

# IV. Algebra

## Algebrai átalakítások. Polinomok

### IV

- 624.** a) Öttel osztható számok pl:  $-10$ ;  $-5$ ;  $0$ ;  $5 \dots$  általánosan  $5 \cdot l$  alakú, ahol  $l$  tetszőleges egész szám. Matematikai jelöléssel:  $5 \cdot l$ ; ahol  $l \in \mathbf{Z}$ ;  
b)  $3 \cdot k + 1$ ; vagy  $3 \cdot k - 2$ ; ahol  $k \in \mathbf{Z}$ ;  
c)  $4 \cdot m - 2$  vagy  $4 \cdot m + 2$  alakú, ahol  $m \in \mathbf{Z}$ ;  
d)  $7 \cdot n + 6$  vagy  $7 \cdot n - 1$  alakú, ahol  $n \in \mathbf{Z}$ .
- 625.** a) Ezek a páratlan számok, így pl.:  $-21$ ;  $5$ ;  $17$ ;  $101$ .  
b) Az ilyen alakú számok hárommal osztva  $2$ -t adnak maradékul. Ilyenek pl.:  $2$ ;  $5$ ;  $-1$ ;  $-10$ .  
c) Az ilyen alakban megadott számok  $7$ -tel osztva ötöt adnak maradékul. Pl.:  $5$ ;  $12$ ;  $33$ ;  $-2$ .  
d) Ez megegyezik a c) résszel.
- 626.**  $11 \cdot l + 10$ , vagy  $11 \cdot l - 1$  alakú, ahol  $l \in \mathbf{Z}$ .
- 627.** A feltételek alapján az oldalak csökkenő sorrendben:  $2 \cdot k + 1$ ,  $2 \cdot k$ ,  $2 \cdot k - 1$  alakúak. A háromszög kerülete a három oldal összege.  $K = 2 \cdot k + 1 + 2 \cdot k + 2 \cdot k - 1 = 6k$ . Pl:  $3$ ,  $4$ ,  $5$  vagy  $9$ ,  $10$ ,  $11$ .
- 628.** a) Legyen a két szám  $a$ ,  $b$ ;  $(a + b) + (a - b) = 2a$ . Így igaz az állítás.  
b) A feltételek szerint a három szám közül a középső  $2k$  alakú, a két szomszédos szám  $2k + 1$ , illetve  $2k - 1$  alakú. A három szám számtani közepe:  $\frac{2k - 1 + 2k + 2k + 1}{3} = \frac{6k}{3} = 2k$ . Az állítás igaz.  
c) Legyen a két szám  $a$ ,  $b$ ;  $(a + b) - (a - b) = a + b - a + b = 2b$ . Az állítás hamis.
- 629.** a)  $A$ , b)  $C$ , c)  $B$ , d)  $C$ , e)  $B$ , f)  $A$ , g)  $A$ , h)  $A$ .
- 630.** a)  $-3x^6 + \frac{1}{2}x^5 + 2x^2 + 7x - 5$ ;  
b)  $\frac{7}{8}y^9 + 16y^8 + 4y^5 + \frac{3}{4}y^3 - 16y^2 - 0,3y + 1$ ;  
c)  $-z^{12} - 3z^{11} + 6z^{10} - 7z^7 + 8z^3 - 5z^2 + 2z + 4$ .
- 631.** a)  $a$  szerint:  $-2ab^3 + 9a^2b^2 - 8a^3b^4 - 7a^4b^5 + a^5b$ ;  
 $b$  szerint:  $a^5b + 9a^2b^2 - 2ab^3 - 8a^3b^4 - 7a^4b^5$ .  
b)  $c$  szerint:  $-88 + \frac{1}{11}d^5 + 3d^6 + \frac{2}{3}cd^2 - \frac{3}{2}c^2d - 11c^4 + 3c^9d^{10}$ ;  
 $d$  szerint:  $-88 - 11c^4 - \frac{3}{2}c^2d + \frac{2}{3}cd^2 + \frac{1}{11}d^5 + 3d^6 + 3c^9d^{10}$ .
- 632.**  $-\frac{3}{2}x^{66} - x^7 + \frac{2}{3}x^5 + \frac{5}{4}x^3 + 100x$ .

