

Elsőfokú törtes egyenletek, egyenlőtlenségek

Algebrai törtes egyenletek megoldása:

- 1) Első lépésben írjuk fel az értelmezési tartományokat (feltételeket), ha van a tört nevezőjében változó, mert a 0 - val történő osztást nem értelmezzük.
- 2) Ezt követően alakítsuk szorzattá a nevezőket, majd hozzuk közös nevezőre a törteket.
- 3) Végül a közös nevezővel való szorzás után oldjuk meg az egyenletet.
- 4) A kapott értéket vizsgáljuk meg, hogy megfelel – e az értelmezési tartománynak.

Megjegyzés:

A törtek elhagyásánál ügyelni kell arra, hogy a keletkező kifejezést zárójelbe kell tenni, ha a tört előjele negatív.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = x + 1$$

$$b) \frac{x^2 - 4}{x + 2} = 2x + 1$$

$$c) \frac{x^2 - 1}{3x + 3} = x - 5$$

$$d) \frac{\frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3}}{\frac{x}{3} + \frac{3x-1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$e) \frac{\frac{x}{2} - 2}{x - 1} + \frac{\frac{x}{2} + 2}{x + 1} = 1$$

$$f) 3 - \frac{1}{3} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{x}}$$

2. (K) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{x - 4}{x + 3} = 3 + \frac{x + 2}{x + 3}$$

$$b) \frac{2x}{x - 2} + \frac{4}{2 - x} = 2$$

$$c) 2 \cdot \left(5 + \frac{1}{x}\right) - \frac{3}{x} = x + 10 - \frac{1}{x}$$

$$d) \frac{2 - 6x}{3 - x} - \frac{x}{x - 3} = 3 + \frac{3x + 4}{x - 3}$$

$$e) \frac{x - 1}{5} \cdot \frac{x - 3}{x} = \frac{2x + 3}{x} + \frac{x}{5}$$

$$f) \frac{2 - x}{x + 1} + \frac{2x + 3}{1 + x} = 5$$

3. (K) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{8x-3}{6x-3} \cdot \frac{3x-4}{4x-5} = 1$$

$$b) \frac{4x+3}{x-2} \cdot \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}x + 7$$

$$c) \frac{2x+1}{3x+1} : \frac{4}{x} = \frac{x+1}{6}$$

$$d) \frac{x+1}{x+7} : \left(\frac{1}{2} - \frac{x+1}{x+7} \right) = -4$$

$$e) \frac{x}{2} \cdot \frac{3}{x+1} - \frac{5}{x-4} \cdot \frac{x}{6} = 0$$

$$f) \frac{x+3}{x^2-9} : \frac{3x}{x-3} = 3$$

4. (K) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{3x-9}{x-4} - \frac{2x+2}{x+3} = 1$$

$$b) \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{3}{x+3}$$

$$c) \frac{2,5 \cdot (2x-4) - 5x}{2x+4} = 1 - \frac{x+7}{x+2}$$

$$d) \frac{7}{5x+5} - \frac{3}{10x+10} = \frac{11}{120}$$

$$e) \frac{4x+6}{2x+1} + \frac{8}{4x+2} + \frac{6}{6x+3} = 7$$

$$f) \frac{3}{2x^2-x} + \frac{5}{x} = \frac{1}{2x-1}$$

5. (K) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{x}{x - 1} = \frac{2 - x}{x + 1}$$

$$b) \frac{x^2}{4 - x^2} - \frac{x + 2}{2 - x} = \frac{6}{x + 2}$$

$$c) \frac{3x + 13}{x^2 - 9} = \frac{x + 1}{x + 3} - \frac{x}{x - 3}$$

$$d) \frac{1 - x}{x + 4} - \frac{1 - x}{4 - x} + \frac{3x + 32}{x^2 - 16} = -2$$

$$e) \frac{3}{x^2 + 6x + 9} - \frac{1}{x^2 - 6x + 9} = \frac{2}{x^2 - 9}$$

6. (E) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{5x - 3}{x^2 + 3x} - \frac{x + 1}{3x^2 + 9x} + \frac{3}{x} = \frac{2}{x + 3}$$

$$b) \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{x}{2x - x^2} = \frac{4}{x^2 + 2x}$$

$$c) \frac{3}{1 - x^2} = \frac{2}{1 + 2x + x^2} - \frac{5}{1 - 2x + x^2}$$

$$d) \frac{x^2 - 3}{x^2 - 4x + 4} - \frac{1}{2x - 4} + \frac{x + 1}{2 - x} = 0$$

$$e) \frac{x + 2}{x + 6} : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x} \right) = \frac{2x}{3}$$

