

Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek

DEFINÍCIÓ: (Logaritmus függvény)

Ha az a egy 1 – től különböző pozitív valós szám, akkor az $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \log_a x$ függvényt a alapú logaritmus függvénynek nevezzük.

Megjegyzés:

- Ha $a > 1$, akkor a függvény szigorúan monoton növekvő.
- Ha $0 < a < 1$, akkor a függvény szigorúan monoton csökkenő.

Alapegyenletek:

$$(1) \log_a f(x) = c$$

↓ definíció szerint

$$f(x) = a^c$$

$$(2) \log_a f(x) = \log_a g(x)$$

↓ a logaritmus függvény szigorú monotonitása miatt

$$f(x) = g(x)$$

Megjegyzés:

Amennyiben az egyenlet nem alapegyenlet, akkor a logaritmus azonosságainak alkalmazásával próbáljuk meg alapegyenletté alakítani.

Alapegyenlőtlenség:

$$\log_a f(x) < \log_a g(x)$$

↓ a logaritmus függvény szigorú monotonitása miatt

Ha $a > 1$, akkor $f(x) < g(x)$.

Ha $0 < a < 1$, akkor $f(x) > g(x)$.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_9 x = -2$

b) $\log_7 x = 3$

c) $\log_{0,1} x = -1$

d) $\log_{1000} x = -\frac{2}{3}$

e) $\lg x = 0$

f) $\lg x = 0,3010$

2. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_x 625 = 2$

b) $\log_x 23 = 1$

c) $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$

d) $\log_{x^2} 16 = 4$

e) $\log_x 36 = \frac{3}{2}$

f) $\log_x 0,25 = -2$

3. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_4(x - 2) = 3$

b) $\log_5(x - 1) = 0$

c) $\log_3(2x + 3) = 5$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(3 - x) = -2$

e) $\log_{125}(2x + 5) = \frac{1}{3}$

f) $\log_{\sqrt{2}}(10x - 3) = 4$

4. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_5 x^2 = 4$

b) $\log_{81}(x - 3)^8 = 2$

c) $\lg^2 x = 1$

d) $\log_2(x^2 - 3x) = 2$

e) $\log_5^3 x = 1$

f) $\log_2(x - 1)^2 = 2$

5. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_7(x^2 - 15) = 2$

b) $\log_2(x^2 + 7x) = 3$

c) $\log_3(x^2 - 56x + 111) = 1$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x - 34) = 0$

e) $\log_{0,25}(x^2 + 7x + 16) = -1$

f) $\log_{\frac{1}{8}}(x^2 - 5x + 8) = -\frac{1}{3}$

6. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_2|x| = 4$

b) $|\log_3 x + 5| = 1$

c) $\log_7|2x - 14| = 0$

d) $\log_4(|x| - 1) = 1$

e) $\lg|x + 1| = 3$

f) $|\log_3|x|| = 2$

7. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_x x^2 = 2$

b) $\log_x(4x - 15) = 1$

c) $\log_x(x + 6) = 2$

d) $\log_x(x^3 + x^2 - 12x + 35) = 3$

e) $\log_{2x-1}(3x^2 - 4x + 5) = 2$

f) $\log_{|x|+2}(4x + 3) = 1$

8. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\lg(x + 3) = \lg(2x - 11)$

b) $\lg(2x - 4) = \lg(8x - 10)$

c) $\log_8(3x + 4) = \log_8 17$

d) $\log_7(x^2 + x) = \log_7(10 - 2x)$

e) $\log_{29}(|x| + 5) = \log_{29} 33$

f) $\log_5|2x - 7| = \log_5(-2 - 5x)$

9. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 15$

b) $\log_x 20x - \log_x 5 = 6$

c) $2 \cdot \log_3(x - 1) = \log_3 4$

d) $\lg(x - 7) = 3 - \lg 2$

e) $\lg(x^2 - 1) = \lg(x + 1) + \lg(x - 1)$

f) $\log_3(x - 3) - \log_3(x - 2) = -1$

10. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\lg(x + 1) + \lg(x - 5) = 2 + \lg(x - 2)$