## IV

- 633.** a)  $2xy$ ;  $17xy$ ;  $-2xy$ ;  
 $-xy^2$ ;  $\frac{9}{7}xy^2$ ;  
 $\frac{1}{8}x^2y$ ;  $9x^2y$ ;  $4x^2y$ .  
 b)  $5a^2bc$ ;  $7a^2bc$ ;  $-6a^2bc$ ;  
 $ab^2c$ ;  $2ab^2c$ ;  $-6ab^2c$ ;  $5ab^2c$ ;  
 $9abc^2$ ;  $-abc^2$ ;  
 $-3abc$ ;  $3abc$ .
- 634.**  $a^2$ ;  $\frac{7}{5}x$ ;  $b^5a$ ;  $axy$ ;  $\frac{x}{2}$ ;  $-2y^{13}$ ;  $2a(1-x)$ .
- 635.** a)  $2ab = -2$ ;  $-3a^3 = -\frac{3}{8}$ ;  $0,6x^2 = 0,15$ ;  $-\frac{2}{5}y = -\frac{1}{10}$ ;  $-3b = 6$ ;  
 b)  $3x^2y = \frac{1}{3}$ ;  $2xy^2 = \frac{1}{12}$ ;  $-x^3y = -\frac{2}{27}$ ;  $-x^2y^2 = -\frac{1}{36}$ ;  $5xy = \frac{5}{6}$ ;  
 c)  $abc = -2$ ;  $2a^2bc^2 = -4$ ;  $-3ab^3 = 12$ ;  $4abc^2 = -16$ ;  $4a^2bc = -4$ .
- 636.** a)  $2a - 2b$ ; b)  $2x - 2y$ ; c)  $3y - 5$ ; d)  $-3m - 9 + 3n$ ; e)  $5a^2 - 12a$ .
- 637.** a)  $6c + 23d$ ; b)  $10x^3 - x^2$ ; c)  $-19b^2$ ; d)  $x^2y + 14xy^2$ .
- 638.** a)  $28x - 21y + 25z$ ; b)  $5m^2 - 3mn - 3n^2$ ; c)  $14ab - 53bc - 13cd$ ;  
 d)  $20abc - 17bcd - 24cde$ .
- 639.** a)  $1\frac{1}{6}x + 1\frac{1}{6}y - \frac{9}{20}z$ ; b)  $ab - \frac{1}{14}bc - \frac{7}{15}ac$ ;  
 c)  $1,1ab - 3bc + 2cd$ ; d)  $2abc - 0,3bcd + 0,5acd$ .
- 640.** a)  $\frac{5}{6}x^2y^2 - \frac{3}{4}ab - 1\frac{5}{6}a^2b^2 - \frac{3}{4}$ ;  
 b)  $-2\frac{1}{3}x^3 - 2\frac{2}{3}x^2y - 2\frac{1}{4}xy^2 - 2\frac{1}{2}y^3 - \frac{1}{3}$ .
- 641.** a)  $8a^2 - ab - b^2$ ; b)  $-11x^3 + 13x^2 - 4x - 1$ .
- 642.** a)  $9a^2 - 5b^2$ ; b)  $10a - 8c + 9b$ ; c)  $18m - 9n$ ; d)  $20a^2 - 3a$ .
- 643.** a)  $6a$ ; b)  $4a$ ; c)  $-2a^2$ ; d)  $14k^3l^2$ ; e)  $-\frac{43}{30}b^2c$ ; f)  $-6x^2y^3$ ;  
 g)  $3a^n - 2a^2$ .
- 644.** a)  $14b + 2$ ; b)  $2c + 2d$ ; c)  $-19i + 29j - 4k$ ; d)  $-2x^2 - 6xy - 2y^2$ ;  
 e)  $a^3 + 7a^2 - 9a - 2$ .
- 645.** a)  $6x^5$ ; b)  $8a^4$ ; c)  $15m^3$ ; d)  $12p^6$ ; e)  $-18c^3$ ; f)  $16d^4$ ; g)  $3t^3$ ;  
 h)  $-20b^4$ ; i)  $3a^6$ ; j)  $2a^{2n+3}$ ; k)  $-3x^{3n}$ .
- 646.** a)  $-6a^3b^2$ ; b)  $16x^3y^3$ ; c)  $-\frac{1}{2}c^5d^3$ ; d)  $-\frac{5}{9}m^5n^3$ ; e)  $-0,3x^5y^6$ ;  
 f)  $-1,2k^5b^4$ ; g)  $0,32a^{2n+1}b^{3m}$ ; h)  $-\frac{1}{2}x^k y^{k+3}$ .

**647.** a)  $a^8$ ; b)  $10b^{17}$ ; c)  $8c^{13}$ ; d)  $-32e^5d^7$ ; e)  $\frac{2}{3}g^{11}h^7$ ; f)  $i^3$ ;

g)  $\frac{1}{2l^2}$ ; h)  $\frac{2}{3}j^3$ ; i)  $4\frac{l}{k^4}$ .

**648.** a)  $G^2 = \frac{49m^4}{81n^6r^6}$ ; b)  $H^3 = \frac{3^{12}n^3}{7^6m^9r^3}$ ; c)  $G \cdot H = \frac{9}{7n^2mr^4}$ ;

d)  $\frac{G}{H} = \frac{7^3m^5}{3^6n^4r^2}$ ; e)  $\frac{G^4}{H^5} = \frac{7^{14}m^{23}}{3^{28}n^{17}r^7}$ .

**649.** a)  $2a^2 - 8ab$ ; b)  $-15c^2 + 20c$ ; c)  $12x^3 - 24x^2 + 20x$ ;

d)  $12i^4 - 8i^3 - 6i^2$ ; e)  $-6p^3q + 4p^2q^2 - 8pq^3$ ;

f)  $-\frac{4}{3}r^5s^3 - \frac{14}{15}r^4s^2 + \frac{7}{2}r^3s^2 + \frac{7}{4}r^2s^3$ .

**650.** a)  $a^{2k} - 3a^{k+3}$ ; b)  $-10b^{2n} + 6b^{2n-1} + 14b^{n+2}$ ;

c)  $-12i^{2k-4} - 6i^{2k} + 15i^{2k-1}$ ; d)  $21x^{3n} - 15x^{3n-1} + 9x^{3n-2}$ .

**651.** a)  $a^2 - 7a + 12$ ; b)  $-2b^2 - b - 15$ ; c)  $10c^2 + 7cd - 12d^2$ ;

d)  $-6p^3 + 12p^2q + 4pq - 8q^2$ ; e)  $3u^3v^3 - 9u^2v^2 - u^2v^3 + 3uv^2$ ;

f)  $6x^4 - 19x^3y + 19x^2y^2 - 6xy^3 - 6x^2 + 4xy$ .

**652.** a)  $2a^2 - 30$ ; b)  $4b + 14$ ; c)  $c^4 + 2c^3 + c^2 - 1$ ; d)  $d^4 - 1$ ; e)  $9e^2 - 36$ .

## Nevezetes azonosságok

A következő feladatoknál a nevezetes azonosságok felismerése a cél.

**653.** A következő párosításokat lehet megtenni:

$a - C$ ;  $b - B$ ;  $c - D$ ;  $e - C$ .

Nincs párja:  $d$ ,  $A$ ,  $E$  kifejezéseknek.

**654.** A lehetséges párosítások:

$A - d$ ;  $B - c$ ;  $C - d$ ;  $D - c$ ;  $F - a$ ;  $G - e$ ;

Nincs párja az  $E$ ,  $b$ ,  $e$  kifejezéseknek.

**655.** Zárójelfelbontás után látható, hogy  $(b - 1)^2 - 4 = b^2 - 2b - 3$ .

Ha a két tag négyzetének különbségére vonatkozó azonosságot alkalmazzuk,

akkor  $(b - 1)^2 - 4 = (b - 1)^2 - 2^2 = (b - 1 - 2)(b - 1 + 2) = (b - 3)(b + 1)$ .

Így tehát az  $a$ ), illetve  $c$ ) kifejezéssel egyenlő.

