Megoldások

1. Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: $\mathbb{R}$)

a) $|5x-3|=2$

b) $|2x+8|=x-1$

c) $1-|4-x|=3x+7$

d) $2\cdot|x+1|=2x+2$

Megoldás:

a) $|5x-3|=2$

Egy kifejezés abszolútértéke akkor lesz 2, ha a kifejezés értéke 2, vagy -2.

Ebből adódik, hogy két ágra bomlik a feladat: $5x-3=2$, vagy $5x-3=-2$.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $x_1=1$ és $x_2=\frac{1}{5}$.

b) $|2x+8|=x-1$

$$|2x+8|=\begin{cases} 2x+8,\ ha\ 2x+8\geq 0\rightarrow x\geq -4 \\ -(2x+8)=-2x-8,\ ha\ 2x+8<0\rightarrow x<-4 \end{cases}$$

I. Az ág értelmezési tartománya: $x\geq -4$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$2x+8=x-1$

$x=-9$ $\rightarrow$ Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $x < -4$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-2x - 8 = x - 1$

$x = -\frac{7}{3}$ $\rightarrow$ Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

Ezek alapján az egyenletnek nincs megoldása.

c) $1 - |4 - x| = 3x + 7$

$$|4 - x| = \begin{cases} 4 - x,\ ha\ 4 - x \geq 0 \rightarrow 4 \geq x \\ -(4 - x) = -4 + x,\ ha\ 4 - x < 0 \rightarrow 4 < x \end{cases}$$

I. Az ág értelmezési tartománya: $4 \geq x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$1 - (4 - x) = 3x + 7$

$x = -5$ $\rightarrow$ Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $4 < x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$1 - (-4 + x) = 3x + 7$

$x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ $\rightarrow$ Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldása: $x = -5$.

d) $2 \cdot |x+1| = 2x+2$

$$|x+1| = \begin{cases} x+1, \; ha\; x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \\ -(x+1) = -x-1, \; ha\; x+1 < 0 \rightarrow x < -1 \end{cases}$$

I. Az ág értelmezési tartománya: $x \geq -1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$2 \cdot (x+1) = 2x+2$

$2 = 2 \quad \rightarrow \quad$ Azonosságot kaptunk: minden szám megoldás, ami megfelel a feltételnek.

II. Az ág értelmezési tartománya: $x < -1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$2 \cdot (-x-1) = 2x+2$

$x = -1 \quad \rightarrow \quad$ Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldása: $x \geq -1$.

2. Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: $\mathbb{R}$)

a) $\boldsymbol{|5-x| = |x+4|}$

b) $\boldsymbol{|x-1| + |x-2| = 1}$

c) $\boldsymbol{|x| - |x-2| = 2}$

d) $\boldsymbol{|2x-3| + |2x+3| = 14}$

<u>Megoldás:</u>

a) $|5-x| = |x+4|$

$$|5-x| = \begin{cases} 5-x, \; ha\; 5-x \geq 0 \rightarrow 5 \geq x \\ -(5-x) = -5+x, \; ha\; 5-x < 0 \rightarrow 5 < x \end{cases}$$

$$|x+4| = \begin{cases} x+4, \; ha \; x+4 \geq 0 \rightarrow x \geq -4 \\ -(x+4) = -x-4, \; ha \; x+4 < 0 \rightarrow x < -4 \end{cases}$$

A feltételeket ábrázolva azt kapjuk, hogy 3 ágra bontják a számegyenest. Az egyes ágak értelmezési tartományainak meghatározásánál ott engedjük meg az egyenlőséget, ahol az előző felsorolásban is meg volt engedve.

I. Az ág értelmezési tartománya: $x < -4$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$5 - x = -x - 4$

$5 \neq -4$ → Ellentmondást kaptunk, így ezen az ágon nincs megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $-4 \leq x \leq 5$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$5 - x = x + 4$

$x = \frac{1}{2}$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

III. Az ág értelmezési tartománya: $5 < x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-5 + x = x + 4$

$-5 \neq 4$ → Ellentmondást kaptunk, így ezen az ágon nincs megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldása: $x = \frac{1}{2}$.

b) $|x-1|+|x-2|=1$

$$|x-1|=\begin{cases} x-1,\ ha\, x-1\geq 0\rightarrow x\geq 1 \\ -(x-1)=-x+1,\ ha\, x-1<0\rightarrow x<1 \end{cases}$$

$$|x-2|=\begin{cases} x-2,\ ha\, x-2\geq 0\rightarrow x\geq 2 \\ -(x-2)=-x+2,\ ha\, x-2<0\rightarrow x<2 \end{cases}$$

A feltételeket ábrázolva azt kapjuk, hogy 3 ágra bontják a számegyenest. Az egyes ágak értelmezési tartományainak meghatározásánál ott engedjük meg az egyenlőséget, ahol az előző felsorolásban is meg volt engedve.