b) $\log_3(5x - 7) - \log_3(3x + 9) = \log_3 4 + 3 \cdot \log_3 5 - \log_3 \frac{500}{9}$

c) $2 \cdot (\lg 6 - \lg x) = \lg 9 + \lg\left(\frac{4}{x} - 1\right)$

d) $\lg(x^2 - 5x - 9) - \lg(2x - 1) = 0$

e) $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 11) = 3 \cdot \sqrt{\log_4 256}$

f) $\lg(x - 4)^2 = 2 \cdot \lg(x - 4)$

11. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\lg(10x - 2) - 2 \cdot \lg(x + 1) = \lg 2$

b) $\lg x = \lg(x + \sqrt{6}) + \lg(x - \sqrt{6})$

c) $\frac{\lg(x - 100)}{1 - \lg 5} = 2$

d) $\frac{\log_3 x}{\log_3 x - \log_3 2} = 3$

e) $\lg(x - 0,99) = \frac{\lg 100}{\lg 0,1}$

f) $\frac{\lg(2x + 5) - \lg x}{2 + \lg 100} = \frac{1}{4}$

12. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\lg \sqrt{x-2} - \lg (x-5) + \lg 2 = 0$

b) $\lg(x-9) + 2 \cdot \lg \sqrt{2x-1} = 2$

c) $\frac{1}{2} \cdot \lg(x^2 - 3x) - \lg \sqrt{3-x} = 0$

d) $\lg \sqrt{x-1} + \lg \sqrt{2x+6} = \lg (x+3)$

e) $\frac{1}{2} \cdot \log_3(x+1) - \log_3 \sqrt{x+4} = \log_3 4,5 - 2$

f) $\frac{1}{2} \cdot \lg 2x = \lg(3-x) - \lg \sqrt{x+1}$

13. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_2(1-x) - \log_2\left(1 - \frac{1}{x}\right) = 4$

b) $\lg 5 + \lg (x+5) - 2 \cdot \lg (3x-1) = -\lg (x+13)$

c) $\lg(x+11) - \lg(2x-3) = 0,4771$

d) $\lg\left(x - \frac{2}{x}\right) + 1 = \lg 30 - \lg\left(x + \frac{2}{x}\right)$

e) $2 \cdot \log_2\left(\frac{x-7}{x-1}\right) + \log_2\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 1$

f) $\log_{x-1} \frac{x-1}{3-x} = 2$

14. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\frac{1}{2} \cdot [2 + \lg(x+1) + \lg 0,25] = \lg 20 - \lg \sqrt{x+1}$

b) $\lg(7x-9)^2 + \lg(3x-4)^2 = 2$

c) $2 \cdot \log_3(x-2) + \log_3(x^2 - 8x + 16) = 0$

d) $\lg(x-1)^3 - 3 \cdot \lg(x-3) = \lg 8$

e) $\log_{x+1}(x^3 + 3x^2 + 4x + 2) = 3$

f) $\frac{\lg(35-x^3)}{\lg(5-x)} = 3$

15. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_2[\log_3(x-1)] = 1$

b) $\log_5\{\log_4[\log_3(\log_2 x)]\} = 0$

c) $\log_5[6 - \log_3(1 + \log_2 x)] = 1$

d) $\log_2[\log_3(x^2 - x - 3)] = 0$

e) $\log_{\frac{1}{16}}[5 + 3 \cdot (2 - \log_8 x)] = -\frac{1}{2}$

f) $\log_{49}\{5 + 2 \log_3[4 - \log_2(x-6)]\} = \frac{1}{2}$

16. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_5[\log_{0,5}(\log_{0,25} x)] = 1$

