Brósch Zoltán (Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma)

Logaritmus

DEFINÍCIÓ: (Logaritmus)
Ha egy pozitív valós számot adott, 1 - től különböző pozitív alapú hatvány alakban írunk fel, akkor ennek a hatványnak a kitevőjét logaritmusnak nevezzük.

Megjegyzés:

- *Bármely pozitív szám egyértelműen felírható valamely* 1 *– től különböző pozitív szám valós kitevőjű hatványaként.*
- *A logaritmus a hatványozás inverz művelete: adott a hatványérték és hatványalap, keressük a hatványkitevőt.*

DEFINÍCIÓ: (a alapú logaritmus)
Legyen $a \neq 1$ pozitív valós szám. Tetszőleges b pozitív valós szám esetén létezik pontosan egy olyan c valós szám, hogy $b = a^c$. Ekkor a c hatványkitevőt a b szám a alapú logaritmusának nevezzük. Jelölés: $\log_a b = c$.

Megjegyzés:

- *Egy számnak egy adott alapra vonatkozó hatványkitevőjét a szám adott alapú logaritmusának nevezzük.*
- *Az a alapú logaritmus b jelenti azt a c kitevőt, amelyre a - t emelve b adódik: $a^{\log_a b} = b$.*
- *Az a – t alapnak, a b – t numerusznak nevezzük.*
- *A tízes alapú logaritmust $\lg$ – vel, az e (természetes) alapú logaritmust $\ln$ – nel jelöljük.*
- *A definíció értelmében $\log_a 1 = 0$ és $\log_a a = 1$, továbbá $\log_a a^k = k$.*

TÉTEL:
Egy adott alapú logaritmust átírhatunk más alapú logaritmusra a következőképpen:

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\quad a; b; c \in \mathbb{R}^+ \quad a; c \neq 1$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ $\quad a; b \in \mathbb{R}^+ \quad a; b \neq 1$
- $\log_a b = \log_{a^x} b^x$ $\quad a; b \in \mathbb{R}^+ \quad a \neq 1 \quad x \neq 0 \quad x \in \mathbb{R}$

A logaritmus azonosságai:

TÉTEL:
Szorzat logaritmusa megegyezik a tényezők ugyanolyan alapú logaritmusának összegével. Jelöléssel: $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$, ahol $a; x; y \in \mathbb{R}^+$ és $a \neq 1$.

TÉTEL:
Tört logaritmusa megegyezik a számláló és nevező ugyanolyan alapú logaritmusának különbségével. Jelöléssel: $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$, ahol $a; x; y \in \mathbb{R}^+$ és $a \neq 1$.

TÉTEL:
Hatvány logaritmusa megegyezik az alap ugyanolyan alapú logaritmusának a kitevővel vett szorzatával. Jelöléssel: $\log_a x^k = k \cdot \log_a x$, ahol $a; x; k \in \mathbb{R}^+$ és $a \neq 1$.

Megjegyzés:

- *Az azonosságok alkalmazásánál figyelnünk kell arra, hogy mindkét oldal értelmezve legyen.*
- *Páros k esetén az x negatív értékeket is felvehet a bal oldali kifejezésben, így ekkor a jobb oldal a következőképpen írható: $k \cdot log_a|x|$.*

DEFINÍCIÓ: (Természetes alapú logaritmus)
Az e (Euler – féle szám) alapú logaritmust, természetes alapú logaritmusnak nevezzük. Jele: ln.

Megjegyzés:

- *Az e egy (irracionális) matematikai állandó, melynek értéke: $e \approx 2{,}718$.*
- *Az e – t definiálhatjuk a következőképpen is: $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.*

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. (K) Számítsd ki számológép segítségével a következő kifejezések értékét!

$\lg 2$	$\lg 22,3$	$\lg 456$	$\lg 0,0371$
$\lg 50$	$\lg 1,5$	$\lg 0,18$	$\lg(-0,5)$

2. (K) Írd fel a hatványokat logaritmus jelöléssel!

$10^2 = 100$	$5^0 = 1$	$3^{-3} = \frac{1}{27}$	$13^{\frac{11}{7}} = \sqrt[7]{13^{11}}$
$10^{-1} = 0,1$	$\sqrt{10} = 3,162$	$8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$	$3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2}$
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$	$\left(-\frac{4}{9}\right)^3 = -\frac{64}{729}$	$\left(\sqrt{7}\right)^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{49}$

3. (K) A $\log_2 5$ jelentése:

A: az a kitevő, amire 5 – öt emelve 2 – t kapunk

B: az a szám, amit második hatványra emelve 5 – öt kapunk

C: kb. $2,32$

D: az a kitevő, amire 2 – t emelve 5 – öt kapunk

E: az a szám, amit ötödik hatványra emelve 2 – t kapunk

4. (K) Írd az alábbi kifejezéseket hatvány alakba!

$\log_{11} 121 = 2$	$\log_{0,5} 2 = -1$	$\log_{100} 1 = 0$	$\log_4 8 = \frac{3}{2}$
$\log_{0,25} 2 = -\frac{1}{2}$	$\log_{25} 5 = 0,5$	$\lg 0,01 = -2$	$\log_{\frac{1}{100}} 1000 = -1,5$
$\log_{\frac{2}{5}} \frac{25}{4} = -2$	$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = -6$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}} 49 = -4$	$\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{29}}} 29^4 = -12$
$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} = -4$	$\log_{78} 1 = 0$	$\log_{\frac{2}{13}} \frac{169}{4} = -2$	$\log_{2021} 2021 = 1$
$\log_{\frac{1}{23}} 23 = -1$	$\log_{125} 3125 = \frac{5}{3}$	$\log_{\frac{1}{8}} 4 = -\frac{2}{3}$	$\log_7 343 = 3$

5. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét!

$\log_4 16 = c$	$\log_3 81 = c$	$\log_2 1024 = c$	$\log_{2000} 1 = c$
$\log_2 4 = c$	$\log_{125} 5 = c$	$\log_4 4 = c$	$lg\ 0,001 = c$
$\log_9 3 = c$	$lg\ 100\,000 = c$	$\log_2 \frac{1}{64} = c$	$\lg(-10) = c$
$\log_3 \frac{1}{27} = c$	$\log_{\frac{3}{4}} \frac{16}{9} = c$	$\log_{\frac{1}{2}} 32 = c$	$\log_5 625 = c$
$\log_{\sqrt{5}} 5 = c$	$\log_7 \frac{1}{7} = c$	$\log_{25} \frac{1}{5} = c$	$\log_8 \frac{1}{2} = c$

6. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét!

$\log_2 32 = c$	$\log_6 36 = c$	$\log_5 0 = c$	$\log_3 27 = c$
$\log_4 0,25 = c$	$\log_2 16 = c$	$\log_8 64 = c$	$\lg \sqrt{10} = c$
$\log_{11} 121 = c$	$\log_7 \frac{1}{49} = c$	$\lg 100 = c$	$\log_2(-4) = c$
$\log_{\frac{1}{5}} 125 = c$	$\lg 1 = c$	$\log_2 0,25 = c$	$\log_{\frac{3}{4}} \frac{64}{27} = c$
$\log_2 \frac{1}{8} = c$	$\log_5 25 = c$	$\log_3 \frac{1}{9} = c$	$\log_{2009} 2009 = c$

7. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét!

$\log_{1954} 1 = c$	$\log_2 \frac{1}{16} = c$	$\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} = c$	$\lg \sqrt{0,1} = c$
$\log_3 243 = c$	$\log_{11} \sqrt[3]{121} = c$	$\log_6 \frac{1}{36} = c$	$\log_2 \sqrt[7]{64} = c$
$\log_2 32 = c$	$\log_{0,1} 0,001 = c$	$\log_2 \sqrt[3]{4} = c$	$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = c$
$\log_3 \sqrt[5]{27} = c$	$\log_2 256 = c$	$\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}} = c$	$\log_{25} 5 = c$
$\log_7 49 = c$	$\log_{\frac{1}{3}} 81 = c$	$\log_5 \sqrt[4]{125} = c$	$\log_{\frac{1}{2}} 4 = c$

8. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét!

$\log_4 64 = c$	$\log_2 \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = c$	$\log_8 16 = c$	$\log_3 \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = c$
$\log_3 \frac{1}{81} = c$	$\log_2 \sqrt[7]{4} = c$	$\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{125} = c$	$\log_4 \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = c$
$\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{3} = c$	$\log_{128} 2 = c$	$\log_5 \frac{1}{25} = c$	$\log_4 \sqrt[5]{64} = c$
$\log_{64} 8 = c$	$\log_5 \sqrt[3]{25} = c$	$\lg \sqrt[3]{100}$	$\log_{32} 4 = c$
$\log_5 \frac{1}{125} = c$	$\log_{\sqrt[3]{16}} 2 = c$	$\log_{\frac{1}{32}} 8 = c$	$\log_{0,25} \sqrt{8} = c$

9. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét!

$\log_2 2 = c$	$\log_5 1 = c$	$lg\ 10^6 = c$	$lg\ 1000 = c$
$\log_2 8 = c$	$\log_{\frac{1}{3}} 81 = c$	$\log_3 9 = c$	$lg\ 0,1 = c$
$\log_{36} 6 = c$	$\log_2 0,25 = c$	$lg \sqrt{1000} = c$	$\log_{\frac{1}{3}} 27 = c$
$\log_5 125 = c$	$lg\ (-0,5) = c$	$\log_2 128 = c$	$\log_{25} \frac{1}{625} = c$
$\log_{11} \frac{1}{121} = c$	$lg\ 0,01 = c$	$\log_{\sqrt[8]{7}} 1 = c$	$\log_{\sqrt{2}} 2 = c$

10. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a *c* értékét!

$\log_5 \sqrt[3]{5} = c$ $\quad \log_2 \sqrt{2} = c$ $\quad \log_3 \sqrt{27} = c$ $\quad \log_7 \sqrt[3]{49} = c$

$\log_{\sqrt{2}} 4 = c$ $\quad lg\ \frac{1}{\sqrt{10}} = c$ $\quad \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{\sqrt{243}} = c$ $\quad \log_{\sqrt[3]{5}} 125 = c$

$\log_3 \sqrt{243} = c$ $\quad \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} = c$ $\quad \log_3 \sqrt[5]{81} = c$ $\quad lg\ \sqrt[4]{0,1} = c$

$\log_7 \sqrt{\frac{1}{343}} = c$ $\quad lg\ \sqrt{10000} = c$ $\quad \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 16 = c$ $\quad \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} = c$

$\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{\sqrt[4]{36}} = c$ $\quad \log_5 \frac{1}{\sqrt[4]{125}} = c$ $\quad \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1}{81} = c$ $\quad \log_{\sqrt{3}} \sqrt[7]{3} = c$

11. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a *c* értékét!

$\log_{\frac{1}{9}} 3 = c$ $\quad \log_{25} 125 = c$ $\quad \log_{\sqrt{6}} \frac{1}{6} = c$ $\quad \log_3 \sqrt[3]{9} = c$

$lg\ 10^{23} = c$ $\quad \log_{\sqrt{27}} 9 = c$ $\quad \log_5 \left(\frac{1}{125}\right)^{-3} = c$ $\quad \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 27 = c$

$\log_8 2 = c$ $\quad \log_3 \sqrt[3]{81} = c$ $\quad \log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{4} = c$ $\quad \log_{\sqrt{8}} \frac{1}{2} = c$

$\log_9 \frac{1}{3} = c$ $\quad \log_{\sqrt[3]{2}} 8 = c$ $\quad \log_{\sqrt{27}} 3 = c$ $\quad \log_{\sqrt{5}} 25^{-3} = c$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 32 = c$ $\quad \log_4 \sqrt{2} = c$ $\quad \log_{49} \frac{1}{\sqrt{7}} = c$ $\quad \log_{\sqrt{27}} 81^{-\frac{9}{5}} = c$

12. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a *c* értékét!

