

Trigonometrikus egyenletek II.

1. Két kifejezés szinusza egyenlő. (Végtelen sok megoldás van: periódus $360^\circ = 2\pi$)

$$\sin f(x) = \sin g(x)$$

Át kell térni szinusz nélküli alakra a következőképpen:

- a két kifejezés egyenlő: $f(x) = g(x) + k \cdot 2\pi$ $k \in \mathbb{Z}$
- a két kifejezés összege 180° : $f(x) + g(x) = \pi + l \cdot 2\pi$ $l \in \mathbb{Z}$

2. Két kifejezés koszinusza egyenlő. (Végtelen sok megoldás van: periódus $360^\circ = 2\pi$)

$$\cos f(x) = \cos g(x)$$

Át kell térni koszinusz nélküli alakra a következőképpen:

- a két kifejezés egyenlő: $f(x) = g(x) + k \cdot 2\pi$ $k \in \mathbb{Z}$
- a két kifejezés összege 360° : $f(x) + g(x) = 2\pi + l \cdot 2\pi$ $l \in \mathbb{Z}$

3. Két kifejezés tangense / kotangense egyenlő. (Végtelen sok megoldás: periódus $180^\circ = \pi$)

$$\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x)$$

$$\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$$

Át kell térni tangens / kotangens nélküli alakra a következőképpen:

- a két kifejezés értéke egyenlő: $f(x) = g(x) + k \cdot \pi$ $k \in \mathbb{Z}$

Megjegyzés:

Ha két kifejezés tangense, vagy kotangense egyenlő egymással, akkor az egyenlet megoldását össze kell vetnünk az egyenlet értelmezési tartományával: tangens esetén a kifejezés koszinusza, kotangens esetén pedig a kifejezés szinusza nem lehet egyenlő 0 – val. A felírt feltételt és a kapott értékeket közös nevezőre kell hoznunk, majd a megoldás periódusán belül meg kell vizsgálnunk van – e olyan érték, ami nincs benne az értelmezési tartományban.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin 4x = \sin 2x!$
2. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin x = \sin(\pi - x)!$
3. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right)!$
4. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)!$
5. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{6}!$
6. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\sin(x^2 + 1) = \sin 2x!$
7. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos\frac{x}{2} = \cos 4x!$
8. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)!$
9. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos\left(16x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right)!$
10. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)!$

11. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos(2\pi \cdot x) = \cos(\pi \cdot x^2)$!

12. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\cos x = \cos \frac{1}{x}$!

13. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg} x$!

14. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} 15x = \operatorname{tg} \left(5x + \frac{\pi}{2}\right)$!

15. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} \left(7x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg} \left(3x + \frac{5\pi}{3}\right)$!

16. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{ctg} 2x = \operatorname{ctg} x$!

17. (K) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{ctg} \left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \operatorname{ctg} 4x$!

18. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{ctg} (3 - x) = \operatorname{ctg} \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$!

19. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $\operatorname{tg} (x^2 + 9) = \operatorname{tg} (4x + 5)$!

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2011.; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Czapáry Endre; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (14) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (21) Saját anyagok