**656.** a)  $(c - 1)^2$ ; b)  $(b + 3)^2$ ; c)  $(l - 10)^2$ ; d)  $(7z - 8r)^2$ ; e)  $(12j + 5i)^2$ ;

f)  $\left(\frac{4}{3}l - \frac{3}{4}k\right)^2$ ; g)  $(a^2 - 2)^2$ ; h)  $(d^3 + 5)^2$ ; i)  $(2p^2 - 3q^3)^2$ .

**657.**

A-hoz választható: c), d);

B-hez választható b), e);

C-hez választható: c), d);

D-hez választható: g).

## IV

A teljes négyzetté átirított alak:

A.  $x^2 \pm 4x + 4 = (x \pm 2)^2$ ; B.  $4x^2 \pm 12x + 9 = (2x \pm 3)^2$ ;

C.  $\frac{1}{4}x^2 \pm 4x + 16 = \left(\frac{1}{2}x \pm 4\right)^2$ ; D.  $4x^2 - 8x + 4 = (2x - 2)^2$ .

**658.** a)  $a^2 + 2a + 1$ ; b)  $b^2 - 6b + 9$ ; c)  $4c^2 - 20c + 25$ ; d)  $16d^2 - 24d + 9$ ;

e)  $\frac{1}{4}e^2 + \frac{3}{2}e + 9$ ; f)  $f^2 + 6f + 9$ ; g)  $9a^4b^2 - 6a^2b + 1$ ;

h)  $16a^2b^4 - 8a^2b^3 + 9a^2b^2$ ; i)  $\frac{9}{4}x^4y^2 + 2x^3y^4 + \frac{4}{9}x^2y^9$ ;

j)  $\frac{25}{49}x^8y^4 - \frac{40}{21}x^8y^6 + \frac{16}{9}x^4y^9$ .

**659.** a)  $(a - 4)^2$ ; b)  $(b - 4)^2 - 1$ ; c)  $(c + 2)^2 - 1$ ; d)  $(d - 1,5)^2 + 0,25$ ;

e)  $(e - 5)^2 - 19$ ; f)  $(f - 3,5)^2 - 7,25$ .

**660.** a)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2cb$ ; b)  $x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y$ ;

c)  $mx^2 + b^2 + 9 + 2mxb + 8mx + 6b$ ; d)  $ax^2 + b^2 + \frac{1}{4} - 2axb + ax - b$ ;

e)  $4a^2 + 9b^2 + 16 - 12ab - 16a + 24b$ ;

f)  $9a^2 + 25b^2 + c^2 - 30ab + 6ac - 10bc$ .

**661.** a)  $(x + y + z)^2$ ; b)  $(-a + b + c)^2$ ; c)  $(-c - d + e)^2$ ; d)  $(2x + 3y - z)^2$ ;

e)  $(x + y \pm 2)^2$ ; f)  $(m^2 + m + 1)^2$ .

**662.** a)  $(c^2 + c + 1)^2$ ; b)  $(2x^2 + 3x + 2)^2$ ; c)  $(a - 2a + 3)^2$ .

**663.** a)  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ ; b)  $k^3 - 3k^2l + 3kl^2 + l^3$ ;

c)  $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$ ; d)  $c^3 + 3c^2 + 3c + 1$ ; e)  $8b^3 + 36b^2 + 54b + 27$ ;

f)  $d^3 - 12d^2 + 48d - 64$ ; g)  $\frac{1}{8}p^3 - \frac{1}{4}p^2q + \frac{1}{6}pq^2 - \frac{1}{27}q^3$ ;

h)  $\frac{125}{27}x^3 + 50x^2y + 20xy^2 + 8y^3$ ; i)  $8x^6y^3 - 36x^5y^5 + 54x^4y^7 - 27x^3y^9$ ;

j)  $-\frac{27}{8}a^{12}y^3 - \frac{9}{4}a^9y^5 - \frac{1}{2}a^6y^5 - \frac{1}{27}a^3y^9$ .

**664.** a)  $a^2 - 1$ ; b)  $b^2 - 9$ ; c)  $4c^2 - 25$ ; d)  $9d^2 - 25c^2$ ; e)  $9f^4 - 4$ ;

f)  $16i^2j^2 - 9k^2$ ; g)  $25r^4 - 9r^2$ ; h)  $a^{2n} - b^8$ ; i)  $9x^4y^2 - 4$ .

**665.** a)  $2(a + b)$ ; b)  $3(2c - d)$ ; c)  $d(a + b)$ ; d)  $y(15x - 5z)$ ;

e)  $3c(4d + 7a)$ ; f)  $y(xy - z)$ .

**666.** a)  $3(2 - n)$ ; b)  $a^3(a^2 - 1)$ ; c)  $y^3(y + x)$ ; d)  $9x(x^2 - 2)$ ;

e)  $12y(2y^2 - 3)$ ; f)  $ab^2(1 + ab)$ ; g)  $a^2y^2(a^2y - 1)$ .

