$$(2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$

$$(\sqrt{3} - 1)^3$$

$$(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2$$

$$(3 \cdot \sqrt{15} + 2 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{10})^2$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2} + 1)^2$$

47. (E) Végezd el a következő gyökvonásokat!

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{5 - \sqrt{21}}$$

$$\sqrt{11 - 6 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{17 - 4 \cdot \sqrt{15}}$$

$$\sqrt{5 - 2 \cdot \sqrt{6}}$$

$$\sqrt{9 + 4 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{28 - 10 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{11 - 4 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\sqrt{28 \cdot \sqrt{5} + 69}$$

$$\sqrt{15 + 4 \cdot \sqrt{11}}$$

$$\sqrt{16 - 6 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\sqrt{21 - 12 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{6 + 4 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{546 - 84 \cdot \sqrt{42}}$$

$$\sqrt{9 - 4 \cdot \sqrt{5}}$$

48. (E) Döntsd el, hogy igaz vagy hamis az alábbi két állítás!

$$\sqrt{17 - 2 \cdot \sqrt{15}} = \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\sqrt{53 - 10 \cdot \sqrt{21}} = \sqrt{28} - 5 \cdot \sqrt{3}$$

49. (E) Bizonyítsd be a következőket!

$$\sqrt{30 \cdot (4 - \sqrt{15})} = 5 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5 \cdot (9 - 4 \cdot \sqrt{5})} = 5 - 2 \cdot \sqrt{5}$$

$$\sqrt{35 + 2 \cdot \sqrt{34}} - \sqrt{35 - 2 \cdot \sqrt{34}} = 2$$

$$\sqrt{7 + 2 \cdot \sqrt{6}} - \sqrt{7 - 2 \cdot \sqrt{6}} = 2$$

50. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$\sqrt{7 + 2 \cdot \sqrt{6}} - \sqrt{7 - 2 \cdot \sqrt{6}}$$

$$\sqrt{9 - \sqrt{32}} - \sqrt{9 + \sqrt{32}}$$

$$\sqrt{7 - 4 \cdot \sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{12 - \sqrt{23}} + \sqrt{12 + \sqrt{23}}$$

$$\sqrt{6 - \sqrt{11}} + \sqrt{6 + \sqrt{11}}$$

$$\sqrt{4 + 2 \cdot \sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{6 + 2 \cdot \sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\sqrt{8 + 2 \cdot \sqrt{7}} - \sqrt{8 - 2 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\sqrt{27 + 10 \cdot \sqrt{2}} + \sqrt{27 - 10 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{19 + 6 \cdot \sqrt{10}} - \sqrt{19 - 6 \cdot \sqrt{10}}$$

$$\sqrt{4 - 2 \cdot \sqrt{3}} - \sqrt{4 + 2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

51. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+3)^2}$$

$$\sqrt{(5-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5+\sqrt{2})^2}$$

$$(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-2) \cdot \sqrt{\sqrt{3}+2}$$

$$(2-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} + (2+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

52. (E) Végezd el a következő műveleteket!

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$$\sqrt{1+2006} \cdot \sqrt{1+2007} \cdot \sqrt{1+2008} \cdot \sqrt{1+2009} \cdot 2011$$

53. (K) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$-\frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{24}{\sqrt{8}}$$

$$\frac{21}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{11}{\sqrt{11}}$$

$$-\frac{7}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$-\frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{25}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{26}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{12}{\sqrt{6}}$$

$$-\frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{7}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{18}{\sqrt{8}}$$

54. (K) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!

