

Exponenciális folyamatokat leíró szöveges feladatok

Szöveges feladatok megoldása:

- A szöveg alapján, vagy az adott képlet segítségével (adatok behelyettesítésével) írjunk fel egy exponenciális, illetve logaritmusos egyenletet (egyenlőtlenséget).
- Ezt követően oldjuk meg a tanult módszerekkel a kapott egyenletet.
- Végül ellenőrizzük le a megoldást és válaszoljunk a kérdésre.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) A Föld népessége évente $1,48\%$ - kal növekszik, 2001 – ben 6,2 milliárd ember élt a Földön.
 - a) Ugyanilyen növekedési ütem mellett hány év múlva lesz 8 milliárd ember a Földön?
 - b) Hány évvel ezelőtt volt 5 milliárd ember a Földön?
 - c) 2010 – ben hány ember lesz a Földön?

2. (K) 1650 – ben a Föld népessége kb. 500 millió volt, és évente átlagosan $0,3\%$ - kal nőtt. Ennek alapján hány ember élt a Földön 1750 – ben, illetve mennyire becsülhető változatlan növekedési ütem mellett a 2000. évi létszám?

3. (K) Egy város lakóinak száma 30 000. Hány év alatt lesz 35 000 a lakosok száma, ha évente átlagosan $0,5\%$ - kal gyarapszik a lakosság?

4. (K) Egy erdő faállománya hány év alatt gyarapszik 1,5 – szeresére, ha az állomány évi gyarapodása 2% - os?

5. (K) Egy préselőgép első nyomásra a répában levő lé negyedrészt, majd minden további nyomásra a megmaradt lé negyedrészt nyomja ki. Hány nyomás szükséges ahhoz, hogy a répában levő lének legalább $\frac{2}{3}$ részét kinyomja a gép?

6. (K) Gyuri szeretné megvenni azt a biciklit, amit 65 000 Ft – ért látott. Van már 40 000 Ft – ja. Ha ezt az összeget befektetné évi 14% - os kamatra, akkor mennyi idő múlva vehetné meg a gépet? (Ha annak közben nem változna meg az ára.)

7. (K) Takarékbba betett pénzünk öt év alatt 30 000 Ft – ról 36 500 Ft – ra emelkedett.
 - a) Mennyi $\%$ volt az éves kamat az adott bankbn?
 - b) Hány év múlva duplázódik meg a pénzünk, feltéve, hogy nem veszünk ki belőle és a kamatláb sem változik?

8. (K) Egy szakszervezet azt követeli, hogy a bérek évi 6 % - kal növekedjenek.
- Ha ezt eléri, akkor mennyire nő meg 5 év alatt a mai 96 000 Ft – os bruttó fizetés?
 - Mikorra lenne a dolgozók fizetése legalább kétszerese a mainak?
9. (K) Évi 6 % - os bérfelzárkózás mellett mennyi lesz annak a dolgozónak a havi bére 5 év múlva, aki most 150 000 Ft munkabért kap havonta? (Kerekíts százatokra!) Hány év múlva lesz négyszerese a bére ilyen bérfelzárkózás mellett a dolgozónak?
10. (K) Egy közgazdász-kutató egy tanulmányában hosszú távra évi 5 % - os GDP növekedést prognosztizált országának. Jelenleg évi 10 000 USD az egy főre jutó GDP az országban. Mekkora lenne 4 év múlva az egy főre jutó GDP változatlan növekedési ütem és népességszám esetén?
11. (K) Egy sejttenyészet 2 naponta kétszereződik meg, és az első nap kezdetén 5000 sejtünk van. Mennyi lesz 16 nap múlva?
12. (K) Egy gondoskodó házaspár gyermekük megszületésekor 500 000 Ft – ot helyez el egy bankszámlán.
- Az elhelyezett összeget 3 évre, évi 8 % - os kamatra lekötik. Mennyi pénzük lesz közvetlenül a lekötés lejártja után?
 - Mekkora az éves kamatláb, ha 10 év múlva egy millió forint van a számlán? (Feltételezzük, hogy a kamat nem változott.)
 - Hány év alatt triplázódik meg az elhelyezett összeg 6 % - os kamatláb mellett?
13. (K) Egy fénymásológép 220 000 Ft – ba kerül. A használat során a gép mindenkori ára egy év alatt 20 % - kal csökken. Amikor a gép értéke 50 000 Ft – nál kevesebb lesz, egy nagyobb hiba esetén már gazdaságtalan azt megjavítani. Hány év múlva mondhatjuk el, hogy ha a fénymásoló elromlik, akkor célszerű kicserélni?
14. (K) Ha egy országban adott időszak (pl. egy év) alatt a születések száma mindig kisebb az elhalálozások számánál, akkor egyéb intézkedések hiányában a népesség fogyásnak indul. Hány év alatt csökkenne Magyarország jelenleg 10 millió fős lakossága 8 millióra, ha a népesség fogyása hosszú időn keresztül átlagosan évi 4 ezrelék lenne?

15. (K) Egy biológiai kísérlet során baktériumokat szaporítanak. Azt tapasztalják, hogy megfelelő körülmények között a baktériumállomány 6 óra alatt megduplázódik. A kísérlet kezdetén 1000 baktérium volt.
- Mennyi baktérium volt a kísérlet kezdete után 2 nappal?
 - A kísérlet addig tart, amíg a baktériumok száma el nem éri a 10^9 darabot. Mennyi ideig folyik a kísérlet?
16. (K) Egy szigeten egy rágcsáló - populáció 6561 egyedből áll. Tudjuk, hogy ez a rágcsáló fajta évente 2 alkalommal szaporodik. Minden egyes szaporodási időszak végén az állomány létszáma 1,5 – szersére nő. Hány évvel ezelőtt telepedett meg a szigeten ez a kis rágcsáló, ha kezdetben a populáció 256 egyedből állt?
17. (K) Egy szigeten élő rágcsálópopuláció 3 havonként az aktuális létszám 20 % - ával növekszik. Hány évvel ezelőtt voltak 10 – en, ha jelenleg a számítások és csapdázások alapján 5 024 000 egyed él a szigeten?
18. (K) A papucsállatkák átlagban 27 óra alatt osztódnak ketté. Mennyi időre lenne szükség ahhoz, hogy egyetlen papucsállatka utódainak térfogata egyenlő legyen a Föld térfogatával, ha az osztódást követően valamennyi papucsállatka életben maradna? Tudjuk, hogy egy papucsállatka egy kb. 0,1 milliméter élhosszúságú kockában fér el, s hogy a Föld sugara 6378 km.
19. (K) Egy cég forintban kifejezett bevétele 6 egymást követő év végén a következő függvénnyel írható le: $t \mapsto 1,8 \cdot 10^8 \cdot 1,06^t$, ahol $t \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.
- Mekkora volt a bevétel a kezdő évben?
 - Hány százalékkal nőtt a bevétel évente?
 - Melyik évben érték el a 200 millió forintos bevételt?
20. (K) Egy cég forintban kifejezett éves önköltsége 6 egymást követő év végén a következő függvénnyel írható le: $t \mapsto 8,3 \cdot 10^7 \cdot 0,97^t$, ahol $t \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.
- Mekkora volt az önköltség a kezdő évben?
 - Hány százalékkal csökkent az önköltség évente?
 - Melyik évben csökkent 75 millió forint alá az önköltség?