**667.** a)  $x^n(1 - x)$ ; b)  $y^{2k}(1 + y^{3k})$ ; c)  $7z^{n-2}(2z^2 - 3)$ ; d)  $a^2x^{k-1}(ax^4 + 3)$ .

- 668.** a)  $y(a + b + c)$ ; b)  $a(a^3 - 4a - 2)$ ; c)  $3mn(n + 5 - 2m)$ ;  
d)  $5abc(7a - b + 4c)$ .
- 669.** a)  $(a + 2)(x + y)$ ; b)  $(j - 3)(6 + j)$ ; c)  $(x - y)(2x - 3y)$ ;  
d)  $(a - b)(5m - 3n)$ ; e)  $(x - y)(2a + 3b)$ ; f)  $(m - 2)(5 - m)$ ;  
g)  $(x + 5)(3x - 4)$ ; h)  $(u - 1)(7u + 1)$ .
- 670.** a)  $(2 + a)(x + y)$ ; b)  $(a + b)(n - m)$ ; c)  $(i + j)(i - k)$ ;  
d)  $(u - v)(5a + 1)$ ; e)  $(a - 2)(2a - 1)$ ; f)  $(7n + 5m)(a - b)$ ;  
g)  $(2i + 3k)(11i - 5j)$ ; h)  $x(x + 1)(x - 1)^2$ .
- 671.** a)  $(a - 2)(a - 3)$ ; b)  $(b - 3)(b - 5)$ ; c)  $(c - 4)(c + 3)$ ;  
d)  $(d + 10)(d - 3)$ ; e)  $2(g^2 + g - 2) = 2(g + 2)(g - 1)$ ;  
f)  $-(k^2 - 6k + 8) = -(k - 4)(k - 2) = -(4 - k)(k - 2)$ ;  
g)  $-(l^2 - 3l - 10) = -(l - 5)(l + 2) = (5 - l)(l + 2)$ .
- 672.** a)  $(x + y)(x - y)$ ; b)  $(m - n)(m + n)$ ; c)  $(q - 4)(q + 4)$ ;  
d)  $(2r + 3)(2r - 3)$ ; e)  $(x + 1)(x - 1)$ ; f)  $(a + 5)(a - 5)$ ;  
g)  $(3 - c)(3 + c)$ ; h)  $(b + 2)(b - 2)$ .
- 673.** a)  $(8 + c^2)(8 - c^2)$ ; b)  $(l^2 - 3k)(l^2 + 3k)$ ; c)  $(5ur^2 + 4p^3)(5ur^2 - 4p^3)$ ;  
d)  $(7 - d^2)(7 + d^2)$ ; e)  $\left(\frac{2}{3}p - 1\right)\left(\frac{2}{3}p + 1\right)$ ; f)  $\left(\frac{5}{6}q^2 - 13\right)\left(\frac{5}{6}q + 13\right)$ .
- 674.** a)  $(1 - xy)(1 + xy)$ ; b)  $(2p^2 + 3)(2p^2 - 3)$ ; c)  $(p + ab)(p - ab)$ ;  
d)  $(a^3b - c^2d^2)(a^3b + c^2d^2)$ ; e)  $(4i^2 - 3j)(4i^2 + 3j)$ ;  
f)  $(9uw + 1)(9uw - 1)$ ; g)  $(10m^2 - 8n^3)(10m^2 + 8n^3)$ ;  
h)  $(1 - 0,1x)(1 + 0,1x)$ .
- 675.** a)  $\left(0,2x - \frac{6}{7}y\right)\left(0,2x + \frac{6}{7}y\right)$ ; b)  $(0,1t + 0,5u^2)(0,1t - 0,5u^2)$ ;  
c)  $\left(\frac{12}{5}x^k - \frac{9}{8}y^{k-1}\right)\left(\frac{12}{5}x^k + \frac{9}{8}y^{k-1}\right)$ ; d)  $\left(\frac{1}{3m} - \frac{5m}{11}\right)\left(\frac{1}{3m} + \frac{5m}{11}\right)$ ;  
e)  $\left(\frac{0,2}{t^2} - \frac{3t}{r}\right)\left(\frac{0,2}{t^2} + \frac{3t}{r}\right)$ .
- 676.** a)  $(a + b)^2$ ; b)  $(x - y)^2$ ; c)  $(n - 3)^2$ ; d)  $(c + d)^2$ ;  
e)  $(a - 1)^2$ ; f)  $(b + 2)^2$ ; g)  $(2c + 1)^2$ ; h)  $-(d + 1)^2$ ;  
i)  $-(d + 3)^2$ ; j)  $-(3c - 2d^2)^2$ .
- 677.** a)  $(a^2 + b)^2$ ; b)  $(c^2 - b)^2$ ; c)  $(5m^2 - n)^2$ ; d)  $(3k^2 + l)^2$ ; e)  $-(i^2 + j)^2$ .

## IV

- 678.** a)  $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ; b)  $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ;  
 c)  $(m+n)(m^2+mn+n^2)$ ; d)  $(c-d)(c^2+cd+d^2)$ ;  
 e)  $(a+2)(a^2+2a+4)$ ; f)  $(l+3)(l^2-3l+9)$ ; g)  $(r-7)(r^2+7r+49)$ ;  
 h)  $(q+1)(q^2-q+1)$ ; i)  $(4-j)(16+4j+j^2)$ .
- 679.** a)  $(1+a)(1-a+a^2)$ ; b)  $(1-2b)(1+2b+4b^2)$ ;  
 c)  $(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$ ; d)  $(2-3i)(4+6i+9i^2)$ ;  
 e)  $(5x+4y^2)(25x^2-20xy^2+16y^4)$ ;  
 f)  $\left(\frac{1}{2}k - \frac{3}{5}l^2\right) \left(\frac{1}{4}k^2 + \frac{3}{10}kl^2 + \frac{9}{25}l^4\right)$ .
- 680.** a)  $(a+b)^3$ ; b)  $(m-n)^3$ ; c)  $(p-2q)^3$ ; d)  $(2c+1)^3$ .
- 681.** a)  $(5m+1)^3$ ; b)  $(4-2a)^3$ ; c)  $(a+6)^3$ ; d)  $\left(\frac{3}{4}ab^2 - \frac{2}{3}c^2\right)^3$ .
- 682.** a)  $11(a-b)(a+b)$ ; b)  $3(c-d)(c+d)$ ; c)  $7(m+1)(m-1)$ ;  
 d)  $x(x-1)(x+1)$ ; e)  $c^2(c+1)(c-1)$ ; f)  $ab(a-b)(a+b)$ .
- 683.** a)  $6(m-n)(m+n)$ ; b)  $5(i+2j)(i-2j)$ ; c)  $8r^2(p+3q)(p-3q)$ ;  
 d)  $u^2v^2(4u^2-9v^2)$ .
- 684.** a)  $2(a-b)^2$ ; b)  $5(c+d)^2$ ; c)  $6(m+1)^2$ ; d)  $3r(s-1)^2$ ;  
 e)  $2u(1-v)^2$ ; f)  $2j^3k(3j+k)^2$ .
- 685.** a)  $(a+b)^2 - 1 = (a+b+1)(a+b-1)$   
 b)  $(c-d)^2 - 4 = (c-d-2)(c-d+2)$ ;  
 c)  $5^2 - (x-y)^2 = (5-x+y)(5+x-y)$ ;  
 d)  $1^2 - (i+j)^2 = (1-i-j)(1+i+j)$ ;  
 e)  $(2a-5b)^2 - 36 = (2a-5b-6)(2a-5b+6)$ ;  
 f)  $(4m-n)^2 - 49 = (4m-n-7)(4m-n+7)$ .
- 686.** a)  $(a-b)(a+b+1)$ ; b)  $(c+d)(c-d+1)$ ; c)  $(e-f)(e+f+1)$ ;  
 d)  $k^3+l^3-k^2l-kl^2 = (k+l)(k^2-kl+l^2) - kl(k+l) = (k+l)(k-l)^2$ ;  
 e)  $(i-j)(i+j)^2$ ; f)  $(x+y)^2 - z(x+x) = (x+y)(x+y-z)$ .
- 687.** a)  $(a-3)(a-2)$ ; b)  $(b+2)(b+4)$ ; c)  $(c-3d)(c-4d)$ ;  
 d)  $(e-5f)(e-2f)$ ; e)  $(i-4)(i+3)$ ; f)  $(g+4)(g-3)$ ;  
 g)  $(k-5l)(k+3l)$ ; h)  $(m+5n)(m-3n)$ .
- 688.** a)  $2(x+3)(x+2)$ ; b)  $2(x+3)(x+4)$ ; c)  $2(y-2)(y-1)$ ;  
 d)  $3(y+6)(y+3)$ .

