Brósch Zoltán (Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma)

Bizonyítási módszerek II.

- Direkt bizonyítás:
  Ez a leggyakoribb bizonyítási módszer. Ennek lényege a következő: Ismert definíciók, tételek segítségével lépésről lépésre történő következtetések levonása után jutunk el a bizonyítandó állításhoz.

- Indirekt bizonyítás:
  Ennek lényege a következő: Egy állítás bizonyítását úgy végezzük el, hogy először feltételezzük az állítás tagadását, majd ebből kiindulva, lépésről lépésre történő következtetések levonása után egy ismert állítással ellentmondó állításhoz jutunk. Ezt az ellentmondást csak úgy oldhatjuk fel, ha a kiindulási feltételezésünk (a bizonyítandó állítás tagadása) nem igaz. Ekkor azonban az eredeti állítás igaz.

BZmatek.eu

Gyakorló feladatok

1. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{2}$ irracionális szám!**

2. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{3}$ irracionális szám!**

3. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{5}$ irracionális szám!**

4. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{15}$ irracionális szám!**

5. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{35}$ irracionális szám!**

6. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{45}$ irracionális szám!**

7. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{6}$ irracionális szám!**

8. **Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt[3]{250}$ irracionális szám!**

9. **Igazold, hogy a $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ irracionális szám!**

10. **Igazold, hogy a $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ irracionális szám!**

11. **Bizonyítsd be, hogy a $\lg 2$ irracionális szám!**

12. Bizonyítsd be, hogy az $\log_n(n+1)$ irracionális szám, minden n pozitív egészre!

13. Igazold, hogy $\cos 15°$ irracionális szám!

14. Bizonyítsd be, hogy irracionális szám tizedestört alakjában legalább egy számjegy végtelen sokszor szerepel!

15. Bizonyítsd be, hogy irracionális szám tizedestört alakjában legalább két számjegy végtelen sokszor szerepel!

16. Bizonyítsd be, hogy nincs két olyan természetes szám, amelyek legkisebb közös többszöröse egyenlő az összegükkel!

17. Bizonyítsd be, hogy nem lehet 3 – nem feltétlenül különböző – egész kitevős hatványai közül ezernek az összege éppen 3333!

18. Bizonyítsd be, hogy a 17 többszörösei között van olyan, amelyik csak 1 – es számjegyekből áll!

19. Bizonyítsd be, hogy minden hegyesszögű háromszög szögei között van két olyan, amelyek aránya legalább 1 és legfelejbb $\frac{5}{3}$!

20. Két kör az A és B pontokban metszik egymást. Megrajzolva mindkét körnek az A – ból induló átmérőjét, ezek másik végpontja legyen A_1 és A_2. Bizonyítsd be, hogy az A_1A_2 egyenes mindig áthalad a B ponton!

21. Egy négyszög oldalai fölé, mint átmérők fölé Thalesz – köröket írunk. Bizonyítsuk be, hogy így a négyzet minden belső pontja le van fedve valamelyik körrel!

22. Igazold, hogy egy konvex sokszögben legfeljebb 35 szög lehet $170°$ - nál kisebb!

23. Bizonyítsd be, hogy nem lehet egy kocka éleire ráírni 1 – től 12 – ig a számokat úgy, hogy az egy csúcsba futó három élen lévő szám összege minden csúcsnál ugyanannyi legyen!

24. Bizonyítsd be, hogy egy bulin, ahol az ismeretségek kölcsönösek, mindig található két ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van!

25. Egyfordulós, körmérkőzéses bajnokságban 14 csapat mindegyike pont egyszer játszott mindenkivel. Bizonyítsd be a következőt: nem lehetséges, hogy minden csapat ugyanannyi döntetlent ért el, mint ahányszor nyert! (A különböző csapatoknál a döntetlenek száma eltérhet.)

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(4) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(5) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(6) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(7) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest

(8) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba

(9) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(10) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(11) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(12) Saját anyagok