b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{x}{2}\right) = -1$

c) $\log_8[4 - 2 \cdot \log_6(5 - x)] = \frac{1}{3}$

d) $\log_3\{\log_4[\log_3^2(x-3)]\} = 0$

e) $\log_{25}\left[\frac{1}{5} \cdot \log_3(2 - \log_{0,5} x)\right] = -\frac{1}{2}$

f) $\log_3\{\log_8[\log_2(x+9)]\} = -1 + \log_3 2$

17. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_{\frac{5}{2}}[2 \cdot (1 + \log_{16} x)] = 1$

b) $\log_3[1 + \log_2(3 \cdot \log_2 x + 1)] = 1$

c) $\log_{64}\{11 + 5 \log_3[5 - \log_5(x+11)]\} = \frac{2}{3}$

d) $\log_2\langle 1 + \log_3\{1 + \log_4[1 + \log_5(1 + \log_6 x)]\} \rangle = 0$

e) $\log_{\frac{1}{4}}\left\{15 - \log_{\frac{1}{5}}\left[1 - \log_{\frac{1}{3}}(5x+1)\right]\right\} = -2$

f) $\log_{\frac{1}{3}}\{5 - \log_{\sqrt{2}}[2 + \lg(x^2 - 8x + 16)]\} = -1$

18. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_5^2 x^2 + 9 \cdot \log_5 x - 9 = 0$

b) $2 \cdot \lg^2 x - 11 \cdot \lg x + 5 = 0$

c) $\lg^2 x^2 = \lg 10000$

d) $4 - \lg x = 3 \cdot \sqrt{\lg x}$

e) $\lg^2 x + \lg x^2 = -1$

f) $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$

19. (K) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\lg^2 x^2 + 3 \cdot \lg x^2 = 40$

b) $\log_3^2 x - 4 \cdot \log_3 x^2 + 15 = 0$

c) $\log_2^2 x - \log_2 \sqrt{x} = \frac{1}{2}$

d) $\log_3[(\log_2 x)^2 - 3 \cdot \log_2 x + 5] = 2$

e) $(\log_2 2x)^2 = \log_2 \frac{x^2}{2} + 3$

f) $\lg^2(x - 1) - \lg(x - 1) = 6$

20. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $x^{4 \cdot \log_2 x} = 16$

b) $x^{\log_2 x + 4} = 32$

c) $100^{\lg(x+20)} = 10000$

d) $x^{\lg x} = 1000x^2$

e) $(2x + 1)^{\lg(2x+1)-3} = 0,01$

f) $(x + 1)^{\lg(x+1)} = 100 \cdot (x + 1)$

21. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $x^{6 \cdot \log_{64} x - 1} - 6 \cdot \log_5 125 = 46$

b) $9^{\log_2 x + 0,5} - 28 \cdot 3^{\log_2 x - 1} + 1 = 0$

c) $4^{\log_3 x + 1} - 33 \cdot 2^{\log_3 x} + 8 = 0$

d) $4^{\log_x 16} - 17 \cdot 2^{\log_x 16} + 16 = 0$

e) $9^{\log_x 5} - 80 \cdot 3^{\log_x 5 - 1} = 9$

f) $x^{\lg x} + 10 \cdot x^{-\lg x} = 11$

22. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\left(\frac{100}{x}\right)^{\lg x - 3} = 1$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\lg^2 x - \lg x} = \frac{1}{125} \cdot 5^{\lg x - 1}$

c) $2 \cdot \lg(\lg x) = \lg(3 - 2 \cdot \lg x)$

d) $x^{\sqrt{\lg x}} = 10$

e) $x^{0,1 + \frac{1}{5} \lg x} = \sqrt{x}$

f) $\left(\frac{x}{3}\right)^{3 + \lg x} = 3 \cdot 10^4$

23. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_3 x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