- 689.** a)  $a^3(a+1) + a(a+1) = a(a+1)(a^2+1)$ ;  
 b)  $(b-2)(b^2+2b+4) + 6b(b-2) = (b-2)(b^2+8b+4)$ ;  
 c)  $m^3(m^2-1) + (m^2-1) = (m-1)(m+1)^2(m^2-m+1)$ ;  
 d)  $(n+m)(n^2-nm+m^2) - nm(n+m) = (n+m)(n-m)^2$ ;  
 e)  $d^3(d+1) + (d+1) = (d+1)^2(d^2+d+1)$ ;  
 f)  $e^4(e^2-1) + 4e^2(e+1) = (e+1)[e^4(e-1) + 4e^2] = e^2(e+1)(e^3-e^2+4)$ .
- 690.** a)  $a^8 + 2a^4 + 1 - a^4 = (a^4+1)^2 - a^4 = (a^4+a^2+1)(a^4-a^2+1)$ ;  
 b)  $(a^2+b^2)^2 - a^2b^2 = (a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$ ;  
 c)  $a^3 - 4a + a + 2 = a(a+2)(a-2) + a + 2 = (a+2)(a-1)^2$ ;  
 d)  $a^3 + 2a^2 + a^2 - 4 = a^2(a+2) + (a-2)(a+2) = (a+2)(a^2+a-2) = (a+2)(a+2)(a-1)$ .
- 691.** a)  $x^3 - 1 + x^2 - 1 = (x-1)(x^2+2x+2)$ ;  
 b)  $x^3 + x^2 + 7x^2 + 7x + 12x + 12 = x^2(x+1) + 7x(x+1) + 12(x+1) = (x+1)(x+3)(x+4)$ ;  
 c)  $y^4(y^2-1) + 2y^2(y+1) = y^2(y+1)(y^3-y^2+2)$ ;  
 d)  $y^4 - 9 + 5y^3 + 15y = (y^2+3)(y^2+5y-3)$ ;  
 e)  $x^3 + 27 + 9x^2 + 27x - x - 3 = (x+3)(x^2-3x+9) + 9x(x+3) - (x+3) = (x+3)(x^2+6x+8) = (x+2)(x+3)(x+4)$ ;  
 f)  $(x^2-49) - 10y(x-7) = (x-7)(x-10y+7)$ .
- 692.** Legyen  $n$  egész szám.  
 $(2n+3)^2 - (2n+1)^2 = 8n+8 = 8(n+1)$  Mivel  $n+1$  egész szám, így az állítás bizonyított.
- 693.** Legyen  $k$  egész szám.  
 $(k+1)^2 - k^2 = 2k+1$ , ami minden  $k$  egész esetén páratlan.
- 694.** Felhasználva az előző feladat megoldását:  
 $K = 1003^2 - 1002^2 + 1001^2 - 1000^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2 = 2005 + 2001 + \dots + 5 + 1 = 503\,506$ .
- 695.** a) Legyen  $n = 121\,212$ , ekkor a tört:  

$$\frac{n \cdot (2n-1) + (2n-1)(n+2)}{4n \cdot (n+1) - 2n+2} = \frac{(2n-1)(2n+2)}{(4n-2)(n+1)} = 1$$
;  
 a) Jelöljük  $60\,000\,000$ -t  $n$ -nel. Ekkor:  

$$\frac{n \cdot (n+4) - (n+2)(n-2)}{n \cdot (n+1) - (n+1)(n-1)} = \frac{4 \cdot (n+1)}{n+1} = 4$$
.

**696.** Ha  $a$  egész szám, akkor közös nevezőre hozva:

$$\frac{80a}{2(2a-5)} : \frac{(2a+5)^2 - (2a-5)^2}{(2a-5)(2a+5)} = 2a+5, \text{ mely minden } a\text{-ra páratlan egész szám.}$$

**697.** A kisebbik egész számot  $t$ -vel jelölve:

$$t^2 + (t+1)^2 + [t(t+1)]^2 = t^4 + 2t^3 + 3t^2 + 2t + 1 = (t^2 + t + 1)^2, \text{ mely egy egész szám négyzete.}$$

## IV

### Algebrai törtek

**698.** Az  $a), d), j)$  esetben minden valós szám esetén értelmezhető az adott kifejezés.

b)  $a \neq 3$ ;                      c)  $b \neq 2$ ;                      e)  $d \neq -2$ ;

f)  $e \neq 0$ ;                      g)  $f \neq -\frac{3}{4}$ ;                      h)  $|n| \neq 4$ ;

i)  $h \neq 0$ ;  $h \neq 3$ .

**699.** Az  $a), c), e)$  kifejezések esetében  $(-1)$ -szeresére változik a tört értéke, a többi esetben változatlan marad.

**700.** a) Nem változik.

b) Nem változik.

c) Kétszeresére változik.

d) Négyyszeresére változik.

e) Nem változik.