21. (K) Egy reklámcélra használt léghajóba 3000 m^3 gázt töltenek. A gázveszteség 10 nap alatt csak (körülbelül) 2 %, s ez állandónak vehető, tehát nem függ a pillanatnyi gázmennyiségtől.
- Hány százalék a gázveszteség 1 hónap (30 nap) alatt?
 - Mikorra fogy el a gáz fele?
 - Mennyi ideig tud a levegőben tartózkodni a léghajó, ha 80 % alatti gázmennyiség esetén már süllyedni kezd?
22. (K) Egy coli escherichia baktérium 20 perc alatt kettőzódik meg. Kezdetben egyetlen baktérium van a tenyészetben.
- Hány baktérium lesz a tenyészetben 2 óra múlva?
 - Hány perc múlva lesz a tenyészetben 1 millió a baktériumok száma?
 - Egy coli baktérium tömege a Cornell University tudósainak mérése alapján, 665 femtogramm ($1 \text{ fg} = 10^{-15} \text{ g}$). Hány baktérium van egy $5,32 \text{ g}$ – os tenyészetben? Az eredményt normálalakban add meg!
23. (K) Egy kerti tavon békalencse szaporodik úgy, hogy a megfigyelés kezdetekor $0,25 \text{ m}^2$ az általa befedett vízfelület nagysága, majd ez naponta megduplázódik.
- Ábrázold, hogy hogyan függ a befedett terület nagysága a napokban mért időtől!
 - Mekkora a befedett terület nagysága a megfigyelés kezdetéhez képest 2, majd 5 nap elteltével?
 - Hány nap alatt fedi be a békalencse egészen a tó felszínét, ha a vízfelület nagysága 128 m^2 ?
24. (K) Egy baktériumtenyészetben N_0 baktérium van. 2 óra múlva 800, újabb 2 óra múlva 2500 lesz a baktériumok száma. Exponenciális növekedést tételezünk fel: egyenlő időközönként ugyanannyiszorosára nő a baktériumok száma.
- Hányszor annyi baktérium volt a 4. óra végén, mint a 2. óra végén?
 - Hány baktérium volt a megfigyelés kezdetén?
 - Hány baktérium volt a megfigyelés kezdete után 9 órával?

25. (K) Két növény friss hajtásának hossza a $h(t) = 0,8 \cdot 10^{0,02t}$ (mm), illetve a $d(t) = 0,9 \cdot 10^{0,015t}$ (mm) képlet szerint változik, ha a t értékét órában adjuk meg.

- Milyen hosszúak voltak a hajtások a mérés kezdetekor?
- Mennyit nőnek a hajtások a mérés első napja alatt?
- Melyik hajtás éri el hamarabb az 1 cm hosszúságot?

26. (K) A világméretű szociológiai kutatások eredményeként a fejlett ipari országok egy főre jutó nemzeti összterméke (GDP) és a lakosság várható élettartama között hozzávetőleg az alábbi tapasztalati összefüggés állítható fel: $\bar{E} = 75,5 - 5 \cdot 1,081^{\frac{6000 - G}{206}}$, ahol \bar{E} az átlagos várható élettartam években, G pedig a GDP, reálértékben átszámítva 1980 – as dollárra.

- Mennyi várható élettartam – növekedést okoz kétszeres GDP – növekedés, ha ez a növekedés 1500 dollárról 3000 dollárra történik?
- Mennyi GDP – növekedés szükséges a várható élettartam 10 évvel való meghosszabbodásához, ha ez 50 évről 60 évre történik?
- Legfeljebb mekkora a várható élettartam abban az országban, ahol a GDP nem éri el az 5000 (1980 – as) dollárt?
- Legalább mekkora a GDP abban az országban, ahol a várható élettartam meghaladja a 70 évet?

27. (K) Az alábbi táblázat a Föld népességének alakulását mutatja. Az adatok a népesség gyorsuló ütemű növekedését mutatják. Ha exponenciális növekedést feltételezünk, akkor az adatsorra illeszkedő trendet az $n = 897,9 \cdot 1,011^x$ képlettel írhatjuk le (n a Föld előjelzett népessége millió főben számolva, $1837 + x$ – ben).

év	1837	1927	1960	1987	1999
milliárd fő	1	2	3	5	6

- Hány lakosa lenne a Földnek 2020 – ban a megadott képlet szerint?
- Melyik évben kellett volna a Föld össznépességének elérnie a 6 milliárdot a megadott képlet szerint?