7. (E) Oldd meg a következő törtes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{x + 1}{2 - 2x^2} - \frac{2x - 1}{x^2 - 1} + \frac{6}{x + 1} + \frac{1}{2 - 2x} = 0$$

$$b) \frac{2x - 7}{2x^2 - 4x + 2} + \frac{x + 1}{x^2 - 2x + 1} - \frac{1}{3 - 3x} = \frac{2}{x - 1}$$

$$c) \frac{5x - 6}{25x^2 - 4} + \frac{5x - 18}{12x - 30x^2} + \frac{1}{6x} = \frac{4x - 5}{20x^2 + 8x}$$

$$d) \frac{1}{x + 5} - \frac{1}{x - 2} = \frac{1}{x + 8} - \frac{1}{x + 1}$$

$$e) \frac{2x}{x^3 - 1} + \frac{x - 2}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{x - 1}$$

8. (E) Oldd meg a következő egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{Z})

$$a) \frac{x+4}{x-2} - \frac{x-2}{x+4} = \frac{6x}{x^2+2x-8}$$

$$b) \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x+3} + \frac{4}{x^2+2x-3} = 0$$

$$c) \frac{x+6}{x-5} + \frac{x-5}{x+6} = \frac{2x^2+23x+61}{x^2+x-30}$$

$$d) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} = \frac{3x-13}{x^2-5x+6}$$

$$e) \frac{x+2}{x+1} + \frac{3}{x-2} = \frac{3}{x^2-x-2} + 1$$

9. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{2}{3-x} > 0$$

$$b) \frac{x+2}{-7} \leq 0$$

$$c) \frac{2-x}{x-4} \geq 0$$

$$d) \frac{12-3x}{1-3x} > 0$$

$$e) \frac{1-x}{x+2} < 0$$

10. (K) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

$$a) \frac{3x}{2x+1} > 1$$

$$b) \frac{3-5x}{2x-5} \leq -3$$

$$c) \frac{3x-5}{x} \leq 2$$

$$d) \frac{x-6}{2x+1} > \frac{2}{3}$$

$$e) \frac{4x}{x-1} < 4$$

$$f) \frac{6-x}{x+2} > -1$$

11. (K) Oldd meg az egész számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\frac{7x-9}{2x+6} < -1$$

12. (K) Oldd meg a természetes számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\frac{7x-3}{5x-4} < 1$$

13. (K) Melyik az a legnagyobb egész szám, amely eleget tesz a következő egyenlőtlenségnek?

$$\frac{2x-15}{3x+7} < \frac{1}{2}$$

14. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\frac{3x-9}{x-3} \leq x$

b) $\frac{x^2-3x}{x-3} > 3$

c) $x - \frac{x^2}{x-2} > 2$

d) $\frac{12-3x}{2x-5} - 2 > \frac{x-4}{5-2x} - 1$

e) $1 + \frac{5}{x-2} < \frac{x-1}{2-x}$

15. (E) Oldd meg a következő törtes egyenlőtlenséget: $\frac{3}{x+2} \leq \frac{7}{x-5}$! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

16. (E) A $\frac{x+2}{x-2} \leq \frac{x-1}{x+3}$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza legyen H . Van-e a H halmaznak legnagyobb, illetve legkisebb eleme?

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2002.; Matematika 9.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (3) Urbán János; 2003.; Sokszínű matematika 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 9; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (6) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 12; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (7) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (8) Urbán János; 2012.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged
- (9) Gerócs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (10) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (11) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (12) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (13) Vancsó Ödön; 2002.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika II.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

- (14) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (15) Fröhlich Lajos; 2005.; 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (16) Fröhlich Lajos; 2007.; Plusz 15 próbaérettségi matematikából (középszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (17) Fröhlich Lajos; 2006.; 15 próbaérettségi matematikából (emeltszint); Maxim Kiadó; Szeged
- (18) Ruff János; 2016.; Érettségi mintafeladatsorok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (19) Dobcsányi János; 2013.; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged
- (20) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (21) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (22) Saját anyagok