$\log_5 0,2 = c$ $\quad \log_{0,125} 0,5 = c$ $\quad \log_{0,75} \frac{64}{27} = c$ $\quad \log_{0,1} 100 = c$

$\log_{0,5} \sqrt{32} = c$ $\quad \log_{0,1} \sqrt{1000} = c$ $\quad \log_{16} 0,5 = c$ $\quad \log_{0,2} 25 = c$

$\log_{0,5} \sqrt[3]{16} = c$ $\quad \log_4 8 = c$ $\quad lg\ \sqrt{0,00001} = c$ $\quad \log_{16} 8 = c$

$\log_{27} 81 = c$ $\quad \log_8 128 = c$ $\quad \log_{32} \frac{1}{8} = c$ $\quad \log_{125} \sqrt[7]{25} = c$

$\log_{343} \frac{1}{\sqrt[3]{49}} = c$ $\quad \log_{\sqrt[4]{3}} \sqrt[3]{9} = c$ $\quad \log_{\sqrt{5}} \sqrt[5]{125} = c$ $\quad \log_{\frac{1}{\sqrt[4]{5}}} \sqrt[5]{25} = c$

13. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben az a értékét!

$\log_a 32 = 5$	$\log_a 3 = 0$	$\log_a 16 = 2$	$\log_a 27 = 3$
$\log_a 5 = -1$	$\log_a(-2) = 1$	$\log_a 8 = 3$	$\log_a 15 = 1$
$\log_a 64 = 2$	$\log_a 1\,000\,000 = 6$	$\log_a 7 = 0,5$	$\log_a 3 = -\frac{1}{2}$
$\log_a 10000 = 2$	$\log_a 64 = -3$	$\log_a 10 = \frac{1}{3}$	$\log_a \frac{1}{25} = -2$
$\log_a 5 = 0,5$	$\log_a 25 = 2$	$\log_a 1\,000\,000 = 2$	$\log_a 12 = 5$

14. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben az a értékét!

$\log_a \frac{9}{4} = -2$	$\log_a 0,0001 = -2$	$\log_{\sqrt{a}} 7 = 6$	$\log_a 9 = -\frac{2}{3}$
$\log_a 6 = 7$	$\log_a 16 = \frac{4}{3}$	$\log_a 0,5 = -0,2$	$\log_a \frac{81}{16} = -\frac{4}{3}$
$\log_a 25 = -\frac{3}{2}$	$\log_a 8 = -\frac{3}{4}$	$\log_a \sqrt[3]{3} = \frac{1}{6}$	$\log_a 0,25 = 2$
$\log_a \sqrt{3} = 0,5$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{a}}} 11 = -3$	$\log_a \sqrt[4]{8} = 0,25$	$\log_a \sqrt{27} = -\frac{3}{4}$
$\log_a 27 = -0,6$	$\log_a 0,25 = -2$	$\log_a \sqrt[4]{2} = 0,25$	$\log_{\sqrt{a}} 9 = 4$

15. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben az a értékét!

$\log_a(-7) = 2$	$\log_a \frac{1}{125} = 3$	$\log_a \frac{1}{9} = -1$	$\log_a 1 = 0$
$\log_a 81 = 4$	$\log_a \frac{49}{25} = -2$	$\log_a 10\,000 = 4$	$\log_a 6 = -1$
$\log_a 8 = 2$	$\log_a 1\,000\,000 = 3$	$\log_a 25 = -2$	$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{243} = 5$
$\log_a 4 = -1$	$\log_a \sqrt{5} = 0,5$	$\log_a 2 = 3$	$\log_a 9 = 2$
$\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{4}$	$\log_a 6 = 2$	$\log_a 64 = -\frac{1}{6}$	$\log_{\frac{1}{a}} 343 = -3$

16. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a b értékét!

$\log_2 b = 8$	$\log_9 b = \frac{1}{2}$	$\log_{\frac{1}{7}} b = -2$	$\log_9 b = 0$
$\log_5 b = 1$	$\log_{\frac{1}{2}} b = -1$	$\log_0 b = 4$	$lg\ b = -3$
$\log_5 b = 4$	$\log_3 b = 2$	$\log_6 b = 3$	$\log_7 b = 2$
$\log_{\sqrt{5}} b = 4$	$\log_{49} b = 0,5$	$\log_{16} b = -0,25$	$\log_{125} b = \frac{1}{3}$
$\log_{\frac{2}{3}} b = -2$	$\log_8 b = -\frac{2}{3}$	$\log_4 b = -\frac{5}{2}$	$\log_{27} b = -\frac{5}{3}$

17. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a b értékét!

$lg\ b = 0$	$\log_8 b = 2$	$\log_3 b = -1$	$\log_{13} b = 1$
$\log_4 b = -2$	$lg\ b = -2$	$\log_{\frac{1}{5}} b = 2$	$\log_2 b = 6$
$\log_5 b = 3$	$\log_2 b = 4$	$\lg b = -\frac{1}{2}$	$\log_{125} b = \frac{4}{3}$
$\log_{81} b = \frac{1}{4}$	$\log_{121} b = 0$	$\log_{\sqrt{3}} b = -6$	$\log_{\sqrt[5]{13}} b = 10$
$\log_{\sqrt{5}} b = -1$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} b = \frac{1}{2}$	$\log_{\frac{1}{8}} b = \frac{2}{3}$	$\log_{\frac{1}{32}} b = -\frac{3}{5}$

18. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a b értékét!

$\log_{\sqrt{5}} b = 0,01$	$\log_{\sqrt[3]{11}} b = 6$	$\log_{100} b = -\frac{1}{2}$	$\log_8 b = \frac{2}{3}$
$lg\ b = -\frac{2}{5}$	$\log_{64} b = -\frac{7}{6}$	$\log_{625} b = -\frac{1}{4}$	$\log_{\frac{1}{16}} b = \frac{3}{2}$
$\log_4 b = 1,5$	$lg\ b = 0,3010$	$\log_{27} b = -\frac{2}{3}$	$\log_{1000} b = -\frac{5}{3}$
$\log_{\frac{3}{7}} b = -\frac{1}{2}$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} b = -\frac{1}{2}$	$\log_{0,25} b = -\frac{5}{2}$	$\log_{0,125} b = 0,5$
$\log_8 b = \frac{3}{2}$	$\log_{\frac{1}{8}} b = \frac{5}{3}$	$\log_{0,2} b = -4$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} b = -2$

19. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben az a, b, c értékét!

$\log_a \frac{1}{7} = -1$	$\log_a 4 = \frac{1}{2}$	$\log_a 8 = \frac{3}{2}$	$\log_a 27 = -\frac{3}{4}$
$\log_a 10^{-6} = -3$	$\log_a 6 = -1$	$\log_a 36 = 2$	$\log_a 25 = -2$
$\log_5 b = -2$	$\log_{\sqrt{3}} b = 6$	$\log_{0,5} b = -3$	$\log_4 b = 0,5$
$\log_2 b = -5$	$\log_4 b = 3$	$\log_{1,75} b = 1$	$\log_{0,5} b = 2$
$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = c$	$\log_7 49^{-0,5} = c$	$\lg \sqrt[3]{0,01} = c$	$\log_2 0,5 = c$

20. (K) Mennyi a $\frac{B}{A}$ tört értéke, ha $A = \log_3 \sqrt[3]{9}$ és $B = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$?

21. (K) Tudjuk, hogy $\log_3 a = 18$. Mennyi a $\log_{27} a$ értéke?

22. (K) Ha $p = \frac{1}{4}$, akkor mennyi $-p \cdot \log_2 p$ értéke?

23. (K) Tudjuk, hogy $\log_b a^3 = 2$. Mennyi $\log_a b^3$ értéke?

24. (K) Adott két szám, melyre teljesül, hogy $\log_2|a| > \log_2|b|$. Igaz – e, hogy $a > b$?

25. (K) Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

$\log_3 \frac{1}{27}$ $\quad \log_{25} 5$ $\quad \log_{\sqrt{2}} 8$ $\quad \log_{27} \frac{1}{3}$ $\quad \log_2 0,125$ $\quad \log_5 \sqrt{125}$

26. (K) Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

$\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right)$ $\quad \left(\frac{1}{4}\right)^{-\sin\frac{\pi}{6}}$ $\quad \log_5 \sqrt[4]{125}$ $\quad \log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{8}}$ $\quad \log_2 \sqrt[3]{4}$

27. (K) Rendezd csökkenő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

$\sin 240°$ $\quad \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $\quad \log_3 \frac{9}{\sqrt{3}}$ $\quad \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ $\quad \log_{128} 2$

28. (K) Rendezd csökkenő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

$\frac{1}{3\cdot\sqrt{2}}\cdot \sin\frac{2015\pi}{4}$ $\quad \log_2 \frac{1}{4}$ $\quad 27^{-\frac{2}{3}}$ $\quad \frac{3^{-2}}{3^{-5}}$ $\quad \log_2 \sqrt[3]{4}$ $\quad \frac{1}{4}+\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

29. (K) Számítsd ki a következő kifejezések értékét!

$\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3}+\log_5 1+lg\sqrt[3]{100}$

$\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{3}-\log_{32} 4-\log_2 2$

$\log_2 \sqrt[7]{64}+\log_{0,25}\sqrt{8}-\log_2 \frac{1}{4}$

$\log_{81} \frac{1}{3}-\log_{\sqrt{2}} 8+\log_{\frac{1}{5}} 125$

$\log_{\frac{1}{2}} 4-\log_{\sqrt[3]{16}} 2+\log_4 \sqrt{2}$

$\log_3 \frac{1}{9}+\log_{49} \frac{1}{\sqrt{7}}-\log_{\frac{1}{32}} 8$

$\log_2 8+\log_{\frac{1}{2}} 4-\log_{125} 5+\log_2 \frac{4\cdot 2^3\cdot 16}{64^2}$

$\log_7 \frac{1}{\sqrt{7}}-\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8}-lg\, 1+\log_3 \frac{1}{27}$

30. (K) Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igaz vagy hamis!

A: $\log_{11}\sqrt[3]{121}=\frac{2}{3}$ $\quad$ B: $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 32=-4$ $\quad$ C: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{\sqrt{27}}=\frac{3}{2}$ $\quad$ D: $\log_8 16=2$

E: $\log_4 64=3$ $\quad$ F: $\log_7 \frac{1}{49}=-7$ $\quad$ G: $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{125}=-6$ $\quad$ H: $lg\, 0,0001=4$

31. (K) Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igaz vagy hamis!

A: Ha $2^{\frac{1}{a}}=7$, akkor $2^{\frac{2}{a}}=49$.

B: Ha $\log_4 x=-2$, akkor $x^{-\frac{1}{2}}=2$.

C: Ha $\log_a x=-3$, akkor $a=\sqrt[3]{x}$.

D: Ha $\sqrt[5]{x^2}=y$, akkor $\log_x y=\frac{2}{5}$.

E: Ha $\log_{17} 23=a$, akkor $23^{\frac{1}{a}}=17$.

F: Ha $\log_8 a=b$, akkor $\log_2 a=3b$.