28. (K) A globális felmelegedés hatására az Arktisz jégpáncéljának területe folyamatosan csökken, várhatóan a következő összefüggés szerint alakul (millió négyzetkilométerben): $T(x) = 21 \cdot 0,989^x$, ahol x a 2015 óta eltelt évek számát jelenti.
- Mekkora volt a jégpáncél 2015 – ben
 - Mekkora lesz várhatóan a jégpáncél területe 2030 – ban?
 - Melyik évben lesz a jégpáncél területe 7 millió négyzetkilométer?
29. (K) A földrengések erősségét a Richter – skálán mérjük. A földrengés középpontjában felszabaduló energia nagyságát a következő képlettel számoljuk: $\lg E = 4,8 + 1,5M$. A képletben E a felszabaduló energia, mértékegysége joule, M pedig a földrengés erőssége a Richter – skálán.
- Az 1763 – ban Komárom környékén észlelt földrengés erősségét a Richter – skála szerint $6,3$ – esre becsülik. Mekkora energia szabadult fel a rengés középpontjában?
 - A 2011 – ben Oroszlány környékén történt földrengésben $7,08 \cdot 10^{11}$ joule energia szabadult fel. Mekkora volt a rengés erőssége egy tizedesre kerekítve?
 - A 2017 – ben Bábolnán bekövetkezett rengés erőssége $0,8$ – del kisebb volt, mint a 2015 – ös miskolci rezgés erőssége. Hányad része volt a rengések következtében a Bábolnán felszabaduló energia a Miskolcon felszabaduló energiának?
30. (K) Egy tóba honosítás céljából 500 darab csíkos sügért telepítettek 2005 márciusában. A halbiológusok figyelemmel kísérték az állomány gyarapodását és azt találták, hogy a halak száma a $h(t) = 500 \cdot \log_3(2t + 3)$ függvénnyel írható le, ahol t a telepítéstől eltelt évek számát jelenti.
- Mennyi csíkossügér élt a tóban 2006 márciusában?
 - Hány százalékkal nőtt a halak száma 2007 és 2009 márciusa között?
 - Várhatóan mikor éri el a hal populáció az 1500 darabot?

31. (K) Egy informatikai eszközök gyártó cég olcsó laptopok forgalomba hozását tervezi. A cég marketing osztályának szakemberei szerint az eladott termékek száma – ezer darabban számolva – várhatóan az $s(t) = 100 + 30 \cdot \lg(7t + 1)$ függvény szerint alakul, ahol t a forgalomba kerüléstől eltelt idő években számolva.
- Várhatóan hány darab laptopot adnak el a piacon való megjelenéskor és hány darabot egy év múlva?
 - Hány év múlva érne el az eladás a megjelenéskor eladott mennyiség kétszeresét?
32. (K) Az autóverseny pályákon óránként mérik az aszfalt hőmérsékletét. Egy nyári napon azt tapasztalták, hogy 0 órától délután 3 óráig az aszfalt hőmérséklete jó közelítéssel megadható a $t(x) = 22 \cdot 10^{\frac{x}{34}}$ függvénnyel, ahol x a 0 órától eltelt időt jelenti órában mérve, a hőmérsékletet pedig $^{\circ}\text{C}$ - ban kapjuk.
- Mennyi volt az aszfalt hőmérséklete 0 órakor, illetve reggel 6 órakor?
 - Délután háromkor elérte – e az aszfalt hőmérséklete a kritikus 60°C - ot?
 - Hány százalékkal nőtt az aszfalt hőmérséklete reggel 8 és déli 12 óra között?
33. (K) A Föld különböző növényzetű övezeteit vizsgálva a kutatók arra a megállapításra jutottak, hogy az éves csapadékmennyiség és a termelődött új hajtások mennyisége között a $\lg T = 0,8 \cdot \lg C + 1,2$ tapasztalati összefüggés állítható fel, ahol T a termékenység (szárazanyag – tartalomra számítva $\frac{\text{g}}{\text{m}^2}/\text{év}$ egységben), C pedig az éves csapadékmennyiség cm – ben.
- Fejezd ki a megadott képletből a T változót!
 - Fejezd ki a megadott képletből a C változót!
 - Kb. mekkora termékenységűek az évi 1 m – es csapadékú övezetek (pl. a mérsékelt égövi füves területek)?

34. (K) Egylépcsős rakéta elméletileg elérhető legnagyobb sebessége: $v = 2,303u \cdot \lg \frac{m_0}{m_v}$, ahol m_0 a rakéta kilövés előtti tömege, m_v a rakéta végső tömege az összes hajtóanyag elégetése után, u pedig a rakéta hajtóművéből kiáramló gáz sebessége a rakétatesthez viszonyítva.
- a) A II. világháborús V2 rakéták esetén $m_0 = 13\,000\text{ kg}$, $m_v = 4000\text{ kg}$, $u = 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt. Legfeljebb mekkora sebességet érhetnek volna el?
- b) Technikai okok miatt m_0 nem haladhatja meg az m_v ötszörösét, és u sem lehet nagyobb $2,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ -nál. Legfeljebb mekkora sebességet lehet egylépcsős rakétákkal elérni?
35. (K) A 0°C - os környezetben kihűlő folyadék ($^\circ\text{C}$ - ban mért) hőmérsékletét a $T(t) = a \cdot 10^{-bt}$ összefüggés írja le, ahol a és b adott állandók, t az eltelt idő percben. Határozd meg az a és a b értékét, ha tudjuk, hogy $T(0) = 100^\circ\text{C}$ és $T(10) = 79^\circ\text{C}$. Az adatok alapján 20 perc elteltével mekkora lesz a folyadék hőmérséklete?
36. (K) A lézersugarak nagyon intenzív fény - és hősugarak, melyeket egy pontra összegyűjtenek. Egyre gyakrabban használják a gyógyászatban is. A sugarak intenzitása exponenciálisan csökken anyagokba való behatolásakor. 6 mm mélységben az intenzitás az eredeti érték 10% - ára csökken.
- a) Írj fel formulát az intenzitás csökkenésére!
- b) Mekkora az intenzitás 2 mm mélységben?
- c) Milyen mélységben lesz az intenzitás 200 és $500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ között, ha a kibocsátáskor – a forrás elhagyásakor – az intenzitás $800 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$?
- d) Mekkora legyen az eredeti intenzitás, hogy 7 mm mélységben $150 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ legyen a lecsökkent intenzitás?
37. (K) A fényerőt (I) a fényforrástól d (m) távolságban $I(d) = I_0 \cdot a^d$ függvény adja meg, ahol I_0 a kezdeti fényerő, " a " a közegtől függő állandó ($0 < a < 1$). Tudjuk, hogy egy helyen egy motorkerékpáros lámpája még a ködben is észrevehető, ha ott a fényerő az eredeti fényerejének legalább a 60% - a meg van. Legfeljebb milyen távolságból lehet látni a motorkerékpárost, ha $a = 0,94$?

38. (E) A fényerőt a fényforrástól d (m) távolságban $I(d) = I_0 \cdot a^d$ függvény adja meg, ahol I_0 a kezdeti fényerő, " a " a közegtől függő állandó ($0 < a < 1$). Tudjuk, hogy egy kerékpáros lámpája még a ködben is észrevehető egy téli napon, ha eredeti fényerejének legalább 60 % - a meg van.

a) Milyen távolságból lehet látni a kerékpárost, ha $a = 0,96$?

b) Két szembejövő kerékpáros sebessége $12 \frac{km}{h}$, illetve $18 \frac{km}{h}$. Attól kezdve, hogy észreveszik egymást mennyi idő múlva találkoznak?

c) A $12 \frac{km}{h}$ sebességgel haladó kerékpáros mögött $54 \frac{km}{h}$ sebességgel haladó gépjármű vezetője el tudja – e kerülni az ütközést, ha reakcióideje 0,5 s, az autó 2 s alatt fékeződik le?