I. Az ág értelmezési tartománya: $x<1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-x+1+(-x+2)=1$

$x=1$ → Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $1\leq x<2$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x-1+(-x+2)=1$

$1=1$ → Azonosságot kaptunk: minden szám megoldás, ami megfelel a feltételnek.

III. Az ág értelmezési tartománya: $2\leq x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x-1+(x-2)=1$

$x=2$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $1\leq x<2$ és $x=2$, vagyis $1\leq x\leq 2$.

c) $|x| - |x-2| = 2$

$$|x| = \begin{cases} x, \ ha\ x \geq 0 \\ -x, \ ha\ x < 0 \end{cases}$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2, \ ha\ x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ -(x-2) = -x+2, \ ha\ x-2 < 0 \rightarrow x < 2 \end{cases}$$

A feltételeket ábrázolva azt kapjuk, hogy 3 ágra bontják a számegyenest. Az egyes ágak értelmezési tartományainak meghatározásánál ott engedjük meg az egyenlőséget, ahol az előző felsorolásban is meg volt engedve.

I. Az ág értelmezési tartománya: $x < 0$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-x - (-x+2) = 2$

$-2 \neq 1$ → Ellentmondást kaptunk, így ezen az ágon nincs megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $0 \leq x < 2$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x - (-x+2) = 2$

$x = 2$ → Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

III. Az ág értelmezési tartománya: $2 \leq x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x - (x-2) = 2$

$2 = 2$ → Azonosságot kaptunk: minden szám megoldás, ami megfelel a feltételnek.

Ezek alapján az egyenlet megoldása: $2 \leq x$.

d) $|2x-3|+|2x+3|=14$

$$|2x-3|=\begin{cases} 2x-3,\ ha\ 2x-3\geq 0\rightarrow x\geq\frac{3}{2} \\ -(2x-3)=-2x+3,\ ha\ 2x-3<0\rightarrow x<\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$|2x+3|=\begin{cases} 2x+3,\ ha\ 2x+3\geq 0\rightarrow x\geq-\frac{3}{2} \\ -(2x+3)=-2x-3,\ ha\ 2x+3<0\rightarrow x<-\frac{3}{2} \end{cases}$$

A feltételeket ábrázolva azt kapjuk, hogy 3 ágra bontják a számegyenest. Az egyes ágak értelmezési tartományainak meghatározásánál ott engedjük meg az egyenlőséget, ahol az előző felsorolásban is meg volt engedve.

I. Az ág értelmezési tartománya: $x<-\frac{3}{2}$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-2x+3+(-2x-3)=14$

$x=-\frac{14}{4}=-\frac{7}{2}$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $-\frac{3}{2}\leq x<\frac{3}{2}$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$2x-3+(-2x-3)=14$

$-6=14$ → Ellentmondást kaptunk, így ezen az ágon nincs megoldás.

III. Az ág értelmezési tartománya: $\frac{3}{2}\leq x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$2x-3+(2x+3)=14$

$2x-3+2x+3=14$

$x=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $x_1=-\frac{7}{2}$ és $x_2=\frac{7}{2}$.

3. Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: $\mathbb{R}$)

a) $\boldsymbol{|x-1|-2\cdot|x-2|+3\cdot|x-3|=4}$

b) $\boldsymbol{\big||x+2|-3\big|=1}$

c) $\boldsymbol{\left|\frac{3x-2}{x-1}\right|=2}$

<u>Megoldás:</u>

a) $|x-1|-2\cdot|x-2|+3\cdot|x-3|=4$

$$|x-1|=\begin{cases} x-1,\ ha\ x-1\geq 0\rightarrow x\geq 1 \\ -(x-1)=-x+1,\ ha\ x-1<0\rightarrow x<1 \end{cases}$$

$$|x-2|=\begin{cases} x-2,\ ha\ x-2\geq 0\rightarrow x\geq 2 \\ -(x-2)=-x+2,\ ha\ x-2<0\rightarrow x<2 \end{cases}$$

$$|x-3|=\begin{cases} x-3,\ ha\ x-3\geq 0\rightarrow x\geq 3 \\ -(x-3)=-x+3,\ ha\ x-3<0\rightarrow x<3 \end{cases}$$

A feltételeket ábrázolva azt kapjuk, hogy 4 ágra bontják a számegyenest. Az egyes ágak értelmezési tartományainak meghatározásánál ott engedjük meg az egyenlőséget, ahol az előző felsorolásban is meg volt engedve.

