

Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek II.

DEFINÍCIÓ: (Abszolútérték)

A számegegyenesen egy számnak a 0 – tól mért távolságát a szám abszolútértékének nevezzük.
Jele: $|x|$.

Abszolútértékes egyenlet megoldása:

Az abszolútértékes egyenleteket úgy oldhatjuk meg, ha az abszolútérték jelet elhagyjuk. Egy abszolútérték jel elhagyásánál ügyelnünk kell arra, hogy két érték is adódhat, aszerint, hogy az abszolútérték jelen belül egy pozitív szám, vagy egy negatív szám állt - e:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

Ebből a következőt kapjuk: a pozitív ágon úgy hagyjuk el az abszolútérték jelet, hogy a kifejezés önmaga marad, míg a negatív ágon annak ellentettje adódik. Ügyelnünk kell arra, hogy amennyiben az abszolútérték jel előtt negatív jel szerepel, akkor az elhagyáskor a kifejezést zárójelbe kell tennünk.

A megoldásokat végül ellenőriznünk kell, hogy megfelelnek - e az adott ág feltételeinek.

Megjegyzés:

- *Az abszolútértékes egyenlőtlenségeknél hasonlóan járunk el, mint egyenletnél, azonban az adott ág megoldását összevetve az ág feltételével egy intervallumot kapunk megoldásként.*
- *Több abszolútértéket tartalmazó egyenlet, illetve egyenlőtlenség esetén több ágra bomlik a megoldás, aszerint, hogy a feltételek a számegegyenest mennyi részre bontják szét.*

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat

E: emelt szintű feladat

1. (K) Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $|5x - 3| = 2$

b) $|2x + 8| = x - 1$

c) $1 - |4 - x| = 3x + 7$

d) $2 \cdot |x + 1| = 2x + 2$

2. (E) Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $|5 - x| = |x + 4|$

b) $|x - 1| + |x - 2| = 1$

c) $|x| - |x - 2| = 2$

d) $|2x - 3| + |2x + 3| = 14$

3. (E) Oldd meg a következő abszolútértékes egyenleteket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $|x - 1| - 2 \cdot |x - 2| + 3 \cdot |x - 3| = 4$

b) $||x + 2| - 3| = 1$

c) $\left| \frac{3x - 2}{x - 1} \right| = 2$

4. (K) Oldd meg a következő abszolútértékes egyenlőtlenségeket! (Alaphalmaz: \mathbb{R})

a) $|x - 4| < 5$

b) $2 \cdot |x + 1| > x + 4$

5. (E) Oldd meg a következő egyenlőtlenséget: $|x - 1| + |2 - x| > 3 + x!$

6. (E) Oldd meg a következő egyenletet: $|2x + 4 - |x|| = 8x - 3!$

7. (E) Oldd meg az $|x - 3| = p$ egyenletet, ahol p valós paraméter!

Felhasznált irodalom

- (1) Hajdu Sándor; 2002.; Matematika 9.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest
- (2) Urbán János; 2001.; Sokszínű matematika 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (3) Ábrahám Gábor; 2012.; Matematika 9; Maxim Könyvkiadó; Szeged
- (4) Urbán János; 2014.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 9; Mozaik Kiadó; Szeged
- (5) Gerócs László; 2006.; Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (6) Dr. Gyapjas Ferencné; 2002.; Matematika feladatgyűjtemény I.; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (7) Korányi Erzsébet; 1998.; Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából; Nemzeti Tankönyvkiadó; Budapest
- (8) Vancsó Ödön; 2005.; Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény Matematika I.; Konsept H Könyvkiadó; Piliscsaba
- (9) Fuksz Éva; 2011.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 9 – 10. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged
- (10) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged
- (11) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html
- (12) Saját anyagok