39. (E) A fény a ködben elég rövid távon elveszti a fényerejét. A fényerőt a fényforrástól d távolságban az $I(d) = I_0 \cdot a^d$ függvény adja meg, ahol I_0 a kezdeti fényerő; d a lámpától való távolság; " a " egy a köd sűrűségétől függő állandó érték ($0 < a < 1$). Tudjuk, hogy egy autó lámpája még a ködben is észrevehető, ha az eredeti fényerejének legalább az 5 % - a megvan. Tudjuk továbbá, hogy egy novemberi napon $a = 0,95$.

a) Milyen messziről lehet látni a szembejövő autó lámpáját?

b) Attól kezdve, hogy észreveszik egymást, mennyi idő múlva találkoznak, ha mindkét autó sebessége $90 \frac{km}{h}$?

c) Az egyik, még éppen nem látva a szembe jövőt, egy előtte csak $45 \frac{km}{h}$ sebességgel haladó teherszállító járművet kezd előzni, amelynek hossza 8 méter (az előzést végrehajtó autótól 4 m). A teherjármű éppen 2 méterrel van előtte, és az előzőnek legalább 1 méterrel kell a teherautó elé kerülnie, a teljesen egyenes útszakaszon. Vajon sikerülhet – e még az előzés ütközés nélkül, ha a teherautó nem fékez és az előző sem akarja túllépni a megengedett sebességhatárt ($90 \frac{km}{h}$)?

40. (K) Az egyén által érzékelt (szubjektív) hangerősség és a hangforrás valódi (objektív) hangerőssége közötti összefüggés: $E = 10 \cdot \lg\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, ahol I a $\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$ -ben mért objektív hangerősség, E pedig a decibelben mért szubjektív hangerősség.
- a) Az alig hallható suttogás objektív hangerőssége $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$, a hangszóróból áradó hangos zenéé pedig ennek 1 milliószorosa. Szubjektíve milyen erősségűnek érzik az emberek ezeknek a hangforrásoknak a hangját?
- b) Az 1000 Hz –es hangmagasságon süvítő repülőgép – motor hangosságát 130 decibelnek érzékeljük (3 méterről). Hányszorosa a motorzaj objektív hangerőssége a halk suttogásénak?
41. (K) Egy új kórokozó által okozott első elhalálozást 1981 – ben regisztrálták, 1982 – ben 2, 1983 – ban 3 haláleset következett be. Az új betegség miatti évenkénti elhalálozásokat 10 éven keresztül figyelve, az adatok gyorsuló ütemű növekedést mutatnak. Ha a folyamatot exponenciálisnak tételezték fel, akkor a trend egyenlete $h = 1,27 \cdot 1,569^x$, ahol x az 1981 óta eltelt évek számát, h pedig az $(1981 + x)$ – ben bekövetkezett halálesetek számát jelenti.
- a) A megadott összefüggés segítségével becsüld meg, mennyi az adott betegség miatt 2005 – ben várható elhalálozások száma!
- b) Ha a trend változatlan maradna, akkor melyik évben érné el az 1 000 000 – t az elhalálozások száma?
42. (K) Számítógépünk az internetről jó kapcsolat esetén 128 megabájt adatot tölt le másodpercenként. Egyik este sajnos a hálózat túlterheltsége miatt a letöltés sebessége másodpercről másodpercre csökkent. Elkezdtünk letölteni egy programot, melynek mérete 254 megabájt. A letöltés első másodpercében maximális sebességgel érkeztek az adatok, a második másodpercben felére csökkent a letöltött adat mennyisége, majd minden egyes másodpercben megfeleződött (a megelőző másodperchez képest) ez az érték.
- a) Mennyi idő alatt töltődik le a program?
- b) Hány másodperc múlva megy a letöltési sebesség a kritikus másodpercenkénti 100 kilobájt alá? (1 megabájt = 1024 kilobájt)

43. (K) Kisebb mennyiségű cukor oldódása nagy mennyiségű vízben közelítőleg az $M(t) = M_0 \cdot a^t$ formula szerint, tehát időben exponenciálisan zajlik ($0 < a < 1$; a cukor vízbe kerülésétől percben mért időt jelöli a t ; $M(t)$ a t időpontig még fel nem oldódott cukor mennyisége; M_0 pedig a teljes cukor mennyisége, amit a vízbe tettünk). Legyen $a = 0,95$.
- a) Mennyi idő múlva oldódik fel a cukormennyiség fele?
- b) Ha a 99,9 % - os oldódást már „lényegében teljesen” nevezzük, akkor mikorra oldódik fel lényegében teljesen a cukor?
44. (K) Zoli egy 60 méteres toronyban kipróbálta a bungee jumpingot. Ha az ugrókötel nem lassítja, hány másodperc alatt érte volna el a víz felszínét? A megtett utat az $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ összefüggéssel számolhatjuk ki, a kezdősebességet tekintjük 0 - nak, $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$ a nehézségi gyorsulás, s az út, t az út megtételéhez szükséges időtartam.
45. (K) Ismerjük a fizikából, hogy a légnyomás felfelé haladva exponenciálisan csökken, azaz h (méter) magasságban: $p(h) = p_0 \cdot 2^{-c \cdot h}$, ahol $p_0 \approx 100\,000 \text{ Pa}$ (a légnyomás a Föld felszínén). Tudjuk, hogy kb. 5 500 m magasan feleennyi a légnyomás.
- a) Mennyi a c állandó értéke?
- b) Mennyi a légnyomás a Himalája tetején (kb. 8 800 m magasan)?
46. (K) A csillagászok az égitestek fényességét ún. magnitúdóban mérik. A régi görögök a legfényesebb csillagokat nevezték elsőrendűeknek, a szabad szemmel még éppen láthatókat hatodrendűeknek, vagyis a nagyobb szám jelzi a halványabb csillagot. A skála logaritmikus, vagyis minden egész magnitúdó-változás (különbség) ugyanannyiszoros eltérést (hányadost) jelent. 5 magnitúdó-változás 100 - szoros fényerősség változást jelent.
- a) Hányszoros fényerőváltozást jelent 1 magnitúdó-változás?
- b) A Nap $-26,8$ magnitúdós, a Hold $-12,2$. Hányszor olyan fényes a Nap, mint a Hold?

