

Elsőfokú egyenletrendszerek

Egyenletrendszerek:

Az egyenletrendszerek megoldása során olyan számpárokat, számhármassokat, stb. keresünk, melyek egyszerre több egyenletnek is megoldásai.

Egyenletrendszerek megoldása:

Az egyenletrendszereket úgy oldjuk meg, hogy az egyik ismeretlent kiküszöbölve áttérünk egyetlen ismeretlent tartalmazó egyenletre, majd ezt megoldva, a visszahelyettesítés után megkapjuk az előzőleg elhagyott ismeretlent is.

Az egyenletrendszerek megoldásának módszerei a következők:

- Behelyettesítő módszer: Az egyik egyenletből fejezzük ki valamelyik ismeretlent, majd az így kapott alakot helyettesítjük a másik egyenletbe. Ezt a módszert akkor célszerű használnunk, ha van olyan egyenlet, melyben az egyik ismeretlen együtthatója 1.
- Egyenlő együtthatók módszere: A két egyenletet alakítsuk úgy (szorzással, vagy osztással), hogy az egyik ismeretlen előtt álló együtthatók megegyezzenek, vagy egymás ellentettjei legyenek. Ekkor a két egyenletet összeadva (kivonva) ez az ismeretlen kiesik.
- Összehasonlító módszer: Mindkét egyenletből fejezzük ki ugyanazt az ismeretlent, s az így a kapott értékeket tegyük egyenlővé egymással.
- Új ismeretlen bevezetése: Hozzuk egyszerűbb alakra az egyenleteket, s azokat megoldva a kapott eredményeket helyettesítsük vissza az általunk bevezetett ismeretlenek helyére.

A feladat végén a megoldásokat $(x; y)$ számpároként írjuk fel, s az eredeti egyenletekbe való visszahelyettesítéssel ezeket ellenőriznünk kell.

Megjegyzés:

- *A megoldáshoz bármelyik módszert alkalmazhatjuk. Ha azonosságot kapunk, akkor végtelen sok megoldás adódik, ahol az y függ az x értékétől. Ellentmondás esetén nincs megoldás.*
- *Az egyenletrendszereket megoldhatjuk grafikusan is. Mindkét egyenletből fejezzük ki az $y - t$ és a kapott lineáris függvényeket ábrázoljuk közös koordináta – rendszerben. A két grafikon metszéspontjának koordinátái adják az egyenletrendszer megoldását.*
- *Amennyiben több ismeretlen szerepel az egyenletrendszerben, mint egyenlet, akkor vagy végtelen sok megoldása van a feladatnak (amiknek a megoldásához be kell vezetnünk új paramétereket), vagy nincs megoldása.*
- *Ha több egyenletünk van, több ismeretlennel, akkor a megoldási módszereket többször is alkalmazva arra törekszünk, hogy olyan egyenlethez jussunk, amelyben már csak egyetlen ismeretlen szerepel.*

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket behelyettesítő módszerrel!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ 4x + 3y = 6 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + 12y = 35 \\ 3x - 8y = 17 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 7x - 2y = 12 \\ 4x + 6y = 14 \end{array} \right\}$$

2. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket behelyettesítő módszerrel!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 8 \\ 2x + y = 10 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ 3x + 7y = 6 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 2x + 7y - 78 = 0 \\ 2x + 10y - 95 = 16 \end{array} \right\}$$

3. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket behelyettesítő módszerrel!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} x - y = 0,5 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 3y = 3 \\ 3x - 9y = 8 \end{cases}$$

4. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket behelyettesítő módszerrel!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 2y = -10 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x - 2y = 20 \end{cases}$$

5. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket egyenlő együtthatók módszerével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 2x + 9y = 43 \\ 6x + 9y = 75 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -3x + 5y = -4 \\ 4x + 3y = 15 \end{cases}$$

6. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket egyenlő együtthatók módszerével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 3x + 6y = 17 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 4y = 14 \\ 7x + 5y = -39 \end{cases}$$

7. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket egyenlő együtthatók módszerével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 2x + 5y = 25 \\ 4x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x + 9y = 8 \\ 9x - 8y = 69 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 17x - 4y = 9 \\ -5x + 6y = 7 \end{cases}$$

8. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket egyenlő együtthatók módszerével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x - 5y = 17 \\ -8x + 10y = -34 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 12x + 16y + 1 = 0 \\ 15x + 20y + 10 = 0 \end{cases}$$

9. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket összehasonlító módszerrel!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} x + 2y = 17 \\ x - y = 11 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 3x + 8y = 19 \\ 11x - 8y = -5 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 19 \\ 3x - 10y = -15 \end{array} \right\}$$

10. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszert három különböző módszerrel!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{array} \right\}$$

11. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} 4x + 11y = 176 \\ 7x - 8y = 90 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \frac{4}{5}x - \frac{1}{3}y = 5 \\ 2x + 5y = 65 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 7x + y = 129 \\ 13x - 6y = -59 \end{array} \right\}$$

12. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 25x - 4y + 1 = 0 \\ 31x - 5y + 16 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 6x + 3y = 4,9 \\ 10x - 4y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + 1,3y = 7 \\ 3x = 14 - x + 1,1y \end{cases}$$

13. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 21x - 9y + 3 = 0 \\ 4x - 5y + 17 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2,5x + y = -2 \\ -5x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x - 6y = 4 \\ 6x + 5y = \frac{11}{15} \end{cases}$$

14. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}y = 6 \\ -\frac{2}{7}x + \frac{3}{4}y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = \frac{1}{6} \\ -4x + \frac{5}{6}y = \frac{7}{8} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}y = 1,8 \\ \frac{2}{5}x - \frac{3}{4}y = 3,4 \end{cases}$$

15. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 0,75x - 0,25y = 0,75 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 0,5x - 1,3y = 1 \\ -3x + 5,3y = -6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 3,2y + 1,5 = 0 \\ 2,5x + 1,6y - 3 = 0 \end{cases}$$

16. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} &= 4 \\ \frac{3x}{4} - \frac{5y}{6} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{2y}{5} &= 1 \\ 5x - 6y &= 15 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{2x}{3} - \frac{y}{5} &= 0 \\ \frac{3x}{4} + \frac{2y}{5} &= 2 \end{aligned} \right\}$$

17. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} &= 2 \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} &= 4 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{x+2y}{4} - \left(x - \frac{y}{3}\right) &= 1 + y \\ \frac{y+3}{6} + \frac{2-x}{2} &= 3 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{x-1}{2} + \frac{2y-3}{3} &= 2 \\ 4x - 5 &= 9 - 3y \end{aligned} \right\}$$

18. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} 2x - \frac{5y+2}{6} &= 10 \\ \frac{11y+3}{5} - \frac{4 \cdot (x-3)}{3} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{x+y-2}{5} + \frac{x-y-1}{3} &= -\frac{8}{15} \\ \frac{x}{2} + \frac{3y}{4} &= \frac{5}{8} \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{3 \cdot (x-y)}{5} + \frac{5 \cdot (x+y)}{3} &= 18 \\ \frac{2 \cdot (x+2y)}{11} + \frac{5 \cdot (x-2y)}{3} &= 7 \end{aligned} \right\}$$

19. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{x+2}{8} &= \frac{y+1}{6} - \frac{y-x}{5} \\ y - 2x &= \frac{x-3}{3} - \frac{y-3}{4} \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} x - \frac{5y-2}{6} &= 7 \\ \frac{9y-8}{4} - \frac{7 \cdot (x+12)}{6} &= -11 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{x+3}{2} - \frac{y-5}{3} &= \frac{1}{6} \\ \frac{x+3}{5} + \frac{y-5}{2} &= \frac{1}{10} \end{aligned} \right\}$$

20. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} &= \frac{2 \cdot (x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} &= 2y - x \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{2x+3y}{3} - \frac{2 \cdot (x+5) + y}{9} &= 2 \\ \frac{x+8}{5} + \frac{y-1}{2} &= 3 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{0,2x+0,1y}{2} - \frac{4x-y}{10} &= \frac{3x+0,5y}{30} + \frac{x-y}{5} \\ \frac{3x+2y-1}{8} &= 3 - \frac{0,8x-5y}{41} \end{aligned} \right\}$$

21. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} 3y + 1 - \frac{3 \cdot (x-5y)}{4} &= x - \frac{27y+22}{8} \\ x + 3 - \frac{5x-9y}{6} &= 3y - \frac{3-5x}{9} \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} 0,5 - y &= \left\{ \frac{1}{2} \cdot [x - 3 \cdot (y - 0,4)] + 1,4 \right\} \cdot 0,75 \\ 2 \cdot \left[1 - \frac{1-2 \cdot (x-y)}{5} \right] - 1,4 &= 3 \cdot (2x+3) \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} 2 - \frac{x+2y}{5} &= 7x - 5y + 4 \\ 7x - 5y + 4 &= -\frac{1}{3} \cdot [5 + 3 \cdot (x-3) - y] \end{aligned} \right\}$$

22. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} 2,4x - 1,5 \cdot (x - y) &= 1,2 \\ -\frac{x}{2} - \frac{3}{2} \cdot (x - 2y) &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} 2 \cdot (x + y) + 3 \cdot (x - y) &= 3 \\ 2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) - (5 - 4y) &= 4 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} 2 \cdot (2x + 4y - 2) - 3 \cdot (2x - y + 1) &= -2 \\ 3 \cdot (x + 2y - 1) - 2x + y &= 7 \end{aligned} \right\}$$

23. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} 2 \cdot (x + y) + 4 \cdot (x - y) &= 3 \\ 3 \cdot (x + y) + 6 \cdot (x - y) &= 4,5 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} (3x + 2) \cdot (4y - 3) &= 3 \cdot (2x + 1) \cdot (2y - 2) \\ 3x + 4y &= 6 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} (x + 3) \cdot (y + 5) &= (x + 1) \cdot (y + 8) \\ (2x - 3) \cdot (5y + 7) &= 2 \cdot (5x - 6) \cdot (y + 1) \end{aligned} \right\}$$

24. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} (x+2) \cdot (2y-3) &= 2 \cdot (x-7) \cdot (y+6) \\ \frac{2x+7}{3} - \frac{y-3}{2} &= 7 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} (x+3) \cdot (y-1) &= (x-2) \cdot (y+3) \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} &= \frac{9}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{2x-5y}{5} - \frac{3x-2y}{3} &= -3 \\ (5x-1) \cdot (2y+1) &= (2x-4) \cdot (5y+4) \end{aligned} \right\}$$

25. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} (x-5)^2 - (x+2)^2 &= y-3 \\ 7x+y &= 17 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} (x-6) \cdot (x+6) - 2 \cdot (y-3) &= x^2 + x - 47 \\ (2x-y)^2 - (3+4y+y^2) &= 4x \cdot (x-1-y) - 7 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} 1 - 2 \cdot \{3 + 4 \cdot [5 - 6 \cdot (7x + 8y)]\} &= 3 \\ 4 \cdot (x-2)^2 - 5 \cdot (y+3)^2 + (y-6) \cdot (y+6) &= 4 \cdot (x^2 - y^2) - 79 \end{aligned} \right\}$$

26. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} (x+7)^2 + 2 \cdot (y-8)^2 - x^2 &= 2y^2 + 117 \\ 3x + 2y &= -4 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} 2 \cdot (x-3)^2 + 3 \cdot (4-y)^2 &= 2 \cdot (x^2 + 1,5y^2) + 30 \\ (x+5) \cdot (y-1) - xy &= 6 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} 9 - \{8 - [7 - 6 \cdot (5x - 4y)]\} &= 8 \\ (3x-1)^2 - (3x+1)^2 + 9y^2 &= (3y-1) \cdot (3y+1) + 4y - 67 \end{aligned} \right\}$$

27. (K) Oldd meg a következő egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{2x-1}{y+2} &= -1 \\ \frac{2y}{3} - \frac{3x}{2} &= 5 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{2x-3}{2y-5} &= \frac{3x+1}{3y-4} \\ 3 \cdot (y+2) - 2 \cdot (x-3) &= 16 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{5x-4}{3y+2} &= \frac{15x-2}{9y+4} \\ 3 \cdot (3y+2) + 4 \cdot (5x-4) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

28. (E) Oldd meg a következő egyenletrendszereket új ismeretlen bevezetésével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} - \frac{8}{y} = 8 \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 51 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \frac{10}{x-5} + \frac{1}{y+2} = 1 \\ \frac{25}{x-5} + \frac{3}{y+2} = 2 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \frac{2}{3x} + \frac{7}{6y} = \frac{1}{2} \\ \frac{5}{3x} + \frac{1}{6y} = \frac{1}{3} \end{array} \right\}$$

29. (E) Oldd meg a következő egyenletrendszereket új ismeretlen bevezetésével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} \frac{15}{x} - \frac{7}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 35 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 2x + \frac{3}{y-1} = -1 \\ 11x - \frac{6}{y-1} = -13 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \frac{5}{3x-2} - \frac{2}{5y+1} = 10 \\ \frac{3}{5y+1} = 1,8 + \frac{3}{2-3x} \end{array} \right\}$$

30. (E) Oldd meg a következő egyenletrendszereket új ismeretlen bevezetésével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{3}{5x} + \frac{2}{3y} &= \frac{1}{3} \\ \frac{7}{10x} - \frac{5}{6y} &= \frac{1}{15} \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{27}{2x-y} + \frac{32}{x+3y} &= 7 \\ \frac{45}{2x-y} + 1 &= \frac{48}{x+3y} \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{4}{2x-y+2} + \frac{3}{x+y+1} &= 5 \\ \frac{3}{2x-y+2} + \frac{6}{-x-y-1} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

31. (E) Oldd meg a következő egyenletrendszereket új ismeretlen bevezetésével!
(Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{2}{x} - \frac{3}{2y} &= \frac{3}{2} \\ \frac{5}{3x} + \frac{1}{4y} &= \frac{3}{4} \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} -\frac{4}{x+1} + \frac{2}{y-2} &= 0 \\ \frac{3}{x+1} + \frac{1}{2y-4} &= 4 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} \frac{4}{2x+y+1} + \frac{1}{2-2x+y} &= 7 \\ \frac{4}{2x+y+1} + \frac{1}{2x-y-2} &= -3 \end{aligned} \right\}$$