$$\frac{19}{2 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\frac{20}{3 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{5}{3 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{6}{5 \cdot \sqrt{3}}$$

$$-\frac{24}{5 \cdot \sqrt{6}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{8}}$$

$$\frac{13}{3 \cdot \sqrt{10}}$$

$$\frac{35}{4 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{3}{7 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{5}{3 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\frac{3}{2 \cdot \sqrt{6}}$$

$$-\frac{2}{9 \cdot \sqrt{8}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\frac{7}{2 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{12}{11 \cdot \sqrt{3}}$$

$$-\frac{12}{7 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\frac{18}{5 \cdot \sqrt{6}}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{15}{2 \cdot \sqrt{7}}$$

$$\frac{10 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$



**55. (K) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!**

$$\begin{array}{cccccc} \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} & \frac{10}{\sqrt{6} + 1} & \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} & -\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} & \frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} & \frac{8}{\sqrt{5} + 2} \\ \frac{5}{\sqrt{7} - 2} & \frac{2}{2 + \sqrt{2}} & -\frac{28}{\sqrt{5} - 1} & \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{17} + \sqrt{15}} & \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \\ \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} & \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} + 1} & \frac{8}{\sqrt{11} - \sqrt{3}} & \frac{12}{\sqrt{37} - 5} & \frac{15}{2 - \sqrt{7}} & \frac{10}{\sqrt{8} - 2} \\ \frac{12}{4 + \sqrt{6}} & -\frac{9}{\sqrt{19} - 4} & \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} & \frac{4}{\sqrt{5} - 1} & \frac{12}{5 - \sqrt{17}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \end{array}$$

**56. (K) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!**

$$\begin{array}{cccccc} \frac{6}{3 \cdot \sqrt{2} - 4} & \frac{33}{2 \cdot \sqrt{7} - \sqrt{17}} & \frac{6}{4 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{5}} & \frac{21}{\sqrt{83} + 2 \cdot \sqrt{5}} & \frac{1}{2 \cdot \sqrt{7} - 3 \cdot \sqrt{3}} & \\ \frac{22}{2 \cdot \sqrt{3} - 1} & \frac{10}{4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3}} & \frac{34}{\sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{5}} & \frac{33}{3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{7}} & \frac{3 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{3}} & \\ \frac{15}{3 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{3}} & \frac{18 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3} - 3} & \frac{11}{3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{17}} & \frac{67}{5 \cdot \sqrt{7} - 6 \cdot \sqrt{3}} & \frac{4 \cdot \sqrt{2} + 6 \cdot \sqrt{8} + 3 \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{2}} & \end{array}$$

**57. (K) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!**

$$\begin{array}{cccccc} \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} & \frac{\sqrt{8} + \sqrt{7}}{\sqrt{8} - \sqrt{7}} & \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} & \frac{4 \cdot \sqrt{3} - 5 \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{2}} & \frac{3 \cdot \sqrt{7} - 7 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{7} + 7 \cdot \sqrt{3}} & \\ \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} & \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} & \frac{5 + \sqrt{7}}{5 - \sqrt{7}} & \frac{3 \cdot \sqrt{5} + 5 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{3}} & \frac{2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{3}} & \\ \frac{\sqrt{17} + \sqrt{15}}{\sqrt{17} - \sqrt{15}} & \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} & \frac{\sqrt{12} - \sqrt{10}}{2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{10}} & \frac{1 + 2 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2} - 1} & \frac{3 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{3}} & \end{array}$$

**58. (K) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!**

$$\begin{array}{cccccc} \frac{5 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{7} + 2}{\sqrt{5}} & \frac{3 + \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}} & \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} & \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}} & \\ \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} & \frac{10 + \sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{10}} & \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} & \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} & \frac{6}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}} & \end{array}$$

59. (K) Gyöktelenítsd a törtek számlálóját!

$$\frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{9}$$

$$\frac{\sqrt{3} + 2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{9}$$

$$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{12} + 2 \cdot \sqrt{7}}$$

60. (E) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{10} + \sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1 + \sqrt{2}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}$$

$$\frac{10}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{12}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2 + \sqrt{3} + \sqrt{2}}}$$

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{2} - 5 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

61. (K) Add meg a  $\sqrt{2} - 1$  szám reciprokát!