47. (K) A pH egy dimenzió nélküli kémiai mennyiség, mely egy adott oldat kémhatását (savasságát vagy lúgosságát) jellemzi. Híg vizes oldatok esetén a pH egyenlő az oxóniumion – koncentráció $\left(\frac{mol}{dm^3}\right)$ tízes alapú logaritmusának ellentettjével: $pH = -\lg(H_3O^+)$.
- Szobahőmérsékleten $1 dm^3$ tiszta víz $10^{-7} mol$ oxóniumiont tartalmaz. Mennyi a tiszta víz pH értéke?
 - Egy testápolót úgy reklámoznak, hogy a pH – értéke 5,5. Mennyi az oxóniumion – koncentráció ebben az oldatban?
 - Egy oldatban az oxóniumion – koncentrációt a 100 – szorosára növeljük. Hogyan változik az oldat pH – értéke?
48. (K) Ha a levegő tengerszinten pascalban mért nyomását p_0 jelöli, és h méter magasságban a nyomás pascalban mérve p , akkor ezen mennyiségek között az alábbi összefüggést írhatjuk fel: $\lg p = \lg p_0 - 5,203 \cdot 10^{-5} \cdot h$.
- Ha tengerszinten a nyomás $10^5 Pa$, akkor mekkora a nyomás a Mount Everest csúcsán, azaz 8848 m magasan? (Az eredményt két tizedesjegyre kerekítve add meg!)
 - Milyen magasságban lesz a nyomás 50 % - a a tengerszinten mért nyomásnak? (A megoldást egész értékre kerekítve add meg!)
49. (K) A régészeti leletek radiokarbon kormeghatározásához használt egyik összefüggés: $A_t = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, ahol A_t és A_0 méréssel meghatározható értékek, T a C^{14} szénizotóp felezési ideje (5570 év), t pedig a vizsgált anyag meghatározandó életkora. Ha – egy leleten elvégzett mérések alapján - A_t háromszorosa az A_0 – nak, akkor milyen idősnek mondható a régészeti lelet a radiokarbon – módszer szerint?
50. (K) A radioaktív anyagok bomlását az $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ egyenlet írja le, ahol m a pillanatnyi tömeg, m_0 a kezdeti tömeg, t az eltelt idő, T pedig az anyag felezési ideje. A bizmut-214 radioaktív izotóp 10% - a 3 perc alatt elbomlik.
- Mekkora a Bi^{214} felezési ideje?
 - Egy óra alatt hányadrészt csökken a radioaktív bizmutizotóp tömege?
 - Mennyi idő múlva marad meg az eredeti mennyiség 0,01 % - a?

51. (K) A radioaktív anyagok bomlását az $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ egyenlet írja le, ahol m a pillanatnyi tömeg, m_0 a kezdeti tömeg, t az eltelt idő, T pedig az anyag felezési ideje.
- Hányadrésze van meg egy kőzetben (2018 – ban) az időszámításunk kezdetén még meglévő radioaktív tóriumizotópoknak (a tóriumizotóp felezési ideje 80 ezer év)?
 - Egy óra alatt hányadrészére csökken a 19,7 perc felezési idejű radioaktív bizmutizotóp tömege?
52. (K) Ismert, hogy a radioaktív bomlás során az m_0 kezdeti tömegű, T felezési idejű (a felezési idő az az időtartam, amely alatt a kezdeti tömeg a felére csökken) radioaktív anyagból t idő múlva megmaradó tömeg: $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$.
- Egy bizonyos radioaktív anyagról tudjuk, hogy a kezdeti 8 mg tömeg 6 perc alatt 2 mg – ra csökken. Mennyi az anyag felezési ideje?
 - Egy másik radioaktív anyagról tudjuk, hogy a felezési ideje 15 év. Ismert, hogy a kezdeti tömeg 30 év alatt 3 g – ra csökken. Mennyi volt a kezdeti tömeg?
 - Kétféle radioaktív anyagról a következőket tudjuk. Az első felezési ideje T_1 , kezdeti tömege M_1 . A második anyag tömege a megfigyelés kezdetén M_2 , de nem ismerjük a T_2 felezési időt. Azt tudjuk még, hogy t idő alatt a két anyag úgy bomlik el, hogy a megmaradó tömegük egyenlő lesz. Fejezd ki a $T_2 - t$, M_1, M_2 és T_1 segítségével!
53. (K) A ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotóp felezési ideje 1614 év, ami azt jelenti, hogy az anyag mennyiségének fele ennyi idő alatt bomlik el. A bomlási folyamat során t év múltán meglévő bomlatlan anyag mennyisége: $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{1614}}$, ahol m_0 a kiindulási, még teljes egészében bomlatlan anyag tömege. Egy fából készült régészeti leletben $7600 \text{ } {}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotóp van cm^3 – enként. Mennyi idős a lelet, ha egy ugyanolyan fából készült mai tárgyban $11\,000 \text{ } {}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotóp van cm^3 – enként?
54. (K) A radioaktív bomlást az $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ egyenlet írja le, ahol m a pillanatnyi bomlatlan tömeg, m_0 a kezdeti tömeg, t az eltelt idő, és T a felezési idő. A ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotóp mennyiségének fele 1614 év alatt bomlik el, azaz a felezési ideje 1614 év.
- Egy régi fa lelet cm^3 – enként $9375 \text{ } {}^{226}_{88}\text{Ra}$ – izotópot tartalmaz. Milyen öreg lelet ez a lelet, ha ugyanilyen élő fa $10\,000 \text{ } {}^{226}_{88}\text{Ra}$ – izotópot tartalmaz cm^3 – enként?
 - Legalább mennyi idő szükséges ahhoz, hogy egy adott mennyiségnek több, mint a $\frac{3}{5}$ – öd része elbomoljon?