b) $3 \cdot \log_5 x + \log_{25} x = 7$

c) $\log_4 x - \log_{0,25} x = 4$

d) $\log_5 x + \log_{25} x^4 = 4$

e) $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$

f) $\log_2 x - 2 \cdot \log_4 x = 5 \cdot \log_{16} x - 2,5$

24. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_7 x + 2 \cdot \log_{\frac{1}{7}} x = \log_{49} x - 3$

b) $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

c) $\log_2 x + \log_8 x - \log_{16}(4x) = 6$

d) $\log_9(x-2) - 2 \cdot \log_3(x-2) = 3$

e) $\log_2(x+1)^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 4$

f) $\log_2(x+1) - \log_4(3x-5) = 1$

25. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_3 x + 8 \cdot \log_x 3 = 6$

b) $4 \cdot \log_4 x + 3 = 2 \cdot \log_x 2$

c) $2 \cdot \log_x 25 - \log_{25} x^3 = 1$

d) $\log_x 8 - \log_{4x} 8 = \log_{2x} 16$

e) $\log_9 x + \log_{x^2} 3 = 1$

f) $5 \cdot \log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + 8 \cdot \log_{9x^2} x^2 = 2$

26. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $2 \cdot \log_4 x + 2 \cdot \log_x 4 = 5$

b) $\log_5(x+20) \cdot \log_x \sqrt{5} = 1$

c) $\log_x 9 + \log_{3x} 3 + \log_{9x} 27 = 0$

d) $\log_{\frac{4}{\sqrt{x}}} x + \log_3 x - \log_{\frac{1}{3}} x = 8$

e) $\log_{\sqrt{x+1}} x + \log_x(x+1)^2 = 5$

f) $\log_{x+1}(x-0,5) = \log_{x-0,5}(x+1)$

27. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $(\log_3 x) \cdot (\log_9 x) \cdot (\log_{27} x) = \frac{4}{3}$

b) $(\log_2 x) \cdot (\log_4 2x) = 2 \cdot \log_4 2$

c) $\sqrt{\log_x 5x} \cdot \log_5 x = \sqrt{2}$

d) $\lg(10x^2) - \lg \sqrt[3]{x} = 11$

e) $\log_2(\lg x + 2 \cdot \sqrt{\lg x} + 1) - 2 \cdot \log_4(\sqrt{\lg x} + 1) = 1$

f) $\lg^2 5 - \lg^2 3 = (1 - \lg x) \cdot \lg \frac{5}{3}$

28. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $7^{\log_3 x^2} - 7^{\log_9 x^2} - 42 = 0$

b) $(x - 2)^{\lg(x-2)} + 10 \cdot (x - 2)^{-\lg(x-2)} = 11$

c) $4^{2 \cdot \lg x} \cdot 5^{\lg x} = 6400$

d) $\lg \left[x^{\lg(x^{\lg x})} \right] = \lg x$

e) $x^{(\lg \sqrt{x})^3 - \frac{5}{8} \lg x} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

f) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\lg 4}{\lg 8}$

29. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_2(3 + 2^x) + \log_2(5 - 2^x) = 4$

b) $2 \cdot \lg 0,2 + \lg(5^{\sqrt{x}} + 1) = \lg(5^{1-\sqrt{x}} + 5)$

c) $\lg 10 + \frac{1}{3} \cdot \lg(271 + 3^{\sqrt{2x}}) = 2$

d) $1 + \lg(3^{x-3} + 15) = \lg 3 + \lg(9^{x-3} - 1)$

e) $\lg x + \lg(\lg 2) = \lg[\lg(3 + 2^{x-2})]$

f) $2 \cdot \lg 2 + (1 + x) \cdot \lg 3 - \lg(3^{2x} + 27) = 0$

30. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $x + \log_2(9 - 2^x) = 3$