I. Az ág értelmezési tartománya: $x<1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-x+1-2\cdot(-x+2)+3\cdot(-x+3)=4$

$x=1$ $\rightarrow$ Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $1 \leq x < 2$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x - 1 - 2 \cdot (-x + 2) + 3 \cdot (-x + 3) = 4$

$4 = 4 \quad \rightarrow \quad$ Azonosságot kaptunk: minden szám megoldás, ami megfelel a feltételnek.

III. Az ág értelmezési tartománya: $2 \leq x < 3$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x - 1 - 2 \cdot (x - 2) + 3 \cdot (-x + 3) = 4$

$x = 2 \quad \rightarrow \quad$ Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

IV. Az ág értelmezési tartománya: $x \geq 3$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$x - 1 - 2 \cdot (x - 2) + 3 \cdot (x - 3) = 4$

$x = 5 \quad \rightarrow \quad$ Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $1 \leq x < 2$, $x = 2$, vagyis $1 \leq x \leq 2$ és $x = 5$.

b) $\big||x + 2| - 3\big| = 1$

Egy kifejezés abszolútértéke akkor lesz 1, ha a kifejezés értéke 1, vagy -1.

Ebből adódik, hogy két ágra bomlik a feladat: $|x + 2| - 3 = 1$ és $|x + 2| - 3 = -1$.

Tekintsük először az $|x + 2| - 3 = 1$ esetet.

Rendezzük át az egyenletet: $|x + 2| = 4$.

Egy kifejezés abszolútértéke akkor lesz 4, ha a kifejezés értéke 4, vagy -4.

Ezek alapján két ágra bomlik a feladat: $x + 2 = 4$ és $x + 2 = -4$.

Az első esetben az egyenlet megoldása $x_1 = 2$, a másodikban pedig $x_2 = -6$.

Tekintsük most az $|x+2|-3=-1$ esetet.

Rendezzük át az egyenletet: $|x+2|=2$.

Egy kifejezés abszolútértéke akkor lesz 2, ha a kifejezés értéke 2, vagy -2.

Ezek alapján két ágra bomlik a feladat: $x+2=2$ és $x+2=-2$.

Az első esetben az egyenlet megoldása $x_3=0$, a másodikban pedig $x_4=-4$.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $x_1=-6$, $x_2=-4$, $x_3=0$ és $x_4=2$.

c) $\left|\frac{3x-2}{x-1}\right|=2$

Feltétel: $x-1\neq 0 \quad \rightarrow \quad x\neq 1$

$$\left|\frac{3x-2}{x-1}\right|=\begin{cases}\frac{3x-2}{x-1}, & ha\ \frac{3x-2}{x-1}\geq 0\\ -\frac{3x-2}{x-1}, & ha\ \frac{3x-2}{x-1}<0\end{cases}$$

I. Az ág értelmezési tartománya: $\frac{3x-2}{x-1}\geq 0$.

Egy tört értéke akkor pozitív, ha a számláló és nevező előjele megegyezik.

Tekintsük először azt az esetet, amikor számláló és nevező is pozitív.

$3x-2\geq 0 \quad \rightarrow \quad x\geq\frac{2}{3}$ $\qquad x-1>0 \quad \rightarrow \quad x>1$

Ezeket összevetve: $x>1$.

Tekintsük most az esetet, amikor a számláló és nevező is negatív.

$3x-2\leq 0 \quad \rightarrow \quad x\leq\frac{2}{3}$ $\qquad x-1<0 \quad \rightarrow \quad x<1$

Ezeket összevetve: $x\leq\frac{2}{3}$.

Ezek alapján az ág feltétele: $x\leq\frac{2}{3}$ vagy $1<x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$\frac{3x-2}{x-1} = 2$

$3x - 2 = 2x - 2$

$x = 0$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $\frac{3x-2}{x-1} < 0$.