55. (K) A radioaktív anyagok bomlását a $C = C_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ egyenlet írja le, ahol C a pillanatnyi aktivitás, C_0 a kezdeti aktivitás, t az eltelt idő, T pedig az anyag felezési ideje.
- Mennyi a felezési ideje annak a radioaktív izotópnak, amelynek kezdetben $4 \cdot 10^{-15} \text{ Bq}$ aktivitású darabja két hét múlva már csak $2,97 \cdot 10^{-15} \text{ Bq}$ aktivitású? (Bq: becquerel az aktivitás mértékegysége)
 - Mennyi idő múlva lesz a kezdetben $2 \cdot 10^{-14} \text{ Bq}$ aktivitású, 5 napos felezési idejű radioaktív anyagdarab aktivitása $7,58 \cdot 10^{-15} \text{ Bq}$ aktivitású?
56. (K) 1614 év alatt bomlik el a ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotóp mennyiségének fele (${}^{226}_{88}\text{Ra}$ felezési ideje 1614 év).
- Mennyi idő alatt bomlik el egy adott mennyiség $\frac{2}{5}$ - része, ha a bomlási folyamatot az $N_t = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ formula írja le (N_0 az izotóp kezdeti mennyisége; N_t a bomlatlan izotópok száma t idő múlva; T az izotóp felezési ideje)?
 - Mennyi idő alatt bomlik el egy adott mennyiség 75 % - a?
 - Találtak egy régi fa leletet, amely cm^3 -enként 8975 ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotópot tartalmaz. Milyen régi lehet ez a lelet, ha ugyanilyen élő fa 10 000 ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ izotópot tartalmaz cm^3 -enként?
57. (K) A régészeti leletek kormeghatározásának egyik lehetséges módszere az úgynevezett radiokarbon módszer. Ennek lényege, hogy a radioaktív ${}^{14}\text{C}$ szénizotóp bomlásánál az izotópok számának időfüggését az $N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ összefüggés adja meg, ahol N_0 az izotópok száma kezdetben; T pedig a felezési idő: ennyi idő alatt csökken az adott mintában a ${}^{14}\text{C}$ szénizotópok száma a felére. Tudjuk, hogy a ${}^{14}\text{C}$ szénizotóp esetén $T = 5570$ év, így a képlet segítségével t meghatározható, ha ismert $\frac{N(t)}{N_0}$ értéke.
- Hány éves lehet az a lelet, amelyben a mérések szerint a radioaktív ${}^{14}\text{C}$ mennyisége a 25 % - ára csökkent? (Évszázados pontossággal add meg!)
 - Hány éves lehet az a lelet, amelyben a mérések szerint a radioaktív ${}^{14}\text{C}$ mennyiségének $\frac{2}{3}$ - a elbomlott? (Évszázados pontossággal add meg!)

58. (K) Egy radioaktív anyag kis mennyisége 10^{23} darab radioaktív atomot tartalmaz. A felezési idő 1 óra. Ha egy radioaktív anyag eredetileg N_0 darab bomlatlan atomot tartalmaz, akkor t idő múlva $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ darab bomlatlan atomot fog tartalmazni, ahol T a felezési idő.
- a) Mennyi bomlatlan atomot fog tartalmazni a feladatban megadott anyagminta 15 perc múlva?
- b) Mennyi idő alatt bomlik el az anyagminta 40 % - a?
59. (K) A 226 – os tömegszámú rádium (Ra) radioaktív, felezési ideje 1600 év. Az eredetileg N_0 számú atomot tartalmazó rádium t év elteltével N számú bomlatlan rádiumatomot tartalmaz, ahol N kiszámítható az $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$ összefüggés segítségével is. Mennyi idő alatt bomlik el a rádiumatomok 1 % - a az eredetileg $2,6 \cdot 10^{21}$ atomot tartalmazó (kb. 1 gramm) rádiumban?
60. (E) A radioaktív izotópok bomlásának időfüggését az $N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ összefüggés adja meg, ahol N_0 az izotópok száma kezdetben; $N(t)$ az izotópok száma t idő múlva; T pedig a felezési idő: ennyi idő alatt csökken az adott mintában az izotópok száma a felére. Adott egy urántömb, amely 30 % ^{235}U izotópot és 70 % ^{238}U izotópot tartalmaz. Tudjuk, hogy az ^{235}U izotóp felezési ideje $7,1 \cdot 10^8$ év, az ^{238}U izotóp felezési ideje $4,51 \cdot 10^9$ év. Hány év múlva lesz az ^{235}U mennyisége 1 % -a az ^{238}U mennyiségének?
61. (E) Ha a 0 időpontban N_0 számú bomlatlan atomot tartalmazott a radioaktív anyag, akkor t idő múlva a még bomlatlan atomok száma $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ lesz ($e \approx 2,718$). A λ neve bomlási állandó (megadja, hogy időegység alatt az atomok hányad része bomlik el az adott anyagban). A rádium bomlási állandója: $\lambda = 4,279 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{év}}$.
- a) 100 év alatt hányadrésze bomlik el a rádiumatomoknak?
- b) Mennyi idő múlva bomlik el a rádiumatomok fele? (Ezt az időt a radioaktív anyagok felezési idejének nevezik.)

62. (E) Ha a 0 időpontban N_0 számú bontatlan atomot tartalmazott a radioaktív anyag, akkor t idő múlva a még bomlatlan atomok száma $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ lesz ($e \approx 2,718$). A λ neve bomlási állandó (megadja, hogy időegység alatt az atomok hányad része bomlik el az adott anyagban). A C^{14} szénizotóp radioaktív (az atommagból elektron lép ki és így 7 – es rendszámú nitrogénné alakul át). Tudjuk, hogy radioaktív C^{14} – et tartalmazó anyagban 5570 év alatt csökken felére a C^{14} atomok száma (5570 év a felezési ideje).
- Mekkora a bomlási állandó értéke ebben az esetben?
 - A C^{14} atomok hány százaléka bomlik el évente?
 - Hány év alatt bomlik el a radioaktív szén tartalmazó anyagban a C^{14} atomok 80 % - a?
63. (E) A nagyon magas légrétegekben a világűrűből behatoló kozmikus sugárzás hatására a $^{14}_7N$ nitrogénizotópból radioaktív $^{14}_6C$ szénizotóp keletkezik. Ez az idők folyamán visszaalakul nitrogénné. 5730 év (felezési idő) alatt a $^{14}_6C$ izotóp mennyiségének a fele bomlik el.
- Mennyi idő alatt bomlik el egy adott $^{14}_6C$ mennyiség $\frac{3}{4}$ – része?
 - Találtak egy régi fa leletet, amely a vizsgálatok szerint 33 000 $^{14}_6C$ atomot tartalmaz cm^3 – enként. Milyen öreg lehet ez a lelet, ha az ugyanilyen élő fa 100 000 $^{14}_6C$ izotóp atomot tartalmaz cm^3 – enként?
64. (E) A kísérletekkel is alátámasztott lehülési törvény szerint az ahhoz szükséges idő, hogy egy T_0 hőmérsékletű tárgy, K hőmérsékletű környezetben, T hőmérsékletre lehűljön, $t = k \cdot \ln\left(\frac{T_0 - K}{T - K}\right)$, ahol k a lehülő anyagra jellemző állandó, az időt pedig percben kapjuk. Mennyi idő alatt hűl le a 85 °C hőmérsékletű sült malac 38 °C hőmérsékletre, ha a lakás hőmérséklete 21 °C és $k = 12,5$?
65. (E) A T_1 állandó hőmérsékletű környezetben, kezdetben T_0 hőmérsékletű anyag t (óra) idő múlva T hőmérsékletre hűl, ezt a folyamatot az ún. Newton – féle lehülési törvény $T = T_1 + (T_0 - T_1) \cdot e^{-Kt}$ írja le, ahol K $\left(\frac{1}{óra}\right)$ hőátbocsátási tényező. Állandó, 22 °C - os hőmérsékletű lakásban mennyi idő alatt „hűl le” a 85 °C - os kávé 28 °C - ra? $\left(K = 13 \frac{1}{óra}; e \approx 2,718\right)$