b) $x \cdot (1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$

c) $\log_3^2(x^2 - 8x + 15) - [\log_3(x^2 - 8x + 15) - 1] \cdot \log_3 5 = \log_3(x^2 - 8x + 15) + [\log_3(x^2 - 8x + 15) - 1] \cdot \log_3 7$

d) $\lg\left(\frac{5}{2 \cdot \sqrt{x} - 1} + \frac{8}{2 \cdot \sqrt{x} + 1} + \frac{7 + 16 \cdot \sqrt{x}}{1 - 4x}\right) + \lg\left(\frac{2 \cdot \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}\right) - \lg(10 - 8 \cdot \sqrt{x}) = 0$

e) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\lg^2 x + 1} = \left(\frac{49}{9}\right)^{2 - \lg x^3}$

f) $\log_{\cos x} \sin x + 4 \cdot \log_{\sin x} \cos x = 4$

31. (E) Oldd meg az alábbi egyenletet a valós szám párok halmazán!

$$\log_2 \left[\cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right] = \frac{2}{y^2 - 4y + 6}$$

32. (E) Mely x, y valós számok elégítik ki az alábbi egyenlőséget?

$$\log_{\sqrt[4]{2}} \frac{2 \sin^2[x \cdot (1 + \operatorname{ctg} x)]}{\sin(2x)} = -y^2 + 6y - 5$$

33. (E) Oldd meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet!

$$\log_2 3 + \log_{2^2} 3^2 + \dots + \log_{2^n} 3^n = \log_2 81$$

34. (E) Bizonyítsd be, hogy $\log_{1991}(x - 3) + \log_{1992}(x - 3) = 3 - \lg(x^5 - 24)$ egyenletnek egyetlen megoldása az $x = 4$!

35. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_3(2x - 4) < 0$

b) $\log_{\frac{5}{3}}\left(\frac{1}{3}x + 1\right) < 1$

c) $\log_{\frac{1}{3}}(2x^2 - 3x - 9) > -1$

d) $\log_3 \frac{5-x}{3x+1} \leq 0$

e) $|\log_3 x| < 2$

f) $\log_{\frac{1}{8}}(4 - |5 + x|) \leq -\frac{1}{3}$

36. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_5(5x - 3) > \log_5(2x + 3)$

b) $\log_3(x + 3) > \log_3 2x + 1$

c) $\log_4(x + 3) + \log_4(x - 12) \geq 2$

d) $\log_{0,5}(7x - 3) - \log_{0,5}(2x + 1) < 2$

e) $\log_2(15x + 17) - 2 \cdot \log_2(3x - 1) \geq 3$

f) $\log_3(x + 27) - \log_3 2 < \log_3 x + \log_3(8 - x)$

37. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_{\frac{3}{2}}(3x - 4) \geq \frac{2}{3}$

b) $\lg(x + 0, 1) > -1$

c) $1 + \log_2 x + \log_2(x - 1) < \log_2 3 + \log_2(5x - 7)$ sz1fgy 5258

d) $\log_{\frac{3}{4}}(x^2 + x - 6) > \log_{\frac{3}{4}}(3x + 2)$

e) $\log_{\pi}(x + 27) - \log_{\pi}(16 - 2x) < \log_{\pi} x$

f) $2 \cdot \log_4(x - 2) - \log_4(x - 6) \geq 2$

38. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $0,5 \cdot \lg(x^2 - 3x) > \lg \sqrt{3-x}$

b) $\log_{0,1}[\log_2(x^2 - x - 4)] > 0$

c) $\log_2(\sqrt{x+3} - x - 1) \leq 0$

d) $\lg\left(\frac{7-4x-x^2}{1+x^2}\right) > 0$

e) $\log_{15} \sqrt{5x+18} + \frac{1}{2} \cdot \log_{15}(2x+3) > 1$

f) $\log_3\left(x - \frac{10}{x}\right) - 1 < \log_3 5 - \log_3\left(x + \frac{10}{x}\right)$

39. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\log_{2x-1}(4x+2) \leq 0$

b) $\log_{9-x^2}(x+3) < 1$

c) $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 - x(x^2 - 4x + 3)} > 0$

d) $\lg(2^{x-1} - 28) > 2$

e) $\log_2 \left[\log_{\frac{1}{2}}(2^x - 4^x) \right] > 0$

f) $\log_2[\log_3|x^2 + x|] > 1$

40. (E) Legyen az A halmaz a $\sin^2 x = 1 - \cos x \cdot \sin x$ egyenlet $[0; 2\pi]$ intervallumba eső valós megoldásainak halmaza, a B halmaz pedig az $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 8x + 12) > -5$ egyenlőtlenség megoldásainak halmaza. Add meg az $A \cap B$ és az $A \cup B$ halmazokat!

41. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszert a valós számok halmazán!

$$\log_3 x \leq \sqrt{9 \cdot \left(\log_3^2 x - \frac{2}{\log_x 27} \right)} + 1 \leq \log_3 x^2$$

42. (E) Mely egész számokra értelmezhető a következő kifejezés?

$$\frac{1}{\sqrt{\lg(-x^2+8x-6)}}$$

43. (E) Mely természetes számokra értelmezhető a következő kifejezés?

$$\sqrt{\log_3^2 x - 2 \cdot \log_3 x - 3}$$

44. (E) Milyen x értékek esetén értelmezhetők a következő kifejezések?

$$\sqrt{\log_{0,5}(6x^2 - x - 1)}$$

$$\sqrt{3 - \log_2(2x - 1)}$$

$$\sqrt{1 + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x - 1}}$$

$$\frac{\sqrt{-7x^2 + 29x - 4}}{\sqrt{\log_x 5 - \log_5 x}}$$

$$\frac{\sqrt{-\log_3^2(x^2-1) + 3 \cdot \log_3(x^2-1) + 4}}{\sqrt{-x^2 + 2x + 15}}$$

$$\sqrt{4 \cdot \log_2^4 x - 37 \cdot \log_2^2 x + 9}$$

45. (E) Határozd meg a p értékét úgy, hogy a $\log_3(9^x + 9p^3) = x$ egyenletnek két pozitív gyöke legyen!

46. (E) Melyek azok a p, q egészek, amelyekre $\log_a(p + q) = \log_a p + \log_a q$ teljesül?

47. (E) A k paraméter mely értékére van a $\log_4(16^x + 16k^2) = x + 1$ egyenletnek pontosan egy megoldása?

48. (E) Hány megoldása van a természetes számok halmazán a következő egyenletnek, ahol $a \in \mathbb{N}$ paraméter?

$$\log_x 10000 = (\log_x 10)^2 + a$$

49. (E) Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_x(px) = p$ egyenletet, ahol p valós paraméter!

50. (E) Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán ($a > 0; a \neq 1$)!

$$\log_a x + 2 \cdot \log_{a^2} x + \log_{a^3} x = 7$$

51. (E) Milyen p valós paraméter esetén van pontosan egy megoldása a valós számok halmazán a következő egyenletnek?

$$(2 + \log_2 p) \cdot x^2 + (6 \cdot \log_2 p) \cdot x + 4 \cdot \log_2 p + 1 = 0$$

52. (E) Határozd meg az a valós paraméter értékét úgy, hogy minden valós x - re teljesüljön az $\log_{a-1}(x^2 + 3) \geq 1$ egyenlőtlenség!

53. (E) Oldd meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{\log_x a^2 x} \cdot \log_{a^2} x + \sqrt{6} = 0 \quad (a \neq 0; a \neq 1)$$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2004.; Matematika 11.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2011; Matematika 11. középszint; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 11; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (12) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (14) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2008.; 15 próbaérettségi matematikából középszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából emeltszint - írásbeli; Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Dr. Ruff János; 2018.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (21) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (22) Saját anyagok