62. (E) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!

$$\frac{y}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{5x}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

$$\frac{a \cdot \sqrt{b}}{b \cdot \sqrt{a}}$$

$$\frac{b}{\sqrt{ab}}$$

$$\frac{a}{2 \cdot \sqrt{b}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{3x}}$$

$$\frac{p^2}{\sqrt{pq}}$$

$$\frac{ab^2}{b \cdot \sqrt{a}}$$

$$\frac{xy}{\sqrt{y}}$$

$$\frac{ab}{\sqrt{ab}}$$

$$\frac{y}{5 \cdot \sqrt{y}}$$

$$\frac{2xy^2}{\sqrt{xy}}$$

$$\frac{\sqrt{ab}}{a \cdot \sqrt{b}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{a-b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a+b}}$$

$$\frac{y}{\sqrt{3-y}}$$

$$\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{x+y}}$$

63. (E) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!

$$\frac{5}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a} - 2}$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a} + 1}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\frac{b}{\sqrt{c} - 2}$$

**64. (E) Gyöktelenítsd a törtek nevezőit!**

$$\frac{\sqrt{a}-3}{2 \cdot \sqrt{a}+4}$$

$$\frac{x+y}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}}$$

$$\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

$$\frac{pq}{\sqrt{p} \cdot \sqrt{q}}$$

$$\frac{a+b \cdot \sqrt{b}}{a-b \cdot \sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{1-\sqrt{x}}}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^3+\sqrt{b}}}$$

**65. (E) Végezd el a következő műveleteket!**

$$\left(\frac{2}{2 \cdot \sqrt{3}-1}+\frac{3}{2 \cdot \sqrt{3}+1}\right) \cdot (10 \cdot \sqrt{3}+1)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{7}-2}+\frac{3 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}+2}\right) \cdot (5 \cdot \sqrt{7}+23)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}+2}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}-\frac{10}{\sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

$$\left(\frac{4}{\sqrt{6}-2}+\frac{15}{\sqrt{6}+1}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\right) \cdot (\sqrt{6}+11)$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\right) \cdot (3 \cdot \sqrt{5}-\sqrt{3})$$

$$\left(\frac{6}{\sqrt{7}+2}-\frac{9}{\sqrt{7}-2}+\frac{36}{\sqrt{7}-1}\right) \cdot (\sqrt{175}+4)$$

$$\left(\frac{5}{\sqrt{10}-\sqrt{7}}-\frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}\right) \cdot (3 \cdot \sqrt{10}-7 \cdot \sqrt{7})$$

$$\left(\frac{6}{\sqrt{5}+2}+\frac{2}{\sqrt{20}-4}\right) \cdot (10+7 \cdot \sqrt{5})$$

$$\left(\frac{7}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}+\frac{12}{2 \cdot \sqrt{7}-\sqrt{24}}\right) \cdot (13 \cdot \sqrt{7}+\sqrt{6})$$

$$\left(\frac{13}{\sqrt{8}-\sqrt{7}}-\frac{6}{4 \cdot \sqrt{2}+\sqrt{28}}\right) \cdot (5 \cdot \sqrt{8}-8 \cdot \sqrt{7})$$

$$\left(\frac{8}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\frac{12}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\right) \cdot (5 \cdot \sqrt{7}-\sqrt{3})$$

$$\left(\frac{6}{4+\sqrt{10}}+\frac{24}{8-\sqrt{40}}\right) \cdot (12-\sqrt{10})$$

**66. (K) Végezd el a következő műveleteket!**

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{\sqrt{5}+2}$$

$$\frac{4 \cdot \sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}-\frac{2 \cdot \sqrt{3}+4}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{7}{\sqrt{3}}-\frac{5}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}-\frac{5+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{6}{2 \cdot \sqrt{2}-\sqrt{7}}-\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$$

$$\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}+\frac{6 \cdot \sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{16}{3-\sqrt{7}}-\frac{2}{3+\sqrt{7}}$$

$$\frac{4-2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{3 \cdot \sqrt{5}-1}{2 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