**701.** a)  $-\frac{1}{a-1}, a \neq 1$ ;                      b)  $-\frac{b}{1-b}, b \neq 1$ ;

c)  $-\frac{b-a}{c-d}$ , vagy  $-\frac{a-b}{d-c}, d \neq c$ ;                      d)  $-\frac{5-a}{a-2}$ , vagy  $-\frac{a-5}{2-a}, a \neq 2$ ;

e)  $-\frac{n+m}{a+b}, a \neq -b$ .

**702.** Az előző feladat következménye.

**703.** a)  $5a, a \neq 0$ ;                      b)  $\frac{a}{6b}, b \neq 0$ ;                      c)  $\frac{d^2 x}{5}, d \neq 0, x \neq 0$ ;

d)  $\frac{6q}{5p}, p; q \neq 0$ ;                      e)  $\frac{13s^6 t^2}{6r}, r; s; q \neq 0$ .

**704.** a)  $-1, a \neq b$ ;                      b)  $-1, b \neq 3$ ;

c)  $-\frac{3a}{2b}, d \neq c$ ;                      d)  $-\frac{n}{3m}, i \neq j$ ;



$$e) \frac{a-b}{a+b}, \quad c \neq 0; a \neq -c; \quad f) \frac{1}{c+d}, \quad c \neq 0; c \neq -d;$$

$$g) \frac{f}{1-f}, \quad e \neq 0; f \neq 1; \quad h) \frac{k^2}{i-k}, \quad i; k \neq 0; i \neq k;$$

$$i) \frac{r+b}{s+t}, \quad s \neq 0; s \neq -t; \quad j) \frac{n+1}{a+b}, \quad n \neq 0; a \neq -b.$$

$$705. a) \frac{a}{a-1}, \quad |a| \neq 1; \quad b) -\frac{b}{b+1}, \quad |b| \neq 1; \quad c) \frac{c-d}{c+d}, \quad |c| \neq |d|;$$

$$d) -e-2, \quad e \neq 2; \quad e) \frac{1}{m-n}, \quad m \neq n; \quad f) \frac{a+1}{a-1}, \quad |a| \neq 1;$$

$$g) \frac{b+3}{b-3}, \quad b \neq 3.$$

$$706. a) a+1, \quad a \neq 1;$$

$$b) \frac{2}{3}, \quad b \neq 5;$$

$$c) \frac{c-3}{3}, \quad c \neq 3;$$

$$d) \frac{d-9}{5}, \quad d \neq -9;$$

e) A számláló nem alakítható szorzattá, így nem egyszerűsíthető a tört.

$$f) \frac{7}{2-f}, \quad f \neq 0; 2;$$

$$g) -1, \quad g \neq 5;$$

$$h) -\frac{k}{l}, \quad l \neq 0; l \neq 3k;$$

$$i) n(1-m), \quad m \neq -1;$$

$$j) \frac{c}{c-d}, \quad c \neq d;$$

$$k) \frac{5(3e+2f)}{2(3e-2f)}, \quad e \neq \frac{2}{3}f.$$

$$707. a) (x^2-y^2), \quad x \neq \pm y;$$

$$b) \frac{x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^2+y^2)}, \quad x \neq \pm y;$$

$$c) \frac{1}{x-y}, \quad x \neq y;$$

$$d) \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{x^2+xy+y^2}, \quad x^2+xy+y^2 \neq 0;$$

$$e) \frac{1}{x-2}, \quad x \neq 2;$$

$$f) \frac{1}{x+3}, \quad x \neq -3.$$

$$708. a) \frac{7ab}{a^2-b^2}, \quad a \neq \pm b;$$

$$b) \frac{c^2-d^2}{c}, \quad c \neq 0;$$

$$c) \frac{10}{e^2-2e+4}, \quad e^2-2e+4 \neq 0; \quad d) \frac{g+h}{3(g-h)(g^2+h^2)}, \quad g \neq h \text{ és } g \neq 0;$$

$$e) \frac{n-1}{n+1}, \quad n \neq -1;$$

$$f) \frac{2(n-m)}{3(n^2-nm+m^2)}, \quad n^2-nm+m^2 \neq 0.$$

$$709. a) \frac{4(a-b)}{3(a+b)}, a \neq -b; \quad b) \frac{3(c-3d)}{5(c+3d)}, c \neq -3d; \quad c) \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}, a \text{ és } b \neq 0;$$

$$d) \frac{c+d}{3}; \quad e) \frac{a(m+1)}{m(m-1)}, m \neq 1; \quad f) \frac{i-2}{i}, i \neq 0;$$

$$g) \frac{(u-3)^2}{u+3}, u \neq -3; \quad h) \frac{2(t+1)}{t^2-t+1}, t^2-t+1 \neq 0.$$

## IV

$$710. a) \frac{5(x-y) + a(x-y)}{4(a+5)} = \frac{x-y}{4}, a \neq -5;$$

$$b) \frac{p(p-q) - x(p-q)}{(p-x)^2} = \frac{p-q}{p-x}, p \neq x;$$

$$c) \frac{(c+d)(c^2-cd+d^2)}{(c-d)(c+d) - (c+d)} = \frac{c^2-cd+d^2}{c-d-1}, c \neq -d \text{ és } c-d \neq 1.$$

$$711. a) \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-2ab+b^2+ab} = a+b, a^2-ab+b^2 \neq 0;$$

$$b) \frac{(x-2a)^2}{(x-2a)(x+2a)} = \frac{x-2a}{x+2a}, x \neq 2a;$$

$$c) \frac{x(y-2) - 3(y-2)}{x(y-2)} = \frac{x-3}{x}, x \neq 0, y \neq 2.$$

$$712. a) \frac{(a+2)(a+3)}{(a+2)^2} = \frac{a+3}{a+2}, a \neq -2; \quad b) \frac{(b+1)(b+5)}{(b+2)(b+1)} = \frac{b+5}{b+2}, b \neq -2, -1;$$

$$c) \frac{(c-4)(c-3)}{(c-3)^2} = \frac{c-4}{c-3}, c \neq 3; \quad d) \frac{(d+7)(d+1)}{(d+1)^2} = \frac{d+7}{d+1}, d \neq -1.$$