32. (E) Oldd meg a következő egyenletrendszert! (Alaphalmaz: \mathbb{Q})

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2} \cdot x + \sqrt{3} \cdot y &= 5 \\ \sqrt{2} \cdot x - \sqrt{3} \cdot y &= -1 \end{aligned} \right\}$$

33. (E) Melyik pozitív egész számpárok megoldásai az alábbi egyenletrendszernek?

$$\left. \begin{aligned} |x| + y &= 3 \\ |x - 1| &= y + 2 \end{aligned} \right\}$$

34. (E) Oldd meg a következő több ismeretlenes egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{aligned} x + 2y + 3z &= 4 \\ x - y - z &= 3 \\ 3x - y + 2z &= 5 \end{aligned} \right\}$$

$$b) \left. \begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ y + 2z &= 8 \\ z + 2u &= 11 \\ u + 2x &= 6 \end{aligned} \right\}$$

$$c) \left. \begin{aligned} 6x - 2y - 3z &= 25 \\ 3y + z - 2v &= 24 \\ 4x - 3y - 2v &= 13 \\ x - 2v - u &= 4 \\ 2y + v &= 15 \end{aligned} \right\}$$

35. (E) Oldd meg a következő több ismeretlenes egyenletrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2y + z = 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 4x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} a + 2b + c - d = 3 \\ -a + b - 2c + 2d = 0 \end{cases}$$

36. (E) Oldd meg a következő egyenletet! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$(x + 2y - 7)^{2008} + |2y - 3z - 1| + \sqrt{x - 3z} = 0$$

37. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \begin{cases} 3x + 7 > 2x + 1 \\ 2x - 8 \leq \frac{1}{3}x + 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 11x - 8 < 20x + 2 \\ 8x + 7 < 3x - 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x + 2) < 4 \cdot (x - 5) \\ 2 \cdot (x - 2) - 3 \cdot (x + 1) \geq 4 \cdot (x + 5) \end{cases}$$

38. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} 2x - 3 \leq 5x + 2 \\ \frac{x+6}{5} > 3 - 2x \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 2x - 1 > 4x + 3 \\ \frac{5-x}{3} < \frac{2+x}{5} \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} (x-3) \cdot (x-4) < (x+1) \cdot (x+2) \\ x \cdot (x+1) + x \cdot (x+2) > (2x-1) \cdot (x+3) \end{array} \right\}$$

39. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} \frac{2x+15}{9} \geq \frac{1}{5} \cdot (x-1) + \frac{x}{3} \\ \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \frac{3x-1}{2} - \frac{5-2x}{3} > 2x+1 \\ \frac{2x+4}{3} + \frac{4-3x}{4} < \frac{5x+1}{2} \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} x+2 < \frac{2x-8}{6} - \frac{18-4x}{3} \\ 9 - \left(\frac{x-2}{4} + \frac{2}{3} \right) > x \end{array} \right\}$$

40. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \left. \begin{array}{l} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} \leq \frac{2x+7}{3} - 8 \\ \frac{7x}{3} - \frac{11 \cdot (x+3)}{6} < \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2} \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{5} \\ 7 \cdot (3x-6) + 4 \cdot (17-x) < 11 - 5 \cdot (x-3) \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 2 - \frac{5+x}{7} < 1 - \frac{9-x}{14} \\ 12 - \frac{1}{3} \cdot \left(47 - \frac{60}{x}\right) > 3 \end{array} \right\}$$

41. Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszereket! (Alaphalmaz: \mathbb{N})

$$a) \left. \begin{array}{l} 2 \cdot (x-1) + 2x > 3x + 5 \\ 4x \leq 5 \cdot (x+1) \\ x + 7 < 3x - 2 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 2 \cdot (x+3) + 5 \geq 3x - 7 \\ x + 5 < 2x - 1 \\ (x-5) \cdot 2 > x - 9 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 5 \cdot (x+1) + 2x < -3x \\ x - 12 > 2x + 7 \\ 4 \cdot (x+5) + 8 \leq 3x + 2 \end{array} \right\}$$

42. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszert a valós számok halmazán!

$$-\frac{2}{3} < \frac{3-4x}{5x+2} < \frac{3}{2}$$

43. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszert a valós számok halmazán!

$$-0,1 < \frac{x+1}{2x-3} - 3 < 0,1$$

44. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségrendszert a valós számok halmazán!

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+2}{x-1} < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} < \frac{x-1}{x+2} \end{array} \right\}$$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2002.; Matematika 9.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 9; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 12; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (12) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (14) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

- (15) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fröhlich Lajos; 2007.; Plusz 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából (emeltszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Ruff János; 2016.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (21) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (22) Saját anyagok