66. (E) T_1 állandó hőmérsékletű környezetben, kezdetben T_0 hőmérsékletű anyag t (óra) idő múlva T hőmérsékletre hűl, ezt a folyamatot az ún. Newton – féle lehülési törvény $T = T_1 + (T_0 - T_1) \cdot e^{-Kt}$ írja le, ahol K (1 / óra) hőátbocsátási tényező. Állandó, 21°C - os hőmérsékletű lakásban mennyi idő alatt „hűl le” a 100°C - os kávé 40°C - ra? ($K = 13,5$ 1 / óra)
67. (E) Mekkora magasságba kell emelkedni a Földtől, hogy a légnyomás a tengerszinten mért légnyomás kétharmadára csökkenjen? A kilométerben megadott h magasságban uralkodó p nyomást a $p = p_0 \cdot e^{-0,1275h}$ formulával kapjuk ($e \approx 2,718$, ez a természetes alapú logaritmus alapszáma).
68. (E) A tengerszint felett h kilométer magasságban a légkör nyomását ($p(h)$) a $p(h) = p_0 \cdot e^{-0,1275 \cdot h}$ formulával közelítjük, ahol $p_0 \approx 101\,300\text{ Pa}$ a légkör nyomása a tengerszinten.
- a) „Magyar idő szerint vasárnap 20 óra 7 perckor Felix Baumgartner bázisugró leugrott a sztratoszféra pereméről. Ez a történelem legmagasabbról végrehajtott ugrása, a leggyorsabb szabadesése és a legmagasabbra elérő emberrel megtett ballonos repülés.” (Forrás: www.hvg.hu)
- Baumgartner Felix 36 km magasságból ugrott le. Mekkora volt ebben a magasságban a légkör nyomása? Válaszod százasokra kerekítve add meg Pa – ban!
- b) „Oxigénpalack nélkül hódította meg Klein Dávid a Manaszlut (Nepál), a Föld nyolcadik legmagasabb hegyét.” (Forrás: www.erdekesvilag.hu)
- Hány méter magas a Manaszlu hegy, ha a hegycsúcson a nyomás $35\,800\text{ Pa}$? Válaszodat egészre kerekítve add meg!
69. (E) Csaba felnőtt korában híres hegymászó szeretne lenni. Tudja, hogy a légköri nyomás a magassággal csökken. Milyen magas hegyre kell felmennie, hogy a nyomás a tengerszinten mért érték 75% - ára csökkenjen? A tengerszinten mért nyomás értéke $p_0 = 10^5\text{ Pa}$, a nyomás magasságfüggését a $p = p_0 \cdot e^{-0,1275 \cdot h}$ egyenlet írja le, ahol $e = 2,718$ és h a magasság kilométerben mérve.
70. (E) Az üvegszálás távközlésre gyakorlatban az 1300 nm - es, illetve az 1550 nm – es hullámhosszokat alkalmazzák, az ott található csillapítási minimumok miatt. Miközben a fény az üvegen áthalad, energiája a megtett úttal arányosan csökken. Egy z távolság megtétele után a fény energiája $P(z) = P_0 \cdot e^{-Kz}$, ahol P_0 a kezdeti energia, az $e \approx 2,718$ (Euler – féle szám vagy Napier – állandó), és a K állandó az ún. csillapítási tényező. Mekkora út megtétele után csökken a fény energiája 10% - kal, ha $K = 0,0027 \frac{1}{\text{km}}$? (Az eredményt egész km – re kerekítve add meg!)

71. (E) A gázok adiabatikus (hőcsere nélküli) állapotváltozását a $\frac{p^{k-1}}{T^k}$ állandó egyenlet írja le, ahol p a gáz nyomása, T a hőmérséklete, k pedig egy, a gázfajtára jellemző arányszám. Mekkora ez az arányszám héliumra, ha annak egy adiabatikus folyamatban 69 % - kal nő a nyomása, miközben 23 % - kal nő a hőmérséklete?
72. (E) Gazdaságkutatók szerint Közép – és Kelet – Európa „átmeneti” országainak átlagos egy főre jutó GDP – je $n = \frac{\lg F - \lg f}{\lg r - \lg R}$ év alatt éri utol a fejlett országokét, ahol F és f a fejlett, illetve átmeneti országok jelenlegi egy főre jutó GDP – jét jelöli. 1992 – ben a fejlett országokban ez a mutató (átlagosan) 17 444 dollár, az átmeneti országokban pedig 4 627 dollár volt. R és r azt mutatja meg, hányszorosára növekszik egy év alatt a fejlett, illetve fejlődő országok egy főre jutó GDP – je. A fejlett országokban az egy főre jutó GDP éves növekedési üteme 2 % (vagyis $R = 1,02$). Hány százalékos éves növekedést kellett volna elérni az átmeneti országokban, hogy az utolérés 20 év alatt bekövetkezzen?
73. (E) Ismert a barometrikus magasságformula: $p_x = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot x}$, ahol x jelöli a tengerszint feletti magasságot, p_x jelöli a légnyomást ebben a magasságban, p_0 jelöli a légnyomást a tengerszinten ($x = 0$ magasságban), ρ_0 a levegő sűrűségét a tengerszinten, g pedig a gravitációs gyorsulás nagyságát.

$$e \approx 2,718; p_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}; \rho_0 = 1,3 \frac{kg}{m^3}; g = 9,81 \frac{m}{s^2} \text{ és } N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

- a) Mekkora a légnyomás 10 km magasságban? Ez hány százaléka a normális légnyomásnak?
- b) Egy léghajóban a barométer a tengerszinten mért érték 90 % - át jelzi. Milyen magasan lebeg?

