

## Trigonometrikus egyenletek IV.

Másodfokú egyenletre visszavezethető egyenletek:

Új ismeretlen bevezetésével alakítsuk át az egyenletet, s a kapott másodfokú egyenletet oldjuk meg megoldóképlet segítségével. Ez követően helyettesítsük vissza a kapott értékeket, s határozzuk meg az adott egyenlet megoldásait.

Megjegyzés:

A másodfokú egyenletre hozás eszközei lehetnek a következők:

(1) Négyzetes összefüggés:  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \rightarrow \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$  (vagy fordítva)

(2) Reciprok összefüggés:  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x} \qquad \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

## Gyakorló feladatok

**K:** középszintű feladat

**E:** emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\sin^2 x - 2 \cdot \sin x = 0!$
2. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x - \sin x - 1 = 0!$
3. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $3 \cdot \sin^2 x - 2 \cdot \sin x - 1 = 0!$
4. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x - 7 \cdot \sin x + 3 = 0!$
5. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $4 \cdot \sin^2 x + 4 \cdot \sin x - 3 = 0!$
6. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x + 11 \cdot \sin x - 6 = 0!$  ( $x \in [0; 2\pi]$ )
7. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x + \sqrt{3} \cdot \sin x - 3 = 0!$  ( $x \in [0; 2\pi]$ )
8. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \cos^2 x - \cos x = 0!$
9. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \cos^2 x = 5 \cdot \cos x + 3!$
10. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $3 \cdot \cos^2 2x - 5 \cdot \cos 2x + 2 = 0!$
11. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $3 \cdot \cos^2 x - 4 \cdot \cos x - 4 = 0!$  ( $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ )
12. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \cos^2 x - 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos x + 3 = 0!$

13. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg}^2 x = 2 \cdot \operatorname{tg} x$ !
14. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg}^2 x - 6 \cdot \operatorname{tg} x + 5 = 0$ !
15. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg}^2 x - 4 \cdot \operatorname{tg} x + 3 = 0$ ! ( $x \in [0; 2\pi]$ )
16. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg}^2 x - 4 \cdot \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ !
17. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\cos^2 x - \sin x = 1$ !
18. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$ !
19. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $8 \cdot \sin^2 x - 7 \cdot \cos^2 x = 8$ !
20. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x + 5 \cdot \cos x - 4 = 0$ !
21. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\cos^2 x - \sin^2 x + 3 \cdot \sin x = -1$ !
22. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x + 3 \cdot \cos x = 0$ !
23. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $4 \cdot \sin^2 x + 2 \cdot \cos^2 x = 3$ !
24. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\cos^2 x = -\frac{5}{2} \cdot \sin x + 2$ !
25. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\frac{1}{3} \cdot \sin^2 x = \cos^2 x$ !

26. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\sin^2 x + \cos x = 1!$  ( $x \in [0; 2\pi]$ )
27. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $6 - 2 \cdot \cos^2 x - 9 \cdot \sin x = 0!$
28. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin x = 3 \cdot \cos^2 x + 2 \cdot \sin^2 x!$
29. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $4 \cdot \cos^2 x + 8 \cdot \sin x + 1 = 0!$
30. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \cos^2 3x + 4 \cdot \cos 3x = 3 \cdot \sin^2 3x!$
31. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\cos^2 x + \sin^2 \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4} + \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{6}!$
32. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \sin^2 x + 3 \cdot \sin(-x) + 1 = 0!$
33. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\cos x + \frac{1}{\cos x} = \frac{5}{2}!$
34. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x!$
35. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\sqrt{25 - \sin^2 x} = \cos x + 4!$  ( $x \in [\pi; 3\pi]$ )
36. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\sqrt{1 - \cos x} = \sin x!$  ( $x \in [\pi; 3\pi]$ )
37. (K) Határozd meg az  $f: [-\pi; \pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin^2 x - \sin x - 2 \cdot \cos^2 x$  függvény zérushelyeit!

38. (E) Mennyi olyan valós gyöke van az alábbi egyenletnek, amely a  $[-\pi; \pi]$  intervallumba tartozik?

$$\cos^2 x + \frac{\sqrt{3}+1}{2} \cdot \sin x - \frac{\sqrt{3}}{4} - 1 = 0$$

39. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2!$

40. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $3 \cdot \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x!$

41. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $2 \cdot \operatorname{tg} x - 3 \cdot \operatorname{ctg} x = -1!$

42. (K) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg} x + 6 \cdot \operatorname{ctg} x = 5!$

43. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $3 \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}!$

44. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + 2 \cdot \sqrt{3} = 0!$

45. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $3 \cdot \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 4!$

46. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg} \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{ctg} \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) - 2 = 0!$

47. (E) Oldd meg a következő egyenletet:  $\operatorname{tg}^2 (3x) = -\operatorname{ctg} (3x)!$  ( $x \in [-\pi; 2\pi]$ )

## **Felhasznált irodalom**

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2011.; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Czapáry Endre; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) [https://users.itk.ppke.hu/itk\\_dekani/files/matematika/list.html](https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html)
- (21) Saját anyagok