Egy tört értéke akkor negatív, ha a számláló és nevező előjele ellentétes.

Tekintsük először azt az esetet, amikor számláló pozitív és a nevező negatív.

$3x - 2 > 0$ → $x > \frac{2}{3}$ $x - 1 < 0$ → $x < 1$

Ezeket összevetve: $\frac{2}{3} < x < 1$.

Tekintsük most az esetet, amikor a számláló negatív és a nevező pozitív.

$3x - 2 < 0$ → $x < \frac{2}{3}$ $x - 1 > 0$ → $x > 1$

Ezeket összevetve: nincs közös részük.

Ezek alapján az ág feltétele: $\frac{2}{3} < x < 1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$-\frac{3x-2}{x-1} = 2$

$-(3x - 2) = 2x - 2$

$x = \frac{4}{5}$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $x_1 = 0$ és $x_2 = \frac{4}{5}$.

4. Oldd meg a következő abszolútértékes egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: $\mathbb{R}$)

a) $|\boldsymbol{x-4}| < \mathbf{5}$

b) $\mathbf{2} \cdot |\boldsymbol{x+1}| > \boldsymbol{x+4}$

<u>Megoldás:</u>

a) $|x-4| < 5$

Egy kifejezés abszolútértéke akkor kisebb 5 – nél, ha a kifejezés értéke -5 és 5 közé esik.

Ebből adódik, hogy két ágra bomlik a feladat: $x-4 > -5$ és $x-4 < 5$.

Az első esetben az egyenlőtlenség megoldása $x > -9$, a másodikban pedig $x < 9$.

A kapott megoldásokat összevonhatjuk a következőképpen: $-9 < x < 9$.

b) $2 \cdot |x+1| > x+4$

$$|x+1| = \begin{cases} x+1, \ ha\ x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \\ -(x+1) = -x-1, \ ha\ x+1 < 0 \rightarrow x < -1 \end{cases}$$

I. Az ág értelmezési tartománya: $x \geq -1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet, s oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

$2 \cdot (x+1) > x+4$

$x > 2$ $\quad\rightarrow\quad$ Összevetve a feltétellel azt kapjuk, hogy az ág megoldása: $x > 2$.

II. Az ág értelmezési tartománya: $x < -1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet, s oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

$2 \cdot (-x-1) > x+4$

$x < -2$ $\quad\rightarrow\quad$ Összevetve a feltétellel azt kapjuk, hogy az ág megoldása: $x < -2$.

Ezek alapján az egyenlőtlenség megoldásai: $x < -2$, vagy $2 < x$.

5. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget: $|x-1|+|2-x|>3+x$!

Megoldás:

$$|x-1| = \begin{cases} x-1, \; ha \; x-1 \geq 0 \to x \geq 1 \\ -(x-1) = -x+1, \; ha \; x-1<0 \to x<1 \end{cases}$$

$$|2-x| = \begin{cases} 2-x, \; ha \; 2-x \geq 0 \to 2 \geq x \\ -(2-x) = -2+x, \; ha \; 2-x<0 \to 2<x \end{cases}$$

A feltételeket ábrázolva azt kapjuk, hogy 3 ágra bontják a számegyenest. Az egyes ágak értelmezési tartományainak meghatározásánál ott engedjük meg az egyenlőséget, ahol az előző felsorolásban is meg volt engedve.

I. Az ág értelmezési tartománya: $x<1$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet, s oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

$-x+1+(2-x)>3+x$

$x<0$ → Összevetve a feltétellel azt kapjuk, hogy az ág megoldása: $x<0$.

II. Az ág értelmezési tartománya: $1 \leq x \leq 2$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet, s oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

$x-1+(2-x)>3+x$

$x<-2$ → Összevetve a feltétellel azt kapjuk, hogy ezen az ágon nincs megoldás.

III. Az ág értelmezési tartománya: $2<x$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet, s oldjuk meg az egyenlőtlenséget:

$x-1+(-2+x)>3+x$

$x>6$ → Összevetve a feltétellel azt kapjuk, hogy az ág megoldása: $x>6$.

Ezek alapján az egyenlőtlenség megoldásai: $x<0$, vagy $6<x$.

