

Trigonometrikus egyenletek III.

1. Egy kifejezés szinusza egyenlő egy másik koszinuszával. (pótszögekkel átírás)

$$\sin f(x) = \cos g(x)$$

$$\cos g(x) = \sin \left[\frac{\pi}{2} - g(x) \right] \quad \rightarrow \quad \sin f(x) = \sin \left[\frac{\pi}{2} - g(x) \right]$$

Át kell térni szinusz nélküli alakra a következőképpen:

- a két kifejezés egyenlő: $f(x) = \left[\frac{\pi}{2} - g(x) \right] + k \cdot 2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

- a két kifejezés összege 180° : $f(x) + \frac{\pi}{2} - g(x) = \pi + l \cdot 2\pi \quad l \in \mathbb{Z}$

2. Egy kifejezés tangense egyenlő egy másik kotangensével. (pótszögekkel átírás)

$$\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$$

$$\operatorname{ctg} g(x) = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} - g(x) \right] \quad \rightarrow \quad \operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} - g(x) \right]$$

Át kell térni tangens nélküli alakra a következőképpen:

- a két kifejezés egyenlő: $f(x) = \frac{\pi}{2} - g(x) + k \cdot \pi \quad k \in \mathbb{Z}$

3. A (-1) – es szorzók bevitele.

$$-\sin f(x) = \sin[-f(x)]$$

$$-\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg}[-f(x)]$$

$$-\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg}[-f(x)]$$

$$-\cos f(x) \neq \cos[-f(x)]$$

$$\rightarrow -\cos f(x) = -\sin \left[\frac{\pi}{2} - f(x) \right] = \sin \left\{ - \left[\frac{\pi}{2} - f(x) \right] \right\} = \sin \left[f(x) - \frac{\pi}{2} \right]$$

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos 2x = \sin 3x!$

2. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos x = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)!$

3. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)!$

4. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)!$

5. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin(\pi \cdot x) = \cos(\pi \cdot x)!$

6. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos\left(\frac{x}{\pi} - \frac{1}{3}\right) = \sin\left(\frac{x}{2\pi} + 1\right)!$

7. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $tg x = ctg x!$

8. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $tg\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = ctg(x + \pi)!$

9. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin 6x = -\sin 2x!$

10. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{5\pi}{3}\right) = 0!$

11. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos 2x + \cos \frac{x}{2} = 0!$

12. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos\left(5x - \frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)!$

13. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} 3x = -\operatorname{tg} x!$

14. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) + \operatorname{tg} x = 0!$

15. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{ctg} 2x = -\operatorname{ctg} x!$

16. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{ctg}\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{ctg} 3x = 0!$

17. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin 2x + \cos x = 0!$

18. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $-\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)!$

19. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos 2x!$

20. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)!$

21. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $-\sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)!$

22. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5} - 3x\right) = 0!$

23. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos x = \sin|x|!$

24. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 0!$

25. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} 4x = -\operatorname{ctg} x!$

26. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $-\operatorname{ctg}(x + \pi) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)!$

27. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} 3x + \operatorname{ctg}(x + 30^\circ) = 0!$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2011.; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Czapáry Endre; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (21) Saját anyagok