## Algebrai törtek összeadása, kivonása

$$713. a) \frac{11m-17}{24}; \quad b) \frac{6a-11b}{36};$$

$$c) \frac{-17c^2-7d^2}{20}; \quad d) \frac{11u-23v}{12};$$

$$714. a) \frac{53n+59m}{30}; \quad b) \frac{22a+65b}{24}; \quad c) \frac{xy+3y^2}{6}.$$

- 715.** a)  $\frac{19a}{5}$ ; b)  $\frac{-3c-9d}{4}$ ;  
 c)  $\frac{4n-2m}{3}$ ; d)  $\frac{9r-5s}{8}$ .
- 716.** a)  $\frac{2bc+3ad}{abx}$ ,  $a; b; x \neq 0$ ; b)  $\frac{30x-14}{6x^2}$ ,  $x \neq 0$ ;  
 c)  $\frac{5p^2 3n^2}{mnp}$ ,  $m; n; p \neq 0$ ; d)  $\frac{2a-3d}{d^2}$ ,  $d \neq 0$ ;  
 e)  $\frac{6a-7b}{a}$ ,  $a; b \neq 0$ ; f)  $\frac{3a-4b}{a^4 b^3}$ ,  $a; b \neq 0$ ;  
 g)  $\frac{27gf^2-15e^2 f+32eg^2}{36e^2 f^2 g^2}$ ,  $e; f; g \neq 0$ ;  
 h)  $\frac{10ab-3b^2-7a^2}{a^2 b^2}$ ,  $a; b \neq 0$ ;  
 i)  $\frac{6a^2+2a-5}{a^2 b}$ ,  $a; b \neq 0$ ; j)  $\frac{-m^2-2m+4}{mn}$ ,  $m; n \neq 0$ .
- 717.** a)  $\frac{11a-3}{a(a-1)}$ ,  $a \neq 0; 1$ ; b)  $\frac{-2b-6}{b(b+2)}$ ,  $b \neq 0; 2$ ;  
 c)  $\frac{17i}{2(i-1)}$ ,  $i \neq 1$ ; d)  $\frac{9d-4}{4(d+2)}$ ,  $d \neq -2$ ;  
 e)  $\frac{7e-f}{(e-f)(e+f)}$ ,  $|e| \neq |f|$ ; f)  $\frac{-2k}{(j-k)(j+k)} = \frac{2k}{k^2-j^2}$ ,  $|j| \neq |k|$ ;  
 g)  $\frac{2b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{2b}{4a^2-b^2}$ ,  $|b| \neq |2a|$ .
- 718.** a)  $\frac{2c+8d}{(c-d)(c+d)} = \frac{2c+8d}{c^2-d^2}$ ,  $|c| \neq |d|$ ; b)  $\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$ ,  $|m| \neq |n|$ ;  
 c)  $\frac{a^2+9}{a^2-9}$ ,  $|a| \neq 3$ .
- 719.** a)  $\frac{13}{4(x-1)}$ ,  $x \neq 1$ ; b)  $0$ ,  $a \neq -b$ ;  
 c)  $\frac{2m^2+mn-3n^2}{5(m^2-n^2)}$ ,  $|m| \neq |n|$ .
- 720.** a)  $\frac{6x-4}{x^2-4}$ ,  $|x| \neq 2$ ; b)  $\frac{2}{a+2}$ ,  $|a| \neq 2$ ;

## IV

$$c) \frac{m+n}{2(n-m)}, \quad |m| \neq |n|; \quad d) \frac{c-d}{2(c+d)}, \quad |c| \neq |d|;$$

$$e) \frac{e^2-8e+3}{2e(e^2-9)}, \quad e \neq 0; \pm 3; \quad f) \frac{2(i^2+ij+j^2)}{3(j^2-i^2)}, \quad |j| \neq |i|;$$

$$g) \frac{x^2+2x+2}{2x(x^2-1)}, \quad x \neq 0; \pm 1; \quad h) 0, \quad u; v \neq 0, \quad u \neq v.$$

$$721. a) \frac{6b^2-6ab-2a^2}{2ab(2a-3b)(2a+3b)}, \quad a; b \neq 0, \quad |a| \neq \left| \frac{3}{2}b \right|;$$

$$b) \frac{-14b}{(b-2)^2(b+2)}, \quad |b| \neq 2; \quad c) \frac{p^2+4p+37}{2(p-3)(p+3)}, \quad |p| \neq 3;$$

$$d) \frac{m+13}{2(m+3)^2}, \quad m \neq -3; \quad e) \frac{g+1}{5(g-4)^2}, \quad g \neq 4.$$

$$722. a) \frac{a+5}{6(a+1)^2}, \quad a \neq -1; \quad b) \frac{15b+8}{4b^2-9}, \quad |b| \neq \frac{3}{2};$$

$$c) \frac{-6m+5}{(3m-2)(3m+2)} = \frac{6m-5}{4-9m^2}, \quad |m| \neq \frac{2}{3};$$

$$d) \frac{-2p^2+15p-45}{2(p+3)(p-3)^2}, \quad |p| \neq 3; \quad e) \frac{8x^2-18}{(3-2x)(3+2x)} = -2, \quad |x| \neq \frac{3}{2}.$$

$$723. a) \frac{12a}{1-a^3}, \quad a \neq 1; \quad b) \frac{-4a+2}{2a(2a-1)} = -\frac{1}{a}, \quad a \neq 0; \frac{1}{2};$$

$$c) \frac{10a^2+10}{(a+1)^2(a-1)^2} = \frac{10(a^2+1)}{(a^2-1)^2}, \quad |a| \neq 1; \quad d) \frac{2(a-b)}{a^2+ab+b^2}, \quad a \neq b.$$

724. a) Használjuk fel az  $a-b = -(b-a)$  összefüggést. Közös nevezőre hozás után kapjuk:

$$\frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{abc(a-b)(a-c)(b-c)}, \quad \text{ahol } a; b; c \neq 0, \quad a \neq b; c, \quad b \neq c.$$

A számláló szorzattá alakítható a következőképpen:  $(b-c)(a-b)(a-c)$ .

A tört értéke egyszerűsítés után:  $\frac{1}{abc}$ .

b) 0;

c) Az a) részhez hasonlóan kapjuk, hogy a tört értéke  $-3$ ;

d) Két tag négyzetének különbségére vonatkozó azonosság többszöri alkalmazásával kapjuk, hogy a tört értéke: 1.