6. Oldd meg a következő egyenletet: $\left|2x + 4 - |x|\right| = 8x - 3$!

Megoldás:

$$|x| = \begin{cases} x, & ha\ x \geq 0 \\ -x, & ha\ x < 0 \end{cases}$$

I. Az ág értelmezési tartománya: $x \geq 0$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$|2x + 4 - x| = 8x - 3$

$|x + 4| = 8x - 3$

Mivel $x \geq 0$, így $x + 4 \geq 0$, vagyis a következő adódik:

$x + 4 = 8x - 3$

$x = 1$ → Mivel megfelel az ág feltételének, így ez egy jó megoldás.

II. Az ág értelmezési tartománya: $x < 0$.

Hagyjuk el az ágnak megfelelően az abszolútérték jelet és oldjuk meg az egyenletet:

$|2x + 4 - (-x)| = 8x - 3$

$|3x + 4| = 8x - 3$

Ha $3x + 4 \geq 0$, vagyis $0 > x \geq -\frac{4}{3}$, akkor a következő adódik:

$3x + 4 = 8x - 3$

$x = \frac{7}{5}$ → Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

Ha $3x + 4 < 0$, vagyis $x < -\frac{4}{3}$, akkor a következő adódik:

$-3x - 4 = 8x - 3$

$x = -\frac{1}{11}$ → Mivel nem felel meg az ág feltételének, így ez nem megoldás.

Ezek alapján az egyenlet megoldása: $x = 1$.

7. Oldd meg az $|x-3| = p$ egyenletet, ahol p valós paraméter!

Megoldás:
Amennyiben $p < 0$, akkor nincs megoldása a feladatnak.

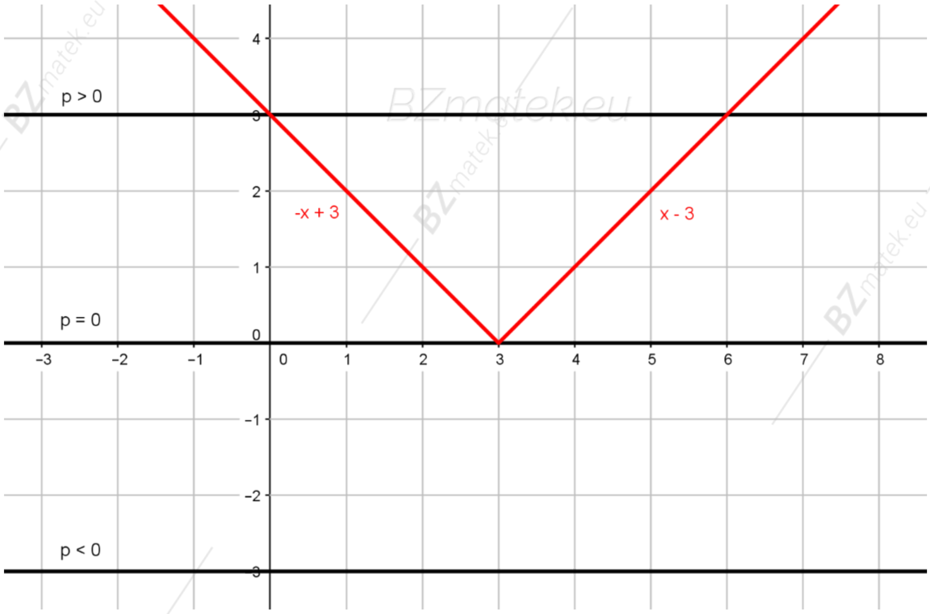
Ha $p \geq 0$, akkor két ágra bomlik a feladat: $x - 3 = p$, vagy $x - 3 = -p$.

Ezek alapján az egyenlet megoldásai: $x_1 = p + 3$ és $x_2 = 3 - p$.

Az egyenletet megoldhatjuk grafikus módszerrel is.

Az egyenlet bal oldala egy abszolútérték függvény, melynek képe két lineáris függvény ($y = -x + 3$ és $y = x - 3$) adott részéből tevődik össze.

Az egyenlet jobb oldala egy konstans függvény, melynek képe vízszintes egyenes.



Ezek alapján az egyenlet megoldásai:

$p > 0$ esetén két megoldás adódik: $x_1 = p + 3$ és $x_2 = -p + 3$.

$p = 0$ esetén egy megoldás adódik: $x_3 = 3$.

$p < 0$ esetén nincs megoldás.