**67. (E) Végezd el a következő műveleteket!**

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{2}+4}{3 \cdot \sqrt{2}-4}+\frac{3 \cdot \sqrt{2}-4}{3 \cdot \sqrt{2}+4}$$

$$\frac{4+\sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{5}+3}+\frac{\sqrt{5}-4}{2 \cdot \sqrt{5}-3}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{2}+2 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{2}-2 \cdot \sqrt{3}}+\frac{3 \cdot \sqrt{2}-2 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{2}+2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{5}+3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{4 \cdot \sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

**68. (E) Végezd el a következő műveleteket!**

$$\begin{array}{lll} \frac{(\sqrt{11}-\sqrt{7}) \cdot (9+\sqrt{77})}{\sqrt{11}+\sqrt{7}} & \frac{3 \cdot \sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+1} - \frac{2 \cdot \sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-1} - \frac{7-3 \cdot \sqrt{5}}{4} & \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{7}) \cdot (9-2 \cdot \sqrt{14})}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} \\ \frac{(11-\sqrt{85}) \cdot (\sqrt{17}+\sqrt{5})}{\sqrt{17}-\sqrt{5}} & \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-2} + \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+1} - \frac{3}{\sqrt{7}-1} & \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3}) \cdot (20-2 \cdot \sqrt{84})}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \\ \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{10}-3)^2}} - \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{10}+3)^2}} & \sqrt{\frac{1}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{1}{(2+\sqrt{5})^2}} & \left(\frac{2}{\sqrt{10}+2} + \frac{5}{\sqrt{10}-2} - \frac{7 \cdot \sqrt{10}}{6}\right) \cdot 3 \\ \frac{5}{2 \cdot \sqrt{3}+\sqrt{7}} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{7}+3 \cdot \sqrt{3}} & \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + 2 \cdot \sqrt{2} \end{array}$$

**69. (E) Határozd meg az alábbi kifejezések eredményeinek előjelét!**

$$\begin{array}{ll} \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{2} & \sqrt{5-2 \cdot \sqrt{6}} + \sqrt{5} - \sqrt{5+2 \cdot \sqrt{6}} \\ 2 + \sqrt{3-2 \cdot \sqrt{2}} - \sqrt{3+\sqrt{8}} & \sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}} - \sqrt{3} \\ \sqrt{3 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{11}} + \sqrt{3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{11}} - \sqrt{2 \cdot (3 \cdot \sqrt{5} + 1)} & \end{array}$$

**70. (E) Bizonyítsd be a következőket!**

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \sqrt{3} + \sqrt{5} & \sqrt{50} - \sqrt{12} = \frac{20-\sqrt{96}}{2 \cdot \sqrt{2}} & \frac{125+51 \cdot \sqrt{6}}{5-\sqrt{6}} = \left(\frac{1}{5-2 \cdot \sqrt{6}}\right)^2 \\ \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 4 & \sqrt{160} - \sqrt{120} = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{6}+\sqrt{8}} & \left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}+2}\right)^3 = 76 \end{array}$$

**71. (K) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!**

$$\begin{array}{lll} 2 \cdot \sqrt{3} \text{ vagy } 3 \cdot \sqrt{2} & 3 \cdot \sqrt{7} \text{ vagy } 2 \cdot \sqrt{15} & 5 \cdot \sqrt{5} \text{ vagy } 8 \cdot \sqrt{2} \\ \frac{1}{3} \cdot \sqrt{54} \text{ vagy } \frac{1}{5} \cdot \sqrt{150} & \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \text{ vagy } \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} & 3 \cdot \sqrt{11} \text{ vagy } 2 \cdot \sqrt{23} \\ 3 \cdot \sqrt{2} \text{ vagy } 5 \cdot \sqrt{0,5} & \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{8}{5}} \text{ vagy } \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} & \sqrt{11} \cdot \sqrt{7} \text{ vagy } \sqrt{6} \cdot \sqrt{13} \end{array}$$