32. (K) Határozd meg a következő kifejezések helyettesítési értékét!

a) $\log_2\left(\frac{2a-1}{a-1}-\frac{2a+3}{a+1}\right)$, ahol $a=3$

b) $\log_4\left(2-\frac{2a-1}{a-1}\right)$, ahol $a=-3$

c) $\log_2\left(\frac{a+3}{a-1}+\frac{5-a}{a}\right)$, ahol $a=\frac{1}{2}$

d) $\log_6\left(\frac{a+2}{a-1}+\frac{6-a}{a}\right)$, ahol $a=2$

e) $\log_{0,1}\left[\left(\frac{4a}{2a-5}-2\right)\cdot\frac{4a^2-25}{5}\right]$, ahol $a=0$

f) $lg\left[\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}\right):\frac{2a}{a^2-b^2}\right]$, ahol $a=5$ és $b=2$

33. (K) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét! $(a>0, a\neq 1)$

$\log_a \sqrt[3]{a}=c$	$\log_a \sqrt[11]{a^{20}}=c$	$\log_a a^3=c$	$\log_{a^{17}} a=c$
$\log_{\frac{1}{a}} a^4=c$	$\log_a \frac{1}{\sqrt[3]{a^5}}=c$	$\log_a \frac{1}{a}=c$	$\log_a \sqrt[5]{a^2}=c$
$\log_a 1=c$	$\log_a \frac{1}{\sqrt{a}}=c$	$\log_a \sqrt[7]{a^{-2}}=c$	$\log_a \frac{1}{\sqrt[5]{a^{\frac{3}{8}}}}=c$

34. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét! $(a>0, a\neq 1)$

$\log_a \frac{\sqrt[4]{a^3}}{a}$	$\log_a \frac{(a^2)^3\cdot(a^{-4})^5\cdot a^{16}}{a^2}$	$\log_a \frac{\sqrt{a^3}\cdot a^{\frac{1}{2}}\cdot(a^2)^3}{a^{-1}}$
$\log_a \frac{a^2}{\sqrt{a}}$	$\log_a\left(a^{-2}\cdot\sqrt[6]{a^5}\right)$	$\log_a \frac{a^{-2}\cdot(a^{-1})^{-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{a}}{(a^{-3})^2\cdot a^{\frac{3}{2}}}$
$\log_a \frac{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a}}{\sqrt[6]{a}}$	$\log_a \frac{a^{-1}\cdot\sqrt[3]{a^{-2}}}{\sqrt[6]{a^{-1}}\cdot\sqrt{a^{-3}}}$	$\log_a \frac{a^{-4}\cdot a^{\frac{5}{3}}\cdot\sqrt[4]{a^3}}{a^{-12}\cdot a^8\cdot\sqrt[12]{a^{25}}}$
$\log_a \frac{1}{\sqrt[5]{a^2}}$	$\log_a \frac{(a^2)^3\cdot(a^{-4})^5\cdot a^6}{a^{-11}}$	$\log_a \frac{\sqrt{a^3}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot(a^4)^5}{a^6}$

35. (E) Határozd meg a következő kifejezésekben a c értékét! $(a > 0, a \neq 1)$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{a}}} a^{\frac{2}{3}} = c$ $\quad$ $\log_{a^3} \sqrt[3]{a^2} = c$ $\quad$ $\log_{a^5} \frac{1}{\sqrt[5]{a}} = c$ $\quad$ $lg\ e = c$

$\log_{a^6} \frac{1}{\sqrt[7]{a}} = c$ $\quad$ $\log_{\frac{1}{\sqrt{a}}} a^{\frac{3}{2}} = c$ $\quad$ $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a} = c$ $\quad$ $\log_{\sqrt{a}} \frac{1}{\sqrt[3]{a}} = c$

$\log_{a^2} \frac{1}{a} = c$ $\quad$ $\log_{a^3} \sqrt[3]{a} = c$ $\quad$ $\log_{\frac{1}{a}} a^2 = c$ $\quad$ $\log_{\sqrt{a}} a^6 = c$

$ln\ 1 = c$ $\quad$ $\ln 123 = c$ $\quad$ $\ln e^{-3} = c$ $\quad$ $\ln 1,6487 = c$

36. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét! $(a, b, d > 0, a \neq 1)$

$\log_{\frac{1}{\sqrt[4]{a}}} a^{\frac{2}{3}}$ $\quad$ $\log_a \sqrt{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^4 \cdot \sqrt[5]{a^6}}}$ $\quad$ $\log_a \left(a^{-1} \cdot \sqrt[4]{a \cdot \sqrt{a^{-1}}}\right)$

$\log_a \frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a^5}}}}{\sqrt{a^3 \cdot \sqrt[4]{a^5}}}$ $\quad$ $\log_a \left(\sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}} \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{a}}\right)$ $\quad$ $\log_a \frac{\sqrt[4]{a \cdot \sqrt[3]{a^2}} \cdot \sqrt[7]{a^{10} \cdot \sqrt{a}}}{\sqrt{a^5 \cdot \sqrt[3]{a}}}$

$\log_a \sqrt{\frac{a^7}{b} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^8}{a^5}}}}$ $\quad$ $\log_a \sqrt{\frac{a}{d} \cdot \sqrt[3]{\frac{d}{a} \cdot \sqrt[4]{\frac{d^8}{a^5}}}}$ $\quad$ $\log_a \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^{-1} \cdot b^{-1}}}}}$

$\ln \frac{e^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{e} \cdot \sqrt[3]{e^2} \cdot e^2}{\sqrt[6]{e^5} \cdot e^{-1}}$ $\quad$ $\log_a \left[\left(\frac{a+2}{a-1} + \frac{a-2}{a+1}\right) : \frac{2 \cdot (a^2+2)}{a \cdot (a^2-1)}\right]$ $\quad$ $\log_a \left[\left(3 - \frac{3a-2}{a+1}\right) \cdot \frac{a^2+a}{5}\right]$

37. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\log_5(x-2)$ $\quad$ $\log_3(7x+23)$ $\quad$ $\lg(4x-32)$

$\log_5(x-2)+1$ $\quad$ $\log_{x+3}(5-x)$ $\quad$ $\log_x(5-2x)$

$\log_x(4x-3)$ $\quad$ $\log_{x-1} 3x-6$ $\quad$ $\log_{x-4}(1-4x)$

$\log_8 x^4$ $\quad$ $\log_{14}(-x)$ $\quad$ $\log_{20}(-x^2)$

$\log_{3x+5}(4x+9)$ $\quad$ $-\log_{\frac{1}{2}}(x+3)-2$ $\quad$ $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)-3$

$\log_9 8x-7$ $\quad$ $\log_{2-x} x+1$ $\quad$ $lg\ (5x-18)$

38. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\log_3(2x+5)$	$\log_4(2x-7)$	$\log_{x-1}(1-5x)$
$\log_{14}(65-13x)$	$\log_2(x-3)+1$	$\log_{x-1}(5-2x)$
$\log_2(x+2)$	$\log_{2x-5}(36-10x)$	$\log_x(7x-3)$
$\log_4(8x-11)$	$\log_3(x-4)$	$\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+3$
$\log_3(2x-3)$	$-\log_{\frac{1}{3}}(x+1)-2$	$\log_{x-3}(7-x)$
$\log_2(2x-5)$	$\log_3(3x+7)$	$\log_4 6x+12$

39. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\log_7(x+2)-\log_7 x$	$\log_4(5x-1)+\log_4(2-x)$
$\log_3(2x-3)+\log_3(x-1)$	$\log_5(4x-1)-\log_5(3x+2)$
$\lg(x+1)+3\cdot\lg(x+4)$	$\log_8(6x-5)-\log_7(5x-6)$
$\log_4(4-5x)-\log_5(7x+5)$	$\log_x(4x+5)+\log_{x+3}(1-3x)$
$\log_{15}(x-4)-\log_{21}(21-3x)$	$\log_4(8x-11)+\log_3(4x+1)$
$\log_5(4-5x)-\log_5(2x+3)$	$\log_2(2x-3)+\log_3(4x+1)$
$\lg(2x+6)+\lg(5-x)$	$\lg(4x-14)+\lg(6-x)$
$\log_\pi(x-2)-\log_{11}(4x-7)+lg\,(3x-8)$	$\log_{\frac{1}{7}}(8-x)-2\cdot\log_{0,1}(2x-14)$

40. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\log_3\frac{x-4}{3-x}$	$\log_2\frac{x}{x+1}$	$\lg\frac{x-3}{x+1}$	$\log_5\frac{x+3}{4x-1}$
$\log_3\frac{x}{3-x}$	$\log_7\frac{4-5x}{7x+5}$	$\log_5\frac{4x-1}{3x+2}$	$\lg\frac{4x-6}{3x+1}$
$\log_{13}\frac{6-x}{4x+14}$	$\lg\frac{-3}{x-19}$	$\log_6\frac{5x+1}{2-3x}$	$\log_{13}\frac{5x+12}{7x+49}$
$\frac{\lg(3x+5)}{x-1}$	$\lg\frac{x-3}{3x-2}$	$\lg\frac{5x-10}{3-x}$	$\frac{\lg(2x-6)}{5x-25}$

41. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\lg(1-|x|)$

$\lg(|x|-3)$

$\lg(|4x|-16)$

$\log_{13}|11x-26|$

$\lg(10-2\cdot|x+1|)$

$\lg(|x|-3)+\lg(3x-18)$

$\log_{x-1}(17x-2)-\log_{\sqrt{x}}(6-2x)$

$\log_4|7x+12|$

$\log_2(|x|-22)$

$\log_5(3\cdot|x|-12)$

$\lg(|x|-2)\cdot\lg(x+5)$

$\lg(|x|-2)\cdot\lg(3x+2)$

$\lg(3-|x|)-\lg(2x+3)$

$\lg(|x-1|-2)+2\cdot\lg(4x-3)$

42. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\lg(x^2+x-2)$

$\log_{12}(12+x-x^2)$

$\lg(2x^2-8)$

$\log_x(x^2-11x+24)$

$\lg(-x^2+9x-14)$

$\log_5(x^2-4x+3)$

$\log_3(-4x^2+48x-135)$

$\log_2(x^2-2x-35)$

$\lg(25-x^2)$

$\lg(x^2-2x-8)$

$\log_3(x^2-8x+7)$

$\lg(-x^2+17x-52)$

$\log_9(2x^2+x-15)$

$\log_{13}(-3x^2-11x+4)$

$\lg(-2x^2+65x-32)$

$\lg(-x^2+10x-16)$

43. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\lg(x^2-9)+\log_9(1-3x)$

$\lg(x^2-7x+12)-\lg(2x-7)$

$\log_2(-x^2+4x-3)-2\cdot\log_2(x-1)$

$\lg(3x^2-16x+5)\cdot\lg(7x+5)$

$\lg(x^2-x-6)+\log_{\frac{1}{2}}(9-x^2)$

$\lg(12x^2+5x-3)\cdot\lg(x^2+2x)$

44. (K) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\lg\sqrt{x^2}$ $\quad$ $\log_3\sqrt{2x-4}$ $\quad$ $\frac{\lg(|x|-5)}{x+10}$ $\quad$ $\lg(x^2-16)+\lg\frac{x+3}{2x-1}$

45. (E) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\log_2(5-|x|)\cdot\log_2(x^2-16)$

