

Egyenletek, egyenlőtlenségek VII.

Magasabbfokú egyenletek:

A 3, vagy annál nagyobb fokú egyenleteket magasabb fokú egyenleteknek nevezzük.

Megjegyzés:

- *Egy n - ed fokú egyenletnek legfeljebb n darab valós megoldása lehet, de megoldó képlet csak negyedfokú egyenletig ismert.*
- *A harmad és negyedfokú megoldó képlet bonyolultsága miatt a gyakorlatban azonban nem alkalmazható.*

Magasabb fokú egyenletek megoldása:

A kettőnél magasabb fokú egyenletek megoldását bizonyos esetekben vissza tudjuk vezetni másodfokú egyenletek megoldására. Ekkor először keresnünk kell egy olyan kifejezést, melyet az eredeti egyenletbe behelyettesítve egy másodfokú egyenlethez jutunk. Ezt követően megoldjuk a másodfokú egyenletet, majd a kapott értékeket visszahelyettesítjük az általunk meghatározott kifejezésbe.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő magasabb fokú egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) = (2x + 1) \cdot (2x + 2) \cdot (2x + 3)$

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

c) $2x^6 + 14x^3 - 16 = 0$

d) $x^{\frac{4}{3}} - 5x^{\frac{2}{3}} + 4 = 0$

e) $8 \cdot (x - 1)^6 - 215 \cdot (x - 1)^3 - 27 = 0$

f) $(x^2 + x)^2 - 2 \cdot (x^2 + x) = 24$

g) $(x^2 + x + 1) \cdot (x^2 + x + 2) - 30 = 0$

2. (E) Oldd meg a következő magasabb fokú egyenleteket!

a) $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

c) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

3. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x + 2} = 5$

b) $\sqrt[3]{3 - x} = -1$

c) $\sqrt[4]{2x - 1} = -3$

d) $\sqrt{x + 7} = \sqrt{x - 3}$

e) $2 - \sqrt[4]{6 - 3x} = -1$

4. (K) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $x - \sqrt{2x + 1} = 1$

b) $\sqrt{10 - x} - x + 10 = 0$

c) $\sqrt[20]{x - 130} = 17 - x$

d) $\frac{x+1}{\sqrt{5x-1}} = \sqrt{x}$

e) $\sqrt[3]{\frac{1}{5} - 3x} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = 0$

f) $\sqrt[4]{2x - \frac{7}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{2x + 5} + \sqrt{x - 1} = 8$

b) $\sqrt{4 + x} + \sqrt{x + 9} - \sqrt{x + 25} = 0$

c) $2 \cdot \sqrt{3 + x} - \sqrt{-2x} = 4$

6. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{3x + 5} + \sqrt{10 - x} = \frac{15}{\sqrt{10 - x}}$

b) $\sqrt{3 + \sqrt{5 - x}} = \sqrt{x}$

c) $\sqrt{4 - 2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}} = 2x$

d) $\sqrt{x + 5 - 4 \cdot \sqrt{x + 1}} + \sqrt{x + 2 - 2 \cdot \sqrt{x + 1}} = 1$

7. (E) Oldd meg a következő irracionális egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $\sqrt{x^2 - 4x} \geq x - 4$

b) $\sqrt{x + 12} < x$

c) $\sqrt{x^2 - 1} < 5 - x$

d) $\sqrt{20 - x} - \sqrt{10 - x} > 2$

e) $\sqrt{x^2 + 4x} > 2 - x$

8. (E) Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $3 \cdot |x^2 - 6x + 7| = 5x - 9$

b) $|x + 3| + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 6$

c) $|2x + 3| - 1 = |2x^2 - x - 1|$

d) $|x^2 - 5x + 6| = 5x - x^2 - 6$

e) $|x^2 - 2x - 3| = |x^2 - 2x + 5|$

9. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $x > |x^2 - 2x|$

b) $|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3$

c) $|x - 6| > |x^2 - 5x + 9|$

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2003.; Matematika 10.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Urbán János; 2009.; Sokszínű matematika 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 10; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 10; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Gerőcs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (6) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (7) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (8) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (9) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (10) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (11) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (12) Saját anyagok