74. (E) Az Eiffel – torony biztonsága érdekében a torony profilját a megfelelő intervallumon a következő logaritmussfüggvény írja le: $y = 91 \cdot \left| \ln \frac{|x|}{62,5} \right|$. A torony 1. szintje 57,63 m, 2. szintje 115,75 m, 3. szintje 276,13 m magasságban van.



- a) Mekkora a torony alapjának szélessége?
- b) Mekkora a 2. szinten levő terasz szélessége?
- c) A 3. szinten levő terasról milyen messzire lehet ellátni?
(A horizont távolságát keressük a toronytól légvonalban, ha a Földet $6,37 \cdot 10^6$ m sugarú gömbnek tekintjük.)
75. (E) A matematikai információelméletben az n betűs ábécéből alkotott, m számú karakterből álló hír információmennyiségét a $H := m \cdot \log_2 n$ képlettel definiálták (Hartley – képlet). A legegyszerűbb ábécé kétjelű ($n := 2$, mert egy jellel nem lehet hírt közölni). Ha ebből egy jelet kiválasztunk ($m := 1$), akkor megkapjuk a lehető legkisebb információs értékkel rendelkező hírt. Ez az információs érték: $\log_2 2$, azaz éppen 1 lesz. Ezt az információmennyiséget John W. Tukey nevezte el 1 bit – nek (a „binary digit” rövidítése).
- a) Mekkora a 90 számú lottó első, illetve második kihúzott számának információs értéke?
- b) Hány betűs ábécé esetén lenne egy 5 karakterből álló hír információs értéke 15 bit?
- c) Mekkora egy hétjegyű telefonszám információs értéke?
76. (E) Alkalmazzuk a fékezett (logisztikus) növekedés modelljét az emberiség létszámának változására az elmúlt évszázad néhány ismert értékének figyelembevételével. A modell szerint a vizsgálat kezdetétől eltelt t idő múlva a lélekszám $N(t) = \frac{K \cdot N_0}{N_0 + (K - N_0) \cdot a^t}$, ahol N_0 az induló egyedszám, K a körülmények szerint „elviselhető” maximális egyedszám, a pedig a növekedésre jellemző állandó. Tudjuk, hogy 1960 – ban kb. 3 milliárd ember élt a Földön, 1977 – ben pedig 4,1 milliárd.
- a) A képlet szerint hányan kellene lennünk most a Földön, ha feltesszük, hogy legfeljebb 20 milliárd embernek van megfelelő létfeltétel (élelem, hely, stb.)?
- b) Hányan fogunk élni a modell szerint 2050 – ben, illetve 2100 – ban?

77. (E) Egy városban az influenza terjedését próbálják a logisztikus növekedéssel modellezni, ezért a betegek számát az $N(t) = \frac{K \cdot N_0}{N_0 + (K - N_0) \cdot a^t}$ formulával közelítik, ahol t a járvány kezdetétől eltelt idő napokban, $N(t)$ a megbetegedések száma t nap elteltével, N_0 a járvány kezdetekor a betegek száma (ez most 1000 fő volt), K a város teljes lakossága (ez most 1 500 000 fő, ennél több beteg nyilván nem lehet). 5 nappal a járvány kezdete után már 4205 fertőzött volt.

- Mutasd meg, hogy a képletben szereplő a paraméter értéke 0,75!
- Hány betegre számíthatnak a járvány kezdete után 7, illetve 13 nap múlva?
- Hány nap elteltével lesz 13 210 beteg?

78. (E) Alkalmazzuk a fékezett (logisztikus) növekedés modelljét az emberiség létszámának változására az elmúlt évszázad néhány ismert értékének figyelembevételével. A modell szerint a vizsgálat kezdetétől eltelt t idő múlva a lélekszám $N(t) = \frac{K \cdot N_0}{N_0 + (K - N_0) \cdot a^t}$, ahol N_0 az induló egyedszám, K a körülmények szerint „elviselhető” maximális egyedszám, a pedig a növekedésre jellemző állandó. Tudjuk, hogy 1960 – ban kb. 3 milliárd ember élt a Földön, 1977 – ben 4, 1 milliárd, 1994 – ben pedig 5, 5 milliárd ember élt a Földön.

- A modell szerint „legfeljebb” hány ember tud még megélni a Földön?
- Mekkora e feltételek mellett az emberiség várható létszáma 2050 – ben, illetve 2100 – ban?

79. (E) Egy közéleti személyiséget felismer valaki egy kétes hírű bárban. Egy órán belül 4 ismerősének meséli ezt el (később másnak ár nem), akik hasonló ütemben terjesztik a hírt. Vajon 48 óra múlva hányan tudják a hírt a városban?

Mivel exponenciálisan sokáig nem terjedhet a hír, hiszen egyre többen tudják, s akkor egyre gyakrabban olyannak mesélnék el, aki már ismeri, a logisztikus modellt használjuk azok számának becslésére, akik már tudják a hírt: $N(t) = \frac{K \cdot N_0}{N_0 + (K - N_0) \cdot a^t}$, ahol N_0, K, a állandók és t óra elteltével $N(t)$ ember tudja a hírt. Azt tudjuk, hogy 1 óra múlva 4, 2 óra múlva 16, 3 óra múlva 54 ember hallott a hírről. Ekkor mit mondhatunk: 48 óra múlva hányan hallottak a hírről?

80. (E) Két cég első évi nyereségét összehasonlítva a kisebbé fele annyi volt, mint a nagyobb cégé. A kisebb cég azonban dinamikusabban fejlődik, mint a nagyobb, az ő nyeresége várhatóan évente $2p$ % - kal, míg a nagyobbé csak p % - kal növekszik. Hány év múlva éri utol a kisebb cég nyeresége a nagyobb cégét?

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2011.; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (14) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (21) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (22) Saját anyagok