$\lg(2\cdot|x|-1)\cdot\lg(x^2-x)$

$\frac{\lg(x^2-8x+12)}{x^2-16}$

$\frac{\lg(2\cdot|x|-14)}{x^2-100}$

$\frac{\log_3(-x^2-4x+5)}{|x+3|-2}$

$\frac{\log_2(x^2-9x)}{-x^2+9x+10}$

$\frac{\lg(x^2-49)}{\lg(5-x)}$

$\log_{\sqrt{2}}(x^2-8x+12)-\log_{x-10}\frac{1}{x-7}$

$\lg\sqrt{x^2-6x+5}$

$\frac{\sqrt[3]{x}}{\log_{0,5}x}$

$\log_\pi\frac{-x^2-2x+15}{2x^2+5x+13}$

$\log_3\frac{(x^2-4x+3)\cdot(x+3)}{x^2-9}$

$\lg\frac{x^2-49}{5-x}$

$\frac{\lg(x^2-10x)}{\lg(-x^2+7x-10)}$

$\frac{\lg(x^2-3x-10)}{x^2+3x-18}$

$\lg\frac{x^2-10x}{-x^2+7x-10}$

46. (E) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$\log_{x^2-5x+6}\frac{\sqrt[4]{-3x^2+12x+15}}{x}$

$\lg(-x^4+5x^2-4)$

$\lg(x^4-5x^2+4)+\lg(x^2-5x+4)$

$\sqrt{2-x}+lg\ \frac{6+x-x^2}{x+5}$

$\frac{1}{\lg(x^4-13x^2+36)}+\lg(x^2-13x+36)$

$\frac{\lg(x^2-25)}{\lg(x^2-7x+10)-\lg(-x^2+13x-36)}$

$\lg\left[\left(\frac{2}{1-x^2}+\frac{x+2}{x-1}\right)\cdot\frac{x^2-1}{x^2+6x+9}-\frac{1}{2}\right]$

$\frac{\sqrt{x^2-8x+15}}{\lg(2x-4)+\lg(6-x)}$

$\lg\left(\frac{5}{2\sqrt{x}-1}+\frac{8}{2\sqrt{x}+1}+\frac{7+16\sqrt{x}}{1-4x}\right)+\lg\left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}\right)-\lg(10-8\sqrt{x})$

47. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$2^{\log_2 11}$	$3^{\log_3(-2)}$	$7^{\log_7 \pi}$	$9^{\log_9 \sqrt{2}}$
$10^{\lg 11}$	$4^{\log_4 41}$	$0,2^{\log_{0,2} 0,04}$	$18^{\log_{18} 9}$
$12^{\log_{12} 0,32}$	$13^{\log_{13} 0,12}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{1,5} 7}$	$0,25^{\log_{\frac{1}{4}} 1}$
$(-5)^{\log_{(-5)} 8}$	$14^{\log_{14} 5}$	$10^{\frac{1}{2}\cdot \lg 4}$	$9^{-\log_9 5}$
$8^{2\cdot \log_8 5}$	$10^{-lg\, 5}$	$7^{2\cdot \log_7 3}$	$5^{-\log_5 4}$

48. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$243^{\log_3 2}$	$7^{\log_{343} 16}$	$27^{\log_3 4}$	$25^{\log_5 3}$
$81^{\log_9 7}$	$16^{\log_2 3}$	$100^{lg\sqrt{10}}$	$11^{\log_{\frac{1}{11}} 3}$
$\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 5}$	$9^{\log_3 5}$	$2^{\log_{0,5}\frac{1}{13}}$	$4^{\log_2 \frac{1}{3}}$
$121^{\log_{11}\sqrt{7}}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 10}$	$1024^{\log_4 5}$	$144^{\log_{12} 7}$
$2^{\log_8 27}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{\log_8 3}$	$11^{\log_{121} 9}$	$125^{\log_5 4}$

49. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$36^{\log_6 2}$	$8^{\log_2 3}$	$3^{\log_9 25}$	$5^{\log_{125} 27}$
$2^{\log_4 5}$	$7^{\log_{49} 16}$	$4^{\log_{64} 7}$	$0,1^{lg\, 17}$
$3^{\log_{27} 125}$	$64^{\log_{\sqrt{2}} 2}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{\log_2 5}$	$16^{\log_4 2}$
$\sqrt{7}^{\log_{49} 2}$	$10^{\log_{100} 36}$	$2^{\log_{\sqrt{2}} 5}$	$81^{\log_3 2}$
$4^{\log_{16} 6}$	$6^{\log_{36} 16}$	$7^{\log_{\frac{1}{7}} 5}$	$49^{\log_7 2}$

50. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 0{,}1}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_9 25}$ $5^{\log_{25} 64}$ $\left(\frac{1}{1000}\right)^{lg\, 5}$

$243^{\log_{\sqrt{3}} 2}$ $32^{\log_{\sqrt{2}} 3}$ $49^{\log_{\sqrt{7}} 2}$ $27^{\log_{1\frac{1}{3}} \frac{1}{8}}$

$\left(\frac{1}{49}\right)^{\log_7 5}$ $0,5^{\log_8 125}$ $8^{\log_4 25}$ $16^{\log_8 27}$

$\sqrt[3]{5}^{\log_5 256}$ $\left(3^{2\cdot\log_9 5}\right)^2$ $36^{3\cdot\log_6 2}$ $\sqrt{3}^{\log_4 2}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{\log_4 81}$ $\left(\frac{1}{7}\right)^{\log_7 3}$ $0,01^{lg\, 0{,}5}$ $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\sqrt{3}} 5}$

51. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$7^{\log_7 8-\log_7 2}$ $3^{2-\log_3 6}$ $8^{\log_8 5-1}$ $10^{lg\, 2+lg\, 3}$

$6^{\log_6 24-\log_6 4}$ $5^{\log_5 2+\log_5 7}$ $10^{lg\, 1-3}$ $3^{\log_3 8+\log_3 5-\log_3 4}$

$8^{1-\log_8 24}$ $2^{4-\log_2 3}$ $11^{\log_{11} 24-\log_{11} 36}$ $5^{3-\log_5 4}$

$3^{\log_3 30-\log_3 20}$ $15^{\log_{15} 0{,}21+\log_{15} 5}$ $7^{2+\log_7 3}$ $10^{1+lg\, 5}$

$3^{4+2\cdot\log_3 5}$ $17^{1+\frac{1}{2}\cdot\log_{17} 25}$ $12^{2-\frac{2}{3}\cdot\log_{12} 216}$ $5^{2\cdot\log_5 3+3\cdot\log_5 2}$

52. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$4^{1+\log_2 3}$ $2^{3-\log_4 25}$ $\left(\frac{1}{7}\right)^{1-\log_7 6}$ $\left(\sqrt{13}\right)^{4-\log_{13} 100}$

$4^{\log_4 3-\log_{16} 36}$ $3^{2+\log_{27} 4}$ $16^{1-\log_2 5}$ $100^{1-lg\, 2{,}5}$

$16^{\log_4 5-\log_{\sqrt{2}} 3}$ $9^{2-\log_3 2}$ $3^{\log_9 16-\log_{27} 8}$ $8^{\log_{\sqrt{8}} 5+\log_{64} 9}$

$49^{\log_{\sqrt{7}} 3+\log_7 2}$ $25^{2+\log_5 3-\log_{125} 4}$ $5^{1+\log_{25} 4-\log_{\frac{1}{5}} 3}$ $100^{\frac{1}{2}-\lg \sqrt[4]{4}}$

$\left(\sqrt{2}\right)^{3-\log_2 5}$ $36^{-1+\log_6 12}$ $8^{\log_2 6-2}$ $5^{\log_{25} 16-1}$

53. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$4^{3-\log_2 5}$ $\quad 7^{1-\log_{49} 25}$ $\quad 100^{lg\,2+lg\,3}$ $\quad 8^{\log_4 3-\log_2 3}$

$25^{\log_5 2+1}$ $\quad 7^{\log_7 5+\log_{49} 16}$ $\quad 16^{\log_4 3-\log_2 3}$ $\quad 4^{\log_{16} 36-\log_2 9}$

$3^{3-\log_9 49}$ $\quad 5^{1+\log_{25} 7}$ $\quad \left(\sqrt{2}\right)^{1-\log_2 5}$ $\quad 25^{1-\log_5 3}$

$9^{\log_{\frac{1}{3}} 2-\log_{\sqrt{3}} 4}$ $\quad 13^{\log_{\sqrt{13}} 3+\log_{13} 2}$ $\quad \left(\sqrt{10}\right)^{2+lg\,25}$ $\quad 7^{\log_{\sqrt{7}} 5+\log_{49} 9}$

$4^{\log_4 3+\log_2 9}$ $\quad 8^{\log_{64} 9-\log_{\sqrt{8}} 5}$ $\quad 25^{\log_5 10-1}$ $\quad \left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2}$

54. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$0,01^{3-3\cdot\lg 100}$ $\quad 5^{\frac{1}{3}\cdot\log_5 27+\log_{25} 9}$ $\quad 19^{1+\frac{1}{2}\cdot\log_{19} 36}$ $\quad \left(10^{2+\lg 4}\right)^{-\frac{1}{2}}$

$5^{3\cdot\log_{25} 9-2\cdot\log_5 4}$ $\quad 3^{1+3\cdot\log_9 4}$ $\quad 0,01^{2-4\cdot\lg 2}$ $\quad 5^{6\cdot\log_{125} 2+\log_{25} 16}$

$2^{\log_8 27-3\cdot\log_{64} 9}$ $\quad 100^{\frac{1}{2}\cdot\lg 2+1}$ $\quad 9^{\frac{1}{3}\cdot\log_9 27+\log_{81} 49}$ $\quad \left(\sqrt{10}\right)^{4\cdot\lg 8-\lg 9}$

$49^{\log_7 2+\log_{\sqrt{7}} 4-\frac{1}{2}\cdot\log_{49} 64}$ $\quad 5^{\log_{\sqrt{5}} 4-\log_5 2+2\cdot\log_{25} 3}$

55. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$3^2\cdot 3^{\log_9 4}$ $\quad 2^4\cdot 2^{\log_2 3-2}$ $\quad 27^{\frac{1}{3}}\cdot 9^{1+\log_3 2}$

$10\cdot 100^{\frac{1}{2}\cdot\lg 9-\lg 2}$ $\quad 0,1\cdot 0,1^{lg\,0,1-2}$ $\quad 5^2\cdot 5^{\log_{25} 36-1}$

$\sqrt{7}\cdot\left(23^{\log_{529} 7}+2^{1+\log_4 7}\right)$ $\quad 5\cdot 5^{1-\log_5 10}$ $\quad \frac{10^{\lg 5}\cdot 25^{\log_5 3}}{7^{\log_{49} 36}}$

56. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét! $(1<k)$

$\sqrt{10^{4+lg\,25}}$ $\quad \sqrt[3]{5^{6-\log_5 27}}$ $\quad \sqrt{5^{4+\log_5 4}}$ $\quad \sqrt[3]{4^{3-\log_2 8}}$

$\sqrt[3]{10^{3+lg\,27}}$ $\quad \sqrt[5]{3^{2\cdot\log_9 5}}$ $\quad \sqrt[3]{10^{6-lg\,27}}$ $\quad \sqrt[5]{2^{\log_2 3+2}}$

$\sqrt[6]{6^{4+\log_6 36}}$ $\quad \sqrt{5^{2+\log_5 25}}$ $\quad \sqrt[3]{8^{2-\log_2 8}}$ $\quad \sqrt{3^{3+\log_3 27}}$

$\sqrt[3]{10^{\lg 8+3}}$ $\quad \sqrt{k^{6+\log_k 64}}$ $\quad \sqrt[3]{k^{9-\log_k 8}}$ $\quad \sqrt[3]{k^{6-\log_k 64}}$

57. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$26^{1-\log_3 3}+4^{-\log_4 5}$