72. (K) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{6}} \text{ vagy } \frac{\sqrt{150}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \text{ vagy } \frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{7} \text{ vagy } \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{120}}{4} \text{ vagy } \frac{\sqrt{190}}{5}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{5}}{4} \text{ vagy } \frac{7 \cdot \sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{184}}{\sqrt{8}} \text{ vagy } \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{9}{\sqrt{5}} \text{ vagy } \frac{7}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt{13}}{2} \text{ vagy } \frac{5 \cdot \sqrt{10}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{3} \text{ vagy } \frac{2 \cdot \sqrt{15}}{5}$$

73. (K) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \text{ vagy } \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} \text{ vagy } \frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{16} \text{ vagy } \sqrt{75} : \sqrt{3}$$

$$\sqrt{8} \cdot \sqrt{3} \text{ vagy } \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{140}}{\sqrt{7}} \text{ vagy } \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$$

$$2 \cdot \sqrt{\frac{5}{9}} \text{ vagy } \frac{\sqrt{24}}{3}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \text{ vagy } \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{14}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{35}} \text{ vagy } \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{54}} : \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{20}}$$

$$\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{5}} \text{ vagy } \sqrt{7} \cdot \sqrt{2}$$

74. (K) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$(\sqrt{3})^5 \text{ vagy } (\sqrt{5})^3$$

$$(\sqrt{5})^3 \text{ vagy } \sqrt{6} \cdot \sqrt{20}$$

$$(\sqrt{3})^3 \text{ vagy } \sqrt{14} \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{24}} \text{ vagy } \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{81}}$$

$$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{8}} \text{ vagy } \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} \cdot \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} \text{ vagy } \frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{(\sqrt{3})^5}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ vagy } \sqrt{\frac{18}{5}} \cdot \frac{\sqrt{5^3}}{\sqrt{15}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}} \cdot \sqrt{\frac{6^3}{128}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}} \text{ vagy } \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\frac{15^3}{135}} \cdot \frac{1}{\sqrt{125}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3^3}}$$

75. (K) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$2 \cdot \sqrt{7} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$$

$$4 \cdot \sqrt{3} \text{ vagy } \frac{5}{\sqrt{12} - \sqrt{7}}$$

$$\sqrt{72} \text{ vagy } \frac{7}{5 - 3 \cdot \sqrt{2}}$$

$$2 \cdot \sqrt{3} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{48} \text{ vagy } -\frac{5}{\sqrt{12} - \sqrt{17}}$$

$$2 \cdot \sqrt{6} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$$

$$\sqrt{40} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{11} - \sqrt{10}}$$

$$\frac{35}{\sqrt{5}} \text{ vagy } \frac{174}{\sqrt{180} - \sqrt{6}}$$

$$3 \cdot \sqrt{3} \text{ vagy } \frac{7}{\sqrt{12} - \sqrt{5}}$$

76. (K) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$\frac{15}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{19}-3\cdot\sqrt{2}} \quad \frac{8}{\sqrt{14}+\sqrt{6}} \text{ vagy } \frac{6}{\sqrt{13}+\sqrt{7}} \quad \frac{\sqrt{15}}{3\cdot\sqrt{5}-5\cdot\sqrt{3}} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} \text{ vagy } \frac{8}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} \quad \frac{5}{2\cdot\sqrt{3}-\sqrt{7}} \text{ vagy } \frac{4}{\sqrt{13}-3} \quad \frac{6}{2\cdot\sqrt{3}-\sqrt{6}} \text{ vagy } \frac{8}{\sqrt{14}-\sqrt{6}}$$

$$\frac{16}{\sqrt{15}+\sqrt{7}} \text{ vagy } \frac{12}{\sqrt{7}+\sqrt{13}} \quad \frac{4}{2\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}} \text{ vagy } \frac{6}{2\cdot\sqrt{3}+3\cdot\sqrt{2}} \quad \frac{60}{3\cdot\sqrt{2}-\sqrt{3}} \text{ vagy } \frac{50}{2\cdot\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