## Algebrai törtek szorzása, osztása

- 725.** a)  $\frac{acd^3}{2b}$ ,  $a; b; c; d \neq 0$ ; b)  $\frac{5c^2}{2d}$ ,  $d \neq 0$ ;  
 c)  $\frac{3b}{50ac}$ ,  $a; c \neq 0$ ; d)  $\frac{9b}{5ay}$ ,  $a; b; x; y; z \neq 0$ ;  
 e)  $64$ ,  $a; b; c; d \neq 0$ ; f)  $\frac{p^3m}{12a^3b^2x}$ ,  $a; b; c; x; y \neq 0$ .
- 726.** a)  $(a-b)b$ ,  $a; b \neq 0$ ; b)  $1$ ,  $e; g \neq 0$ ;  
 c)  $\frac{2(2p-3q)}{npq}$ ,  $n; p; q \neq 0, p \neq -\frac{3q}{2}$ ; d)  $x-y$ ,  $x, y \neq 0, x \neq -y$ ;  
 e)  $\frac{3}{4}$ ,  $|c|=|d|$ .
- 727.** a)  $\frac{5}{9}$ ,  $|a| \neq |b|$ ; b)  $4(a^2+ab+b^2)$ ,  $|a|=|b|$ ;  
 c)  $\frac{3(x+y)(x^2-xy+y^2)}{5(x-y)^2}$ ,  $|x| \neq |y|$ ; d)  $\frac{1}{6}$ ,  $|a| \neq |b|$ ;  
 e)  $\frac{a(a-3)}{(a-2)(a+4)}$ ,  $a \neq 2; -3; -4$ .
- 728.** a)  $\frac{a-1}{2a-1}$ ,  $a \neq \pm 1$ ; b)  $\frac{10}{2m+1}$ ,  $|m| \neq \frac{1}{2}; m \neq 0$ ;  
 c)  $\frac{1-3a}{2(3a+1)}$ ,  $|a| \neq \frac{1}{3}$ ; d)  $\frac{-2k}{j^2-k^2} = \frac{2k}{k^2-j^2}$ ,  $|j| \neq |k|$ ;  
 e)  $\frac{q+p}{q-p}$ ,  $p; q \neq 0, p \neq q$ ; f)  $x^2+1$ ,  $x \neq \pm 1$ ;  
 g)  $\frac{1}{x}$ ,  $|x| \neq 1, x \neq 0$ .
- 729.** a)  $\frac{a+b}{ab}$ ,  $a; b \neq 0, b \neq a$ ; b)  $4$ ,  $a \neq \pm 1$ ;  
 c)  $\frac{-b}{2(2a-3b)} = \frac{b}{2(3b-2a)}$ ,  $|a| \neq \left| \frac{3}{2}b \right|$ .
- 730.** A feltétel miatt:  $\frac{a-b}{a} = \frac{b-c}{c}$ , ebből

$$1 - \frac{b}{a} = \frac{b}{c} - 1, \quad 2 = b \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right), \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right),$$

ha  $a \neq 0, c \neq 0, b \neq 0, b \neq c$ .

**731.** A feltétel miatt, ha  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$  akkor  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 1$ , tehát

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{c}{d}\right)^2.$$

**732.** Legyen  $a$  és  $b$   $m \cdot n$ -jegyű pozitív egész, melyekben  $n$  jegyű szám ismétlődik  $m$ -szer. Ekkor:

$$\frac{aa \dots a}{bb \dots b} = \frac{a(10^{(m-1)n} + 10^{(m-2)n} + \dots + 10^{2n} + 10^n + 1)}{b(10^{(m-1)n} + 10^{(m-2)n} + \dots + 10^{2n} + 10^n + 1)} = \frac{a}{b}, \text{ tehát a tört értéke: } \frac{43}{85}.$$

**733.** Az  $a + b + c = 0$  feltételből:  $a = -b - c$ ,  
 $b = -a - c$ ,  
 $c = -a - b$ .

Ezeket a feltételeket írjuk be az állítás bal oldali nevezőibe:

$$\frac{1}{b^2 + c^2 - (-b - c)^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - (-a - c)^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - (-a - b)^2}.$$

Végezzük el a nevezőben a zárójelfelbontást, és az összevonást. A következőt kapjuk:  $-\frac{1}{2bc} - \frac{1}{2ac} - \frac{1}{2ab} = 0$ . Közös nevezőre hozás, majd a feltétel felhasználása után kapjuk, hogy a kifejezés 0.

**734.** A tört számlálója:  $(ab + c^2)^2 - (ac + b^2)^2$ , a nevezője pedig:  $(ab + c^2) + (ac + b^2)$ , így a tört értéke egyszerűsítés után:  $(ab + c^2) - (ac + b^2) = a(b - c) - (b^2 - c^2) = (b - c)(a - b - c)$ .

**735.** A háromszög oldalai:  $x$ ;  $y$ ;  $z$ . Reciprok értékek szorzata:  $x = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$ .

Összegük fele:  $y = \frac{1}{2} \left( \frac{a^2 + b^2}{ab} \right)$ . Különbségük fele:  $z = \frac{1}{2} \left( \frac{a^2 - b^2}{ab} \right)$ . A három szám közül a legnagyobb  $y$  és teljesül  $y < x + z$ , ha  $a \neq b$ , tehát már csak azt kell igazolnunk, hogy:  $y^2 = x^2 + z^2$ , azaz:  $\left( \frac{1}{2} \left( \frac{a^2 + b^2}{ab} \right) \right)^2 = \left( \frac{1}{2} \left( \frac{a^2 - b^2}{ab} \right) \right)^2 + 1$ . Ha  $4a^2b^2$ -

tel minden tagot szorzunk, akkor az így keletkezett állítás már nyilvánvaló.

**736.** Általánosan:

$$\begin{aligned} & (xa + yb - zc)^2 + (xb + yc - za)^2 + (xc + ya - zb)^2 = \\ & = (x^2 + y^2 + z^2)(a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)(xy - yz - zx). \end{aligned}$$

Így a tört értéke  $\frac{1521}{361}$  az  $a, b, c$  bármely értéke esetén.