$10^{-\lg 2}+2^{2+\log_4 9}$

$10^{\log_{\sqrt{10}} 6-lg\,12}+8^{\log_2 3-\log_8 9}$

$0,001^{lg\frac{1}{27}}+12^{\log_{144} 64}-2^{3+\log_8 125}$

$3^{\log_{\frac{1}{9}} 36-4\cdot\log_3 2+\log_{\sqrt{27}} 64}$

$4^{2+\log_{16} 9}+36^{1-\log_6 2}+10^{-\lg 2}$

$49^{1+\log_{\sqrt{7}} 2}+16^{2-\log_2 3}-\frac{2}{10^{-\lg 3}}$

$10^{-\lg 2}+3^{\log_9 16}-9^{\log_3 2}$

$17^{\log_{\sqrt{17}} 3}+17^{\log_{289} 16}-289^{\log_{\sqrt{17}}\sqrt{3}}$

$3^{2+\log_9 25}+25^{1-\log_5 2}+10^{-lg\,4}$

$5^{\log_{\frac{1}{5}} 10+1}-4^{\log_{64} 27}+\log_{\frac{1}{9}} 3$

$36^{\log_6 5}+10^{1-\lg 2}-3^{\log_9 36}$

58. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$27^{\log_{\sqrt{3}} 2}\cdot\left(\sqrt{5}\right)^{\log_{25}\sqrt{2}}-30\cdot\log_{\sqrt{2}-1}\left(\sqrt{2}+1\right)$

$\log_2 32!+8^{\log_2 5}$

$3^{\log_3\left[2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]}+\left(e^{ln\,23}-e^{ln\,5}\right)^2$

$125^{\log_5 2}!:7^{\log_{49} 25}$

59. (E) Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket! ($a>0$; $b>1$)

$5^{1+\log_{25} a}$ $\quad 4^{3-\log_2 a}$ $\quad \sqrt{a^{4+\log_a 36}}$ $\quad \sqrt[3]{a^{6-\log_a 8}}$ $\quad a^{2-\log_{a^3} 27}$ $\quad b^{\frac{\lg(\lg b)}{\lg b}}$

60. (K) Hozd egyszerűbb alakra az $a^{2-\log_{a^2} b}$ kifejezést, majd határozd meg a helyettesítési értékét, ha $a=2$ és $b=16$!

61. (K) Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

A: $100^{\lg 2}$

B: $\left(tg\,\frac{\pi}{3}\right)^{-2}$

C: $\log_{11}\left(\frac{\sqrt{11}}{\sqrt[4]{11}}\right)$

D: $13^{\log_8 1}$

E: $3^{-\log_3 7}$

F: $\log_3 81$

62. (K) Rendezd csökkenő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

A: $4^{-\frac{1}{2}}$ **B:** $\sqrt[5]{-32}$ **C:** $\log_{25}\frac{1}{5}$

D: $\log_6\sqrt[3]{6}$ **E:** $5^{1-\log_5 8}$ **F:** $9^{\sin\frac{\pi}{6}}$

63. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\log_2(\lg 100)$ $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(\log_5 125)$ $\log_2[\log_3(\log_4 64)]$

$lg\left(25^{\log_5 2}\cdot 0,25\right)$ $\log_{\frac{1}{2}}(\log_5 625)$ $\log_9\left(4^{\log_{16}25}-\log_3 9\right)$

$\log_2(\log_3 9)$ $\log_3[\log_4(\log_5 625)]$ $\log_4\left[\left(\log_2\frac{1}{16}\right)^2\right]$

$lg\left[lg\left(lg\,10^{(10^{10})}\right)\right]$ $\log_5[\log_3(\log_{11}11^3)]$ $\log_5\left[\log_2\left(\log_6\sqrt[32]{6}\right)\right]$

$\log_{64}(\log_2 16\cdot\log_5 25)$ $\lg\left(25^{\log_5 2}\cdot 4^{\log_2 5}\right)$ $\log_9\left(4^{\log_{16}25}-7^{\log_{49}16}\right)$

$\log_2(\log_4 4^4)$ $\log_3\left(\log_3\sqrt[3]{3}\right)$ $\log_5\left[\log_5\left(\log_5 5^5\right)\right]$

64. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\log_2\left(\log_2\sqrt[4]{2}\right)$ $-\log_3\left(\log_3\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}\right)$

$-\log_2\left(\log_2\sqrt{\sqrt[4]{2}}\right)$ $-\log_2\left(\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}\right)$

65. (E) Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezést: $\log_{\frac{1}{5}}\left(\log_5\sqrt[5^n]{\sqrt[5^{n-1}]{\ldots\sqrt[25]{\sqrt[5]{5}}}}\right)$**, ha** $n\geq 2, n\in\mathbb{N}$**!**

66. (E) Határozd meg a p paraméter értékét úgy, hogy az alábbi A, B, C mennyiségek közül valamelyik a másik kettő mértani közepe legyen!

$$A = \left(\frac{64^{\frac{3}{2}} - 64^{\frac{2}{3}}}{31}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad B = \{-\log_8[\log_4(\log_3 9)]\}^{-1} \qquad C = \log_8(-p^2 - 4p + 60)$$

67. (K) Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

A: $\log_2[\log_2(\log_2 16)]$ B: $3^{\log_3 57}$ C: $\log_3\sqrt{27} + \log_{\sqrt{27}} 3$

D: $8^{-\frac{2}{3}} + \log_4\frac{1}{8} + 7^{\log_7 3}$ E: $10^{1-\log_{100} 1024}$ F: $16^{\log_{\sqrt{2}} 2} + 3^{\log_9 625}$

68. (E) Rendezd csökkenő sorrendbe az alábbi kifejezéseket!

A: $\log_{125}\frac{5^{-2}+5^{-3}}{5^{-4}+5^{-5}}$ B: $\log_5\left(\log_7\sqrt[5]{7}\right) - \log_{\frac{1}{5}}\left(\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{\sqrt[5]{7}}\right)$ C: $\log_{16}\left(\sqrt[36]{8}\cdot\frac{\sqrt[3]{4^{\frac{5}{2}}}}{\sqrt{\sqrt{2^3}}}\right)$

D: $\left(\frac{64^{1,5}-64^{\frac{2}{3}}}{62}\right)^{-\frac{1}{3}}$ E: $3^{\log_9 25} + 3^{\log_{27} 64}\cdot\frac{1}{3^{\log_{\sqrt{3}} 2}}$ F: $\log_{20}\sqrt[3]{10^{3+lg\,8}}$

69. (E) Melyik kifejezés a nagyobb?

$\left(16^{\log_2 3}\right)^{15}$ vagy $4^{15}\cdot 5^{30}$

$(\log_8 2)^{60}$ vagy $32^{-12\cdot\log_2 3}$

$5^{\log_{25} 20}$ vagy $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

$\log_3 4 + \log_3 7$ vagy $\log_3(4+7)$

90^{10} vagy $[5\cdot(1-\lg 0,1)]^{20}$

$100^{2\cdot\lg 2}$ vagy $\sqrt{10^{2+0,5\cdot\lg 16}}$

$\lg(6\cdot 10^{23})$ vagy $\log_2 16^6$

$\lg(9,1\cdot 10^{-31})$ vagy $\log_5\left(\frac{1}{125}\right)^{10}$

$\log_2\left[5\cdot\left(\frac{1}{32}\right)^{16}\right]$ vagy $\log_3\left[5\cdot\left(\frac{1}{81}\right)^{20}\right]$

$\lg\left[\log_{\frac{2}{3}}\left(\log_7\sqrt[3]{49}\right)\right]$ vagy $\log_2\left[\log_{\frac{5}{6}}\left(\log_8\sqrt{32}\right)\right]$

7^{20} vagy $\left(10^{2-lg\,2}\right)^{10}$

$\log_{sin^2\frac{\pi}{4}} 8$ vagy $\log_4\left[\log_{\frac{1}{5}}\left(\log_7\sqrt[25]{7}\right)\right]$

$4^{\log_2 5}$ vagy $5^{\log_2 4}$

3^2 vagy $\left(\sqrt{5}\right)^{2+\log_5 4}$

70. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\log_3 54 - \log_3 2$	$\log_6 4 + \log_6 9$	$\lg 12 - \lg 120$
$\lg 2000 - \lg 2$	$\log_{15} 3 + \log_{15} 5$	$\lg 250 - \lg 25$
$\log_3 2 + \log_3 4,5$	$\lg 5 - \lg 500$	$\log_{12} 4 + \log_{12} 3$
$\lg 200 + \lg 500$	$\log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}$	$\log_4 32 + \log_4 2$
$\log_2 0,25 + \log_2 8$	$lg\ 4 + lg\ 25$	$\log_3 162 - \log_3 18$
$\log_6 2 + \log_6 108$	$\log_2 16 + \log_2 8$	$lg\ 8 + lg\ 125$
$\log_5 375 - \log_5 3$	$\lg 20 + \lg 50$	$\lg 5 - \lg 50$

71. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\lg 16 + \lg 25 - \lg 4$	$\log_3 27 + \log_3 18 - \log_3 2$
$\log_7 21 + \log_7 35 - \log_7 15$	$\log_5 5 + \log_5 105 - \log_5 21$
$\log_7 147 - \log_7 24 + \log_7 8$	$\log_2 6 + \log_2 30 - \log_2 45$
$\log_5 15 + \log_5 35 - \log_5 105$	$\log_{25} 15 - \log_{25} 21 + \log_{25} 35$
$\log_2 80 - \log_2 10 + \log_3 81$	$\log_7 196 - \log_7 4 - \sin 270°$
$\lg 28 + \lg 5 + \lg 75 - \lg 15 - \lg 7$	$\log_3 6 + \log_3 105 - \log_3 21 - \log_3 10$

72. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$2 \cdot \log_8 2 + \log_8 16$	$3 \cdot \log_5 10 - \log_5 4 - \log_5 2$
$\frac{1}{3} \cdot \lg 8 + 2 \cdot \lg \sqrt{5}$	$\log_5 750 - \log_5 15 - \frac{1}{3} \cdot \log_5 8$
$\lg 25 + 2 \cdot \lg 2$	$\log_{\sqrt{2}} 9 + \log_{\sqrt{2}} 48 - 3 \cdot \log_{\sqrt{2}} 6$
$4 \cdot \log_3 6 + \log_3 35 - \log_3 20 - \log_3 28$	$3 \cdot \log_3 6 + \log_3 35 - \log_3 60 - \log_3 42$
$3 \cdot \log_3 6 - \log_3 20 + \log_3 5 - \log_3 42 + \log_3 7$	$3 \cdot lg\ 15 + 2 \cdot lg\ 2 + lg\ 14 - lg\ 21 - lg\ 9$
$3 \cdot \log_7 2 + \log_7 14 - \log_7 8 - \log_7 2$	$2 \cdot \lg 2 + 3 \cdot \lg 5 + \lg 18 - 2 \cdot \lg 3$

73. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$$5 \cdot \log_6 12 - 2 \cdot \log_6 9 - 4 \cdot \log_6 4 - \log_6 2$$

$$6 \cdot \log_5 6 - \log_5 32 + 2 \cdot \log_5 10 - 3 \cdot \log_5 9 - \log_5 200$$

$$4 \cdot \log_3 18 - 3 \cdot \log_3 36 + \log_3 256 + 2 \cdot \log_3 72 - 4 \cdot \log_3 24$$

$$3 \cdot \log_3 15 + 2 \cdot \log_3 2 + \log_3 14 - \log_3 28 - \log_3 250$$

$$7 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 6 - 6 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 10 - 5 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 21 + 5 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 15 - 2 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 25 - 5 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 3 + 5 \cdot \log_{\frac{1}{18}} 35$$

$$\log_2 80 - \log_2 10 + \log_3 81 + \log_7 196 - \log_7 4 - \sin 270^\circ + 36^{3 \cdot \log_6 2}$$

74. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$$\lg 4 + 6 \cdot \lg \sqrt{5} + \lg 18 - 2 \cdot \lg 3$$

$$\lg \sqrt{275} + \lg \sqrt{44} - \lg 11$$

$$\lg 33 - \frac{1}{2} \cdot \lg 44 - \lg 15 - \lg \sqrt{1100}$$

$$\log_5 15 + 2 + \log_5 \sqrt{63} - \log_5 126 + \frac{1}{2} \cdot \log_5 28$$

$$\log_3 \sqrt{45} + \frac{1}{2} \cdot \log_3 20 + \log_3 6 - \log_3 30 - \log_3 2$$

$$\log_5 \sqrt{175} + \log_5 15 + \frac{1}{2} \cdot \log_5 28 - \log_5 42$$

$$\frac{1}{2} \cdot \lg 13 + 3 \cdot \lg 12 + 6 \cdot \lg 5 - \frac{1}{2} \cdot \lg 117 - 2 \cdot \lg 3$$

$$\lg \sqrt{28} + \lg 8 + 3 \cdot \lg 5 + \lg \sqrt{175} - \lg 7$$

BZmatek.eu

75. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$$lg\sqrt{11}-\frac{1}{2}\cdot lg\,55-lg\sqrt{5}+lg\,500$$

$$\log_8\sqrt{2200}-\log_8\sqrt{55}+\log_8\sqrt{40}-\log_8 10$$

$$\log_{\sqrt{35}}7+\log_{\sqrt{35}}5-\log_{\sqrt{35}}25-\log_{\sqrt{35}}49+3\cdot\log_{\sqrt{35}}35$$

$$\frac{1}{2}\cdot\lg 44+3\cdot\lg 2+\lg 125+\frac{1}{2}\cdot\lg 275-\lg 11$$

$$\frac{1}{2}\cdot\lg 50+2\cdot\lg 15+\lg 8-\frac{1}{2}\cdot\lg 18-\lg 3$$

$$1+\frac{1}{2}\cdot\log_5 20+\frac{1}{2}\cdot\log_5 45+\log_5 10-\log_5 6-\log_5 2$$

$$1+\frac{1}{2}\cdot\log_5 175+\log_5 15+\log_5\sqrt{28}-\log_5 42$$

$$lg\sqrt{52}+3\cdot lg\,2+lg\,125+lg\sqrt{325}-lg\,13$$

76. (K) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$$\frac{\lg 5+\lg 2}{\lg 6}\cdot(\lg 9+2\cdot\lg 2)$$

$$(\lg 81+2\cdot\lg 4)\cdot\frac{\lg 25+\lg 4}{\lg 36}$$

$$(2\cdot\log_{20}2+\log_{20}5)^{\log_4 27}$$

$$\log_2(\log_3 9)-5^{\log_{25}36}+\frac{1}{2}\cdot\lg 100^{-2}-lg^2\,0,01^{-2}$$

$$\lg 100-\lg 0,1+\lg 2^3+\lg 10^{-2}+3\cdot\lg 5-\lg\sqrt{100}$$

77. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\lg\cos 30° + \lg 4 - \lg\sin 60° + 2\cdot\lg\sin 30°$

$\log_{\frac{9}{2}}(\mathrm{tg}\,30°) + \log_{\frac{9}{2}}(cos\ 45°) - \log_{\frac{9}{2}}(sin\ 60°)$

$\log_2 tg\ 60° + \log_2\cos 30° + \log_2\sin 30° - \log_2 3$

$\log_4\sin 45° + \log_4\sqrt{2} - \log_4\sin 60° - \log_4 tg\ 30°$

$\lg tg\ 30°\cdot\lg\sin 60°\cdot\lg tg\ 45°\cdot\lg 5$

$\log_2[(\sin 30° + \cos 30°)^2 - \sin 60°]$

$\lg[\lg(tg\ 45°)] - \lg(\sin 30°) + \lg(tg\ 30°) - \lg(\sin 60°)$

78. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\lg 2 + \lg\sin 30° + \lg\cos 60° + 2\cdot\lg\sqrt{2}$

$\lg 4 + \lg\sin 30° + \lg tg\ 30° + \lg\sin 60°$

$\lg 2 + \lg\sin 30° + \lg\cos 30° - \lg\sin 60°$

$\lg\frac{1}{2} + \lg\sin 120° + \lg 3^{-1} + \lg tg\ 60° + \lg\sqrt{16}$

$\lg\sin 30°\cdot\lg\sin 60°\cdot\lg ctg\ 45°$

$\lg[(sin\ 60° - cos\ 60°)^2 + cos\ 30°]$

$\log_2(\sin 30°) + \log_2(\cos 60°) - \log_2(\sin 45°) - \log_2(\cos 45°)$

79. (K) Mennyi a $\lg 1 + \lg 2 + \lg 4 + \lg 5 + \lg 10 + \lg 20 + \lg 25 + \lg 50 + \lg 100$ összeg értéke?

80. (E) Számítsd ki a következő kifejezés pontos értékét! ($p, q > 0$ és $p, q \neq 1$)

$\log_{pq}\sqrt{p^7 q} + \log_{pq}\sqrt{q^7 p} - 3\cdot\log_{pq} p^2 + \frac{1}{2}\cdot\log_{pq} p - 3\cdot\log_{pq} q^2 + \frac{1}{2}\cdot\log_{pq} q$

81. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $A = \log_{2010}\frac{1}{2} + \log_{2010}\frac{2}{3} + \log_{2010}\frac{3}{4} + \cdots + \log_{2010}\frac{2008}{2009} + \log_{2010}\frac{2009}{2010}$

b) $B = \lg(1+1) + \lg\left(1+\frac{1}{2}\right) + \lg\left(1+\frac{1}{3}\right) + \cdots + \lg\left(1+\frac{1}{98}\right) + \lg\left(1+\frac{1}{99}\right)$

c) $C = \log_{2009}\left(tg\ \frac{\pi}{2008}\right) \cdot \log_{2009}\left(tg\ \frac{2\pi}{2008}\right) \cdot \ldots \cdot \log_{2009}\left(tg\ \frac{1002\pi}{2008}\right) \cdot \log_{2009}\left(tg\ \frac{1003\pi}{2008}\right)$

82. (E) Ha tudjuk, hogy $\lg(ab) + \lg(bc) + \lg(ac) = 10$, akkor mennyi $\lg(abc)$ értéke? (a, b, c pozitív valós számok)

83. (E) Az a egész számról tudjuk, hogy $a < \log_{\frac{1}{7}} 143 < a + 1$. Mennyi az a értéke?

84. (K) Melyik szám a nagyobb?

$\log_5 2 + \log_5 1,5$ vagy $\log_5(2 + 1,5)$

$\log_3 4 + \log_3 7$ vagy $\log_3(4 + 7)$

$\log_{0,5} 6 + \log_{0,5} 7$ vagy $\log_{0,5}(6 + 7)$

$\lg 5 + \lg 6$ vagy $lg(5 + 6)$

$\log_5 6 + \log_6 7 + \log_7 8 + \log_8 5$ vagy 4

$\lg 0,2 + \lg 0,5$ vagy $\lg 0,7$

85. (E) Melyik szám a nagyobb?

$\log_3 108$ vagy $\log_5 375$

$\log_4 60$ vagy $\log_3 30$

$\log_4 9$ vagy $\log_9 25$

$\log_4 5$ vagy $\log_5 6$

$\log_2 11$ vagy $\lg 12$

$\log_2 10$ vagy $\log_5 30$

$\log_3 5$ vagy $\log_7 4$

$lg^2\ 11$ vagy $\lg 12$

86. (K) Fejezd ki az x – et a következő egyenlőségekből!

a) $\lg x = \lg 13 + \lg 7$

b) $\log_3 x = \log_3 11 - 2 \cdot \log_3 7$

c) $\lg x = 4 \cdot \lg 2 - \lg 5$

d) $lg\ x = \lg 2,4 + \lg 15$

e) $lg\ x = 2 \cdot \lg 12 - \lg 18$

f) $\lg x = 2 \cdot \lg 3 + \lg 11$

g) $\log_5 x = 3 \cdot \log_5 4 + \log_5 2$

87. (K) Fejezd ki az x – et a következő egyenlőségekből!

a) $\lg x = -2 \cdot \lg 5 + 3 \cdot \lg 2$

b) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 8 - \frac{1}{2} \cdot \lg 2$

c) $\log_9 x = 3 \cdot \log_9 8 - \frac{1}{2} \cdot \log_9 16$

d) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 4 - \frac{3}{2} \cdot \lg 9$

e) $\log_2 x = \log_2 12 + \log_2 10 - \log_2 15$

f) $\log_3 x = \log_3 15 + \log_3 12 - \log_3 36$

g) $\log_2 x = \log_2 6 + \log_2 2 - \log_2 4$

88. (K) Fejezd ki az x – et a következő egyenlőségekből!

a) $\lg x = 2 \cdot \lg 5 - 3 \cdot \lg 2$

b) $\lg x = 2 \cdot \lg 5 - 2$

c) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 3 - \frac{4}{3} \cdot \lg 2$

d) $\lg x = \lg 1,2 + \lg 1,5 - \lg 0,9$

e) $\lg x = \lg 20 - \lg 15 + \lg 30 - \lg 4$

f) $\log_3 x = \log_3 11 - 2 \cdot \log_3 5 + \log_3 8$

g) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 16 - \frac{1}{3} \cdot \lg 27 - 2 \cdot \lg 2 + \frac{1}{4} \cdot \lg 81$

89. (K) Fejezd ki az x – et a következő egyenlőségekből!

a) $\log_6 x = 2 \cdot \log_6 5 + \log_6 8 - \log_6 20$

b) $\lg x = \lg 9 - 4 \cdot \lg 3 + \lg 13$

c) $\lg x = 3 \cdot \lg 72 + 2 \cdot \lg 54 - 4 \cdot \lg 108$

d) $\log_7 x = \log_7 6 - \log_7 50 + 2 \cdot \log_7 10$

e) $\lg x = \lg 5 + 3 \cdot \lg 2 - \frac{1}{2} \cdot \lg 16$

f) $\lg x = \lg 32 - 4 \cdot \lg 2 + \frac{1}{2} \cdot \lg 7$

g) $\log_{11} x = \frac{1}{3} \cdot \log_{11} 64 - \frac{3}{2} \cdot \log_{11} 25 - \log_{11} 2$

90. (K) Fejezd ki az x – et a következő egyenlőségekből!