77. (E) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$\sqrt{45^{-7} \cdot 75^{-21}} \text{ vagy } 15^{-17} \cdot 5^{-8} \quad \sqrt{8} + \sqrt{5} \text{ vagy } \sqrt{7} + \sqrt{6}$$

$$(3 - \sqrt{2})^2 \text{ vagy } 10 - \sqrt{72} \quad \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \text{ vagy } \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

$$\sqrt{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \text{ vagy } \sqrt{3 \cdot \sqrt{3}} \quad (2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{2})^2 \text{ vagy } 30 - 12 \cdot \sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \text{ vagy } \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{2} - 4 \quad 3 \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \text{ vagy } \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \text{ vagy } \frac{\sqrt{20} - \sqrt{8}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \quad \frac{5 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{5 + \sqrt{2}} \text{ vagy } 6 \cdot \frac{(\sqrt{6} - 2)^2}{5 - 2 \cdot \sqrt{6}}$$

78. (E) Számológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám a nagyobb!

$$\sqrt{9 + 4 \cdot \sqrt{2}} \text{ vagy } 1 + 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ vagy } \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{9 + 4 \cdot \sqrt{5}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}} \text{ vagy } \sqrt{11 + 4 \cdot \sqrt{7}} - \sqrt{13,25 - 5 \cdot \sqrt{7}}$$

$$(7 - \sqrt{40}) \cdot \sqrt{\frac{7 + \sqrt{40}}{7 - \sqrt{40}}} \text{ vagy } (4 + \sqrt{12}) \cdot \sqrt{\frac{4 - \sqrt{12}}{4 + \sqrt{12}}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{17}-4}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{17}+4}\right)^3 \text{ vagy } (25 + \sqrt{89}) \cdot \sqrt{714 - 50 \cdot \sqrt{89}}$$

79. (K) Döntsd el számológép segítsége nélkül, hogy igaz vagy hamis a következő állítás!

$$2 \cdot \sqrt{5} < \sqrt{20} \quad 4 \cdot \sqrt{5} > \sqrt{96} \quad \frac{\sqrt{54}}{3} < \frac{\sqrt{150}}{5} \quad (\sqrt{4})^3 > \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{8}}$$

$$\frac{\sqrt{70}}{10} > \frac{\sqrt{6}}{3} \quad 6 \cdot \sqrt{3} < 7 \cdot \sqrt{2} \quad \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} > \sqrt{3} - \sqrt{2} \quad \frac{2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27}}{\sqrt{3}} > \frac{3 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{10} - \sqrt{80}}{\sqrt{5}}$$

80. (K) A  $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab}$  kifejezés helyett melyik kifejezés írható mindig? (A változók értékétől függetlenül.)

A:  $b - a$       B:  $a - b$       C:  $|a + b|$       D:  $|b - a|$       E:  $(a - b)^2$

81. (K) Végezd el a gyökvonásokat!

$$\sqrt{(a-1)^2} \quad \sqrt{(b+2)^2} \quad \sqrt{x^2 + 2x + 1} \quad \sqrt{4y^2 - 4y + 1}$$

$$\sqrt{9x^2 - 6x + 1} \quad \sqrt{2a^2 + 12ab + 18b^2} \quad \sqrt{16 \cdot (x^3 - 2x^2y + xy^2)}$$

82. (K) Végezd el a gyökvonásokat, az adott feltételeknek megfelelően!

$$\sqrt{(x-4)^2} \quad (x \geq 4) \quad \sqrt{(7+x)^2} \quad (x < -7)$$

$$\sqrt{(a-2)^2} \quad (a < 2) \quad \sqrt{(3-a)^2} \quad (a \geq 3)$$

83. (E) Végezd el a gyökvonásokat, az adott feltételeknek megfelelően!