a) $\log_5 x = \log_5 21 - \log_5 12 - \log_5 7 + \log_5 44$

b) $\lg x = 3 \cdot \lg 45 + 3 \cdot \lg 2 - \lg 5 - 3 \cdot \lg 18$

c) $\lg x = \frac{2}{3} \cdot \lg 8 - \frac{1}{3} \cdot \lg 27 + 2 \cdot \lg 5$

d) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg 15 + \lg 6 - \frac{1}{2} \cdot \lg 5 + \frac{1}{2} \cdot \lg 3$

e) $\log_8 x = 2 \cdot \log_8 27 - 3 \cdot \log_8 5 - 2 \cdot \log_8 81 + \log_8 25$

f) $\log_2 x = \log_2 20 + 2 \cdot \log_2 3 - \frac{2}{3} \cdot \log_2 125 - \log_2 18$

g) $\log_{11} x = \log_{11} 96 - \log_{11} 2 - \log_{11} 3 + 1$

91. (K) Fejezd ki x – et a, b, c, d segítségével! $(a, b, c, d > 0; a \neq 1)$

a) $\log_a x = \log_a b + \log_a c$

b) $\log_a x = k \cdot \log_a b$

c) $\lg x = \lg a + \lg b - \lg c$

d) $\lg x = \lg a + \lg b - \lg c - \lg d$

e) $\lg x = \lg a - \lg b - \lg c - \lg d$

f) $\lg x = \lg a - \lg b + \lg c$

g) $\lg x = 1 - \lg a$

92. (K) Fejezd ki x – et a, b, c, d segítségével! $(a, b, c, d > 0; a \neq 1)$

a) $\lg x = 2 \cdot \lg a + 3 \cdot \lg b$

b) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg a + \frac{1}{3} \cdot \lg b$

c) $\log_a x = 2 \cdot \log_a b - 4 \cdot \log_a c$

d) $\lg x = 2 \cdot \lg a + \lg b$

e) $\lg x = 3 \cdot \lg a + 4 \cdot \lg 3$

f) $\lg x = 3 \cdot \lg c - 2 \cdot \lg d$

g) $\lg x = \frac{1}{2} \cdot \lg b - \frac{2}{3} \cdot \lg a$

93. (K) Fejezd ki x – et a, b, c, d segítségével! $(a, b, c, d > 0; a \neq 1)$

a) $\log_a x = \log_a b - 2 \cdot \log_a c + \log_a d$

b) $\lg x = 2 \cdot \lg a - 3 \cdot \lg b + 0,5 \cdot \lg c - \frac{2}{3} \cdot \lg d$

c) $\lg x = -\lg a - 2 \cdot \lg b - 3 \cdot \lg c - \lg d$

d) $\log_a x = \frac{2}{5} \cdot \log_a b - \frac{1}{3} \cdot \log_a c$

e) $\lg x = 2 - 3 \cdot \lg 5 + \frac{1}{2} \cdot \lg a$

f) $\log_a x = 2 + \frac{1}{2} \cdot \log_a b - \frac{3}{4} \cdot \log_a c$

g) $\log_a x = \frac{2}{3} \cdot \log_a b + \frac{4}{3} \cdot \log_a c - \frac{1}{3} \cdot \log_a d$

94. (E) Fejezd ki x – et a, b, c, d segítségével! $(a, b, c, d > 0; a \neq 1)$

a) $\log_a x = \frac{2}{3} \cdot \log_a(b - d)$

b) $\lg x = \frac{2}{3} \cdot \lg a - \frac{3}{4} \cdot \lg b + \frac{1}{2} \cdot \lg c$

c) $\lg x = \frac{1}{3} \cdot \lg a - 0,2 + \frac{3}{4} \cdot \lg b$

d) $\lg x = -lg\ (a + 1) - 3 \cdot \lg b - 4$

e) $\lg x = a - b + \lg c$

f) $\log_a x = \frac{\log_a c}{4} - \frac{5 \cdot \log_a b}{4} + \frac{\log_a d}{2}$

g) $\lg x = \frac{3}{5} \cdot (\lg a - \lg b)$

95. (E) Fejezd ki x – et a, b, c, d segítségével! $(a, b, c > 0; a \neq 1)$

a) $lg\ x = \frac{1}{3} \cdot lg\ a - \frac{2}{3} \cdot \left(lg\ b + \frac{1}{2} \cdot lg\ c\right)$

b) $\log_a x = \frac{1}{2} \cdot \log_a(b^2 - c^2) - \frac{1}{2} \cdot \log_a(b + c)$

c) $\log_a x = 3 \cdot \left(\log_a c - \log_{a^2} b\right)$

d) $\lg x = \frac{3}{4} \cdot \left[\lg a + \frac{2}{3} \cdot \left(\lg b - \frac{1}{4} \cdot \lg c\right)\right]$

e) $\log_3 x = \log_3 a^2 + \frac{1}{2} \cdot \log_3 b^4 + \frac{1}{3} \cdot \log_3 a^6 - \log_3 b^2 - 3 \cdot \log_3 a$

f) $\log_a x = \log_a c^3 + \log_a(c \cdot b^2) + \frac{2}{3} \cdot \log_a b^6 - \log_a b^5 - 4 \cdot \log_a c$

96. (K) Számítsd ki a következő kifejezések értékét áttérve másik alapú logaritmusra!

$\log_{27} 9$ $\log_4 128$ $\log_9 3$ $\log_5 7$ $\log_8 125$

97. (E) Mennyi a következő kifejezések pontos értéke?

$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$

$\log_5 4 \cdot \log_7 25 \cdot \log_2 7$

$\log_6 3 \cdot \log_2 36 \cdot \log_9 4$

$\log_3 5 \cdot \log_4 9 \cdot \log_5 2$

$\log_{2010} 2011 \cdot \log_{2011} 2012 \cdot \log_{2012} 2010$

$\log_5 4 \cdot \log_7 25 \cdot \log_{11} 7 \cdot \log_2 11$

98. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$\frac{\log_{25} 3}{\log_5 3}$

$\frac{\log_2 48}{\log_6 2} - \frac{\log_2 3}{\log_{96} 2}$

$\frac{\log_3 5}{\log_{27} 5} - \frac{\log_2 7}{\log_{16} 7}$

$\frac{\log_3 45}{\log_{135} 3} - \frac{\log_3 5}{\log_{1215} 3}$

$\log_2 7 - \log_4 7 - \log_8 7 - \log_{64} 7$

$\frac{\log_5 11}{\log_{15} 11} - \log_5 3$

99. (E) Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét!

$5^{\lg 3} - 3^{\lg 5}$

$5^{\sqrt{\log_5 3}} - 3^{\sqrt{\log_3 5}}$

$5^{\lg 2} + 2^{\lg 5} - 50^{\lg 2}$

$81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 27^{\log_9 36} + 3^{\frac{4}{\log_7 9}}$

$\log_6 10 \cdot \lg \sqrt[10]{216}$

$\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$

$\frac{\log_{49} 5}{\log_7 5} \cdot \log_3 7 \cdot \log_7 3$

$\frac{\left(27^{\frac{1}{\log_2 3}} + 5^{\log_{25} 49}\right) \cdot \left(81^{\frac{1}{\log_4 9}} - 8^{\log_4 9}\right)}{3 + 5^{\frac{1}{\log_{16} 25}} \cdot 5^{\log_5 3}}$

100. (E) Rendezd nagyság szerint növekvő sorrendbe a következő számokat!

$4^{\log_2 3}$ $\quad 2^{\frac{1}{\log_3 2}}$ $\quad \frac{\log_4 8}{\log_{32} 8}$ $\quad \lg(\sin 30°) + \lg(\operatorname{tg} 30°) + \lg(\sin 60°) + \lg 4$

101. (E) Rendezd nagyság szerint csökkenő sorrendbe a következő számokat!

$$A = 4 \cdot \log_5 10 + \log_5 35 - \log_5 16 - \log_5 175$$

$$B = \frac{1}{2} \cdot \log_3 99 + 4 \cdot \log_3 2 + \log_3 25 - \log_3 100 - \frac{1}{2} \cdot \log_3 176$$

$$C = \frac{\log_3 7}{\log_{18} 7} - \log_3 2$$

$$D = \log_5 625 + \log_3 \frac{1}{27} - \log_{\frac{1}{36}} 6$$

$$E = \log_\pi [\log_4 (\log_3 81)]$$

$$F = 7^{\log_7 5} - 36^{\log_6 2} + 11^{\log_{121} 49}$$

102. (E) Számítsd ki a $(\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{30} 31 \cdot \log_{31} 32)^2$ kifejezés értékét!

103. (E) Add meg a következő szám egész részét!

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_n (n+1) \cdot \ldots \cdot \log_{2008} 2009 \cdot \log_{2009} 2010$$

104. (E) Tudjuk, hogy $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_n (n+1) = 10$. Mennyi az n értéke?

105. (E) Melyik n természetes számra igaz: $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{n-1} n = 7$?

106. (E) Számítsd ki az $\frac{1}{\log_2 100!} + \frac{1}{\log_3 100!} + \frac{1}{\log_4 100!} + \cdots + \frac{1}{\log_{100} 100!}$ összeg értékét!

107. (E) Számítsd ki az $\frac{a+1}{\log_{n^{3-a}} n} + \frac{a-2}{\log_{n^a} n}$ kifejezés pontos értékét!

108. (E) Az a, b, c pozitív, 1 – től különböző valós számokra teljesül a következő: $\log_a b + \log_b c + \log_c a = 0$. Mennyi az $(\log_a b)^3 + (\log_b c)^3 + (\log_c a)^3$ értéke?

109. (E) Ha $\log_x y + \log_y x = 7$, akkor mennyi $(\log_x y)^2 + \left(\log_y x\right)^2$ értéke?

110. (E) Az x, y, z pozitív, 1 – től különböző valós számokra és a $w > 0$ számra teljesülnek a következők: $\log_x w = 6, \log_y w = 10$ és $\log_{xyz} w = 3$. Mennyi a $\log_z w$ értéke?

111. (E) Írd fel a következő kifejezések logaritmusát!

$x = abc$ $\quad x = \frac{a^2}{bc}$ $\quad x = \sqrt[5]{\frac{a}{b}}$ $\quad x = a - a\sqrt{b}$ $\quad x = \frac{5a^3}{6bc + 4c}$

112. (K) Fejezd ki a megadott képletekből az m – et!

$2^p = 10^m$ $\quad 2^p = \lg 2^m$ $\quad 3^{p+1} = 9^m$

113. (E) Fejezd ki a $t = \frac{\lg A - \lg B}{\lg 2} \cdot 5570$ képletből az A változót! $(A, B > 0)$
Számítsd ki a t értékét, ha $\frac{A}{B} = 10^{5,2}$!
Számítsd ki a B értékét, ha $A = 10^{-3}$ és $t = 4,34$

114. (E) Legyen $p = \log_2 3$. Fejezd ki $\log_2 12$ értékét p segítségével!

115. (E) Számítsd ki $\lg 8$ értékét $\lg 5 = 0,699$ ismeretében!

116. (E) Fejezd ki a segítségével $\log_6 27$ – et, ha tudjuk, hogy $a = \log_6 2$!

117. (E) Fejezd ki $a = \lg 50$ és $b = \lg 15$ segítségével a következő logaritmusokat!

$\lg 2250$ $\quad \lg 75$ $\quad \lg 3$

118. (E) Fejezd ki $a = \log_5 7$ segítségével a következő logaritmusokat!

$\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{7}$ $\quad \log_5 49$ $\quad \log_{25} 7$ $\quad \log_{25} 49$

119. (E) Fejezd ki $a = \lg 2$ és $b = \lg 3$ segítségével a következő logaritmusokat!

$\lg 6$	$\lg 8$	$\lg 9$	$\lg 18$
$\lg 36$	$\lg 0,75$	$\lg 3^4$	$\lg 108$
$\lg \frac{9}{4}$	$\lg \frac{3}{8}$	$\lg 2,25$	$\lg \frac{1}{12}$
$\lg 1,5$	$\lg \frac{81}{32}$	$\lg 12$	$\lg \sqrt{\frac{27}{8}}$
$lg\ 4^3$	$lg\ \sqrt[3]{6}$	$lg\ \sqrt{18}$	$\lg 45$

120. (E) Számítsd ki $\lg 540$ értékét a $\lg 3 = 0,4771$ és $\lg 5 = 0,699$ ismeretében!

121. (E) Fejezd ki k segítségével $\log_6 54$ – et, ha tudjuk, hogy $k = \log_6 18$!

122. (E) Fejezd ki p segítségével $\log_6 \sqrt{150}$ – et, ha tudjuk, hogy $p = \log_6 5$!

123. (E) Fejezd ki b segítségével a $\log_3 \sqrt[3]{24}$ – et, ha tudjuk, hogy $b = \log_3 2$!

124. (E) Fejezd ki $\lg 56$ értékét $a = \lg 2$ és $b = \log_2 7$ segítségével!

125. (E) Fejezd ki $\log_{25} 4$ - et az $a = \log_2 3$ és $b = \log_3 5$ segítségével!

126. (E) Fejezd ki $\log_6 16$ értékét $p = \log_{12} 2$ segítségével!

127. (E) Fejezd ki $a = \lg 450$ és $b = \lg 3$ segítségével $\lg 5$ – öt!

128. (E) Fejezd ki az $a = \log_5 10$ segítségével a $b = \log_2 10$ – et!

129. (E) Fejezd ki az $\lg 40$ – et az $\lg 20$ segítségével!

130. (E) Fejezd ki az $\lg 15$ - öt az $\lg 75$ és $\lg 45$ segítségével!

131. (E) Számítsd ki az $\lg 2$; $\lg 3$ és $\lg 5$ értékét, ha adott $\lg 12 = 1,0792$ és $\lg 18 = 1,2553$!

132. (E) Fejezd ki az $\lg 18$ - at az $\lg 72$ és az $\lg \sqrt{864}$ segítségével!

133. (E) Legyen $p = \lg 2009$ és $q = \lg 287$. Fejezd ki p és q segítségével $\lg 1681$ – et!

134. (E) Fejezd ki az $\lg 6$ - ot az $\lg 48$ és $\lg 72$ segítségével!

135. (E) Fejezd ki $\log_{30} 8$ értékét $a = \log_{30} 3$ és $b = \log_{30} 5$ segítségével!

136. (E) Fejezd ki $a = \lg 48$ és $b = \lg 72$ segítségével $\lg 30$ – öt!

137. (E) Fejezd ki $a = \lg 12$ és $b = \lg 441$ segítségével $\lg 175$ – öt!

138. (E) Fejezd ki $a = \lg 18$ és $b = \lg 21$ segítségével $\lg 245$ – öt!

139. (E) Fejezd ki $\log_{30} 8$ értékét $a = \lg 5$ és $b = \lg 3$ segítségével!

140. (E) Fejezd ki $lg\ (10!)$ – t az $a = lg\ 2, b = lg\ 3$ és $c = lg\ 7$ segtíségével!

141. (E) Fejezd ki $c = \log_a b$ – vel az alábbi kifejezéseket!

$\log_a(ab)$ $\qquad$ $\log_a \frac{a}{b}$ $\qquad$ $\log_a b^3$ $\qquad$ $\frac{\lg a}{\lg b}$

142. (E) Mivel egyenlő $\log_{2004} x$, ha $a = \log_3 x$; $b = \log_4 x$ és $c = \log_{167} x$?

143. (E) Mennyi az $\frac{x}{y}$ értéke, ha tudjuk a következőt: $2 \cdot \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y$?

144. (E) Számítsd ki $\log_{\frac{a}{b}} \frac{a^5}{\sqrt{b}}$ értékét, ha tudjuk, hogy $\log_{\frac{a}{b}} a = k$ és $k = 3$ adott! $(a, b > 0; a \neq b)$

145. (E) Számítsd ki $\log_{xy}\left(\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[3]{y}\right)$ értékét, ha tudjuk, hogy $\log_{xy} x = k$ és k adott! $(x, y > 0; xy \neq 1)$

146. (E) Tudjuk, hogy $\log_3(\log_{81} a) = \log_{81}(\log_3 a)$. Mennyi a $(\log_3 a)^3$ értéke?

147. (E) Tudjuk a következőket: $p = \log_a x$; $q = \log_b x$ és $\log_{abc} x = \frac{p+q}{2}$. Mennyi a $\log_c x$ értéke? $(a, b, c \neq 1; abc \neq 1)$

148. (E) Tudjuk, hogy $a > b > 0$ és $a^2 + b^2 = 18ab$. Mennyi a következő logaritmus értéke: $\log_{\sqrt{2}}(a - b) - \frac{1}{2} \cdot \left(\log_{\sqrt{2}} a + \log_{\sqrt{2}} b\right)$?

149. (E) Tudjuk a következőket: $\log_{81} a + \log_9 b^2 = 10$ és $\log_{81} b + \log_9 a^2 = 14$. Mennyi az $(ab)^9$ értéke?

150. (E) Mennyi az ab legkisebb értéke, ha tudjuk a következőket: $a > \frac{1}{7}, b > \frac{1}{5}$ és $(\log_\pi 7a) \cdot (\log_\pi 5b) = 81$?

151. (E) Milyen x érték esetén lesz a $log_7^2(2x-1)+\frac{16}{log_7^2(2x-1)}$ kifejezés értéke a legkisebb és mennyi ez a legkisebb érték?

152. (E) Milyen a, b, c számokra igaz, hogy $\log_a c = (\log_{ab} c)\cdot(1+\log_a b)$?

153. (E) Igaz – e, hogy az $\frac{1}{\log_5 \pi}+\frac{1}{\log_\pi 5}-2$ pozitív szám?

154. (E) Melyik nagyobb: $A = 101^{100^{99}}$ vagy $B = 99^{100^{101}}$?

155. (E) Hány jegyű szám a 3^{65} tízes számrendszerben felírva?

156. (E) Igazold a következő azonosságokat!

a) $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ $\qquad a, b, c > 0$ és $a, b \neq 1$

b) $\frac{\log_a x}{\log_a y} = \frac{\log_b x}{\log_b y}$ $\qquad a, b, x, y > 0$ és $a, b, y \neq 1$

c) $\frac{1}{\log_a b}+\frac{1}{\log_{a^2} b}+\frac{1}{\log_{a^3} b}+\frac{1}{\log_{a^4} b} = 10\cdot\log_b a$ $\qquad a, b > 0$ és $a, b \neq 1$

d) $\log_{b^{n+1}} ab^n = \frac{n+\log_b a}{n+1}$ $\qquad a, b > 0$ és $b \neq 1, n \neq -1$

e) $\frac{\log_a c}{\log_{ab} c} = 1+\log_a b$ $\qquad a, b, c > 0$ és $a, ab \neq 1$

f) $\log_{ab} c = \frac{\log_a c\cdot\log_b c}{\log_a c+\log_b c}$ $\qquad a, b, c > 0$ és $a, b, c \neq 1$

g) $\log_{a^n b} a^{n+1} = \frac{(n+1)\cdot\log_b a}{1+n\cdot\log_b a}$ $\qquad a, b > 0$ és $b, a^n b \neq 1$

157. (E) Igazold a következő azonosságokat!

a) $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$ $\qquad a, b, k > 0$ és $a \neq 1$

b) $\log_{a^k} a^n = \frac{n}{k}$ $\qquad a > 0, a \neq 1$ és $k \neq 0$

c) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ $\qquad a, b, c > 0$ és $a, b, c \neq 1$

d) $\log_{b^n} a^n = \log_b a$ $\qquad a, b > 0$ és $b \neq 1, n \neq 0$

e) $\log_a \frac{1}{b} = \log_{\frac{1}{a}} b$ $\qquad a, b > 0$ és $a \neq 1$

f) $\log_{bn}(an) = \frac{\log_b a + \log_b n}{1 + \log_b n}$ $\qquad a, b > 0$ és $b, bn \neq 1$

g) $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ $\qquad a, b, c > 0$ és $b \neq 1$

158. (E) Bizonyítsd be a következő összefüggéseket!

a) $\frac{1}{\log_a b} + \frac{2}{\log_{a^3} b} + \frac{3}{\log_{a^4} b} - \frac{4}{\log_{a^5} b} = \log_b \frac{1}{a}$ $\qquad a, b > 0$ és $a, b \neq 1$

b) $\frac{\lg a + \lg b}{2} < \lg \frac{a+b}{2}$ $\qquad a, b > 0$ és $a \neq b$

159. (E) Igazold a következő összefüggéseket!

a) $\log_2 2017 + \log_{2017} 2 > 2$

b) $\log_4 5 + \log_5 6 + \log_6 7 + \log_7 8 > 4,4$

c) $log_{30}^2 2 + log_{30}^2 3 + log_{30}^2 5 > \frac{1}{3}$

d) $\sqrt[2005]{4} + \sqrt[2005]{9} + \sqrt[2005]{16} > \sqrt[2005]{6} + \sqrt[2005]{8} + \sqrt[2005]{2}$

e) $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_4 6} + \frac{1}{\log_5 6} > 2$

f) $\log_4 3 + \log_3 1024 > \frac{7}{2}$

g) $2 \cdot \sqrt{2} < \log_2 3 + \log_3 4 < 3$

h) $12 < log_2^2 7 + 36 \cdot log_7^2 2 < 13$

160. (E) Bizonyítsd be a következő összefüggéseket!

a) $\log_{2+\sqrt{3}}\left(2-\sqrt{3}\right)=-1$

b) $\log_{3+2\cdot\sqrt{2}}\left(3-2\cdot\sqrt{2}\right)+\log_{3-2\cdot\sqrt{2}}\left(3+2\cdot\sqrt{2}\right)=-2$

c) $\log_2 3+\log_2 5=\log_7 15\cdot\log_2 7$

161. (E) Igazold a következő összefüggéseket!

a) $\log_x xyz^9+\log_y yzx^9+\log_z zxy^9>21$ $\quad x,y,z>1$

b) $4\cdot log_a^2 b+16\cdot log_b^2 a+19>4\cdot\sqrt{3}\cdot(\log_a b+2\cdot\log_b a)$ $\quad a,b,\log_a b>0;a\neq b$

c) $2\cdot\sqrt{2}<\log_a(a+1)+\log_{a+1}a^2<3$ $\quad a>2$

162. (E) Legyen n tetszőleges pozitív egész szám. Bizonyítsd be, hogy ekkor teljesül a következő: $n=-\log_2\left(\log_2\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}\right)$! (A jobb oldalon n darab négyzetgyökjel van egymásba skatulyázva.)

163. (E) Legyen $a=\log_{12}18$ és $b=\log_{24}54$. Bizonyítsd be, hogy ekkor teljesül a következő: $ab+5\cdot(a-b)=1$!

164. (E) Tudjuk, hogy $y=10^{\frac{1}{1-\lg x}}$ és $z=10^{\frac{1}{1-\lg y}}$, ahol $x,y,z>0$ és $x,y,z\neq 10$. Bizonyítsd be, hogy ekkor $x=10^{\frac{1}{1-\lg z}}$!

165. (E) Tudjuk, hogy $a^2+b^2=7ab$, ahol $a,b>0$. Bizonyítsd be, hogy ekkor teljesül a következő: $\lg\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}\cdot(\lg a+\lg b)$!

166. (E) Egy derékszögű háromszög befogói a és b, átfogója c ($c+b\neq 1$ és $c-b\neq 1$). Bizonyítsd be, hogy $\log_{c+b}a+\log_{c-b}a=2\cdot\log_{c+b}a\cdot\log_{c-b}a$!

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged

(3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(4) Ábrahám Gábor; 2011; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(5) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged

(6) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(7) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(8) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(9) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(10) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(12) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(13) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(14) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

(15) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából $11-12$. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(16) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(17) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(18) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(19) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(20) Saját anyagok