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} \quad (x \geq 1)$$

$$\sqrt{x^2 + 8x + 16} \quad (x < -4)$$

$$\sqrt{y^2 - 2xy + x^2} \quad (0 > x > y)$$

$$\sqrt{(x-2y)^2} + \sqrt{x^2} \quad (2y < x < 0)$$

$$\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + x + \sqrt{y^2} \quad (x > y > 0)$$

84. (E) Mely valós számokra igaz a következő összefüggés?

$$\sqrt{(x-1)^2} = x-1$$

$$\sqrt{(x-1)^2} = 1-x$$

$$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$$

$$\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$\sqrt{(x-8)^2} = x-8$$

$$\sqrt{(x-11)^2} = 11-x$$

85. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2} = a - 2b$$

$$\sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2} = 2b - a$$

$$\sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2} = |a - 2b|$$

86. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} + x - 1 = -2$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} + x - 1 = 2x$$

87. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 2x - 3$$

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 3 - 2x$$

88. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{a^2} + a + \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} - b = a - 2b$$

$$\sqrt{a^2} + a + \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} - b = 3a - 2b$$

$$\sqrt{a^2} + a + \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} - b = a$$

$$\sqrt{a^2} + a + \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} - b = -a$$



89. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{25-10x+x^2} = x+2$$

$$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{25-10x+x^2} = 8-3x$$

$$\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt{25-10x+x^2} = 3x-8$$

90. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{a \cdot (a^2 - 2ab + b^2)} = -\sqrt{a} \cdot (a - b)$$

$$\sqrt{a \cdot (a^2 - 2ab + b^2)} = \sqrt{a} \cdot (a - b)$$

91. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{a^2 - 4a + 4} = a - 2$$

$$\sqrt{a^2 - 6a + 9} = 3 - a$$

$$\sqrt{4a^2 + 4a + 1} = 1 + 2a$$

$$\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} = x^2 + 1$$

92. (E) Mely valós számokra igaz?

$$\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{a^2 + 2a + 1} = 2a$$

$$\sqrt{(a-5b)^2} + \sqrt{b^2 - 2b + 1} + \sqrt{(10-2a)^2} = 6b - 3a + 9$$

93. (E) Mely egész  $x$ -ekre igaz a következő egyenlőség?

$$\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2} = 3$$

$$\sqrt{(x+4)^2} + \sqrt{(x+1)^2} = 3$$

$$\sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{9+x^2-6x} = x+2$$

94. (E) Mely  $a, b$  egész számokra helyes a következő egyenlőség, ha  $b \leq 1$ ?

$$\sqrt{(a - 3b)^2} + \sqrt{a^2} = 3b$$

95. (K) Fejezd ki a  $T = 2\pi \cdot \sqrt{hg^{-1}}$  képletből  $g - t$ !  
Számítsd ki a  $g$  értékét, ha  $T = 2$  és  $h = 0,994$ !

96. (E) Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza  $\sqrt{2x + 1}$  és  $\sqrt{2x \cdot (2x + 1)}$ , ahol  $x$  egy pozitív természetes szám.

a) Mekkora a háromszög oldalai, ha  $x = 4$ ?

b) Mekkora a háromszög átfogója, ha  $x = 7$ ?

c) Igazold, hogy a háromszög átfogójának hossza mindig pozitív egész szám lesz!

97. (E) Legyen  $H$  az  $a + b \cdot \sqrt{2}$  alakban felírható számok halmaza, ahol  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

a) Igaz - e, hogy  $H$  tartalmazza az egész számokat?

b) Bizonyítsd be, hogy bármely két  $H$  - beli szám összege és szorzata is eleme  $H$  - nak!

c) A  $\sqrt{27 - 10 \cdot \sqrt{2}}$  szám eleme - e a  $H$  halmaznak?

d) Keress a  $H$  - nak olyan elemét, melynek reciproka is eleme  $H$  - nak!

## **Felhasznált irodalom**

- (1) Hajdu Sándor; 2003.; Matematika 10.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Urbán János; 2009.; Sokszínű matematika 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 10; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Geröcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

- (14) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (15) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dobcsányi János; 2013; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (21) [https://users.itk.ppke.hu/itk\\_dekani/files/matematika/list.html](https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html